Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán
Departamento de Matemáticas

VNIVERSIDAD NACIONAL AVTÓNOMA DE MEXICO

UNAM CUAUTITLÁN

Memorias del Congreso Internacional sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

ISSN 2448 - 7945
Año 9 - Número 6 - Mayo 2025
8 y 9 de Mayo

XVII CISEMAT

Departamento de Matemáticas

Memorias del Congreso Internacional sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas

Legal

Memorias del Congreso Internacional Sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas, Año 9, No. 6, agosto 2024 – agosto 2025, es una publicación anual editada por la Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad Universitaria, Delegación Coyoacán, Ciudad de México, C.P. 04510, a través de la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, Carretera Cuautitlán – Teoloyucán km. 2.5, Col. San Sebastián Xhala, Cuautitlán Izcalli, Estado de México, C.P. 54714, Tel. (55) 56231890 y (55) 56231886,
http://congresomatematicas.cuautitlan2.unam.mx. Editor responsable Dr. Jorge Altamira Ibarra, altamira@unam.mx. Reserva de Derecho al uso Exclusivo No. 04-2016-080508273200-203. Otorgado por el Instituto Nacional del derecho de Autor, ISSN 2448-7945, ambos otorgados por el Instituto Nacional de derechos de Autor. Responsable de la última actualización de este número, Departamento de Matemáticas de la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, Carretera Cuautitlán – Teoloyucán km. 2.5, Col. San Sebastián Xhala, Cuautitlán Izcalli Estado de México, C.P. 54714, fecha de la última modificación, mayo 2025.

ISSN 2448 – 7945

Coordinación general del Congreso
Dr. Altamira Ibarra Jorge
Dr. Contreras Espinosa José Juan

Comité organizador
Dr. Aguilar Márquez Armando
Dr. Altamira Ibarra Jorge
Dr. Contreras Espinosa José Juan
Dra. Cruz Sánchez Claudia
Dr. García León Omar
Dr. Hernández Castillo José Luz
Dr. Hernández Gómez Víctor Hugo
M en C. Hernández Vázquez Gonzalo Iván
M en SI. Lara Martínez Maricela
Dra. León Rodríguez Frida María
LSC. López Pacheco Liana
Dr. López Salazar Leonel Gualberto
MCE. Márquez Ortega Domingo
Dr. Mata Vargas Iván Noé
Dr. Oropeza Legorreta Carlos
M. en I. Pineda Becerril Miguel de Nazareth
Ing. Rico Castro José Juan
Dra. Rigaud Telllez Nelly
Dr. Roldán Vázquez Valentín
Dr. Sánchez Barrera Julio Moisés
Dr. Sánchez Guerra José Isaac
Dr. Sánchez Nava Hugo
LDCV. Simón Farfán Karina
MVZ. Valdez Santamaría Alejandro

Comité arbitral

Comité evaluador científico nacional:
Dr. Aguilar Márquez Armando
Dr. Altamira Ibarra Jorge
M en C. Barrios Barocio Alejandra Carolina
Ing. Beltran Gamero Daviel
Mtro. Blanco Bautista Roberto
Dra. Canabal Cáceres Silvia Guadalupe
FM. Castillo Padilla Juana
Dr. Contreras Espinosa José Juan
Dra. Cruz Sánchez Claudia
M. en C. Flores Pérez Judith Mayte
Dr. García León Omar
M en I. García Ruiz Juan José
Mtro. García Santamaria Gilberto
M en GTI. González Hernández Rocío
Dr. Guzmán Tinajero Pedro
Dr. Hernández Castillo José Luz
Dr. Hernández Gómez Víctor Hugo
Ing. Hernández Soriano José Antonio
M en SI. Lara Martínez Maricela
Dra. León Rodríguez Frida María
LSC. López Pacheco Liana
Dr. López Salazar Leonel Gualberto
MCE. Márquez Ortega Domingo
Dr. Mata Vargas Iván Noé
Dra. Mora Reyes Laura
M en GTI. Nuñez Consuelos Iván
Dr. Ocon Valdez Rodrigo
Dr. Oropeza Legorreta Carlos
Dr. Osorio Galicia Ramón
M en I. Pineda Becerril Miguel de Nazareth
M en TIC. Pérez Hernández Guillermo
Dra. Ramírez Galindo Margarita
Ing. Rico Castro José Juan
Dra. Rigaud Téllez Nelly
Dr. Roldan Vázquez Valentín
Dra. Romero Badillo Norma Angelica
M en GTI. Rosas Fonseca Rosalba Nancy
Dr. Sánchez Barrera Julio Moisés
M en C. Sánchez Guerra José Isaac
Dr. Sánchez Nava Hugo
Dra. Urrutia Vargas Celina Elena
Dra. Vargas Espinoza de los Monteros Alejandra
M en C. Vázquez Salazar María Guadalupe
M en I. Vázquez Suarez Vicente

Comité evaluador científico internacional:
Dra. Crespo Crespo Cecilia (Argentina)
Dr. Gaitán Lozano Ricardo (Colombia)
Mtra. Micelli Monica Lorena (Argentina)
Mtra. Ponteville Christiane Cynthia (Argetina)

ISSN 2448 – 7945

Agradecimientos

A la Universidad Nacional Autónoma de México, por ser el pilar que impulsa el desarrollo del pensamiento crítico, analítico, creativo e innovador, y por brindar el espacio académico que hace posible este tipo de encuentros.

A la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, por todas las facilidades otorgadas que permitieron el buen desarrollo del Congreso Internacional sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas. A los funcionarios: Director Dr. David Quintanar Guerrero, a la Secretaria General Dra. María Guadalupe Calderón Martínez y a la Coordinadora de Comunicación y Extensión Universitaria Lic. Claudia Vanessa Joachin Bolaños, por su invaluable respaldo y acompañamiento en la realización de este evento académico.

A la Dirección General de Tecnologías de Información y Comunicación (DGTIC) por su valioso apoyo técnico, de infraestructura y asesoría para la realización del Congreso.

A los organizadores y a todos los Comités involucrados en el desarrollo del Congreso, por su compromiso, trabajo colaborativo y valiosas aportaciones que hicieron posible la coordinación exitosa del Congreso.

A los académicos, investigadores y profesionales que compartieron sus conocimientos mediante la presentación de sus trabajos, y al entusiasta grupo de alumnos y profesores que colaboraron en la logística y operación del evento, demostrando un alto nivel de responsabilidad y vocación.

Gracias a todos por hacer posible este espacio de encuentro, reflexión y crecimiento académico.

ISSN 2448 – 7945

Índice

ISSN 2448 – 7945

20. PAPIME 103424: inteligencia artificial y teoría electromagnética.
21. PAPIME 103424: análisis del operador nabla en la teoría electromagnética.
22. Evaluación en la asignatura de matemáticas financieras utilizando el navegador seguro de exámenes en Moodle.
23. Uso de los teselados como herramienta didáctica para el aprendizaje de la geometría en bachillerato.
24. La distribución normal: ¡El secreto detrás de la suerte!
25. Fomento de habilidades matemáticas mediante una experiencia didáctica en el marco del día de PI.
26. La importancia de la perspectiva de género en la enseñanza de las matemáticas.
27. Un análisis de las curvas envolventes de Bézier con enfoque geométrico.
28. Estadística para la paz: estrategia didáctica para transversalizar matemáticas y cultura de paz en bachillerato.
29. La factorización desde el constructivismo para generar un aprendizaje significativo en alumnos de bachillerato.
30. Función matemática, su abordaje desde la teoría de los registros de representación semiótica.
31. Registros de representación y la solución de juegos de suma cero.
32. Diseño de taller Steam para enseñar la definición de la elipse mediante la expresión artística.
33. Aplicación y relevancia de métodos estadísticos avanzados en la investigación educativa.
34. La multiplicación: dos civilizaciones, un lenguaje matemático universal.
35. Plataforma “SINNEDU” como herramienta didáctica para disminuir el porcentaje de reprobación de probabilidad.
36. Impacto de la enseñanza del lenguaje algebraico con TIC e IA en pensamiento matemático I.
37. Estrategias innovadoras con inteligencia artificial para el aprendizaje de matemáticas.
38. Comunicación asincrónica para el aprendizaje colaborativo de la estadística, mediante la revisión de artículos psicológicos.
39. Propuesta de aplicación de enseñanza mixta para la comprensión de fractales en tres reacciones redox.
40. La relación entre el diseño fotográfico. el instante decisivo y la geometría del disparo: perspectivas de armonía.
41. Aplicación en la vida común: modelado del enamoramiento según estudiantes de UPIITA.

ISSN 2448 – 7945

42. Comparando eficiencia de frameworks javascript en el desarrollo de aplicaciones web con bases de datos.
43. Optimización del desarrollo móvil multiplataforma con Expo y React native: ventajas, limitaciones y aplicaciones.
44. El PLN en la educación universitaria y su impacto en los procesos.
45. Una experiencia didáctica: exploración y aplicación de simplificación de funciones en el algebra booleana.
46. Cálculo del ángulo de intersección entre dos curvas.
47. IA generativa para evaluar aprendizajes en matemáticas en el nivel Bachillerato.
48. Algoritmo genético para la acomodación de productos en un camión.
49. Las matemáticas, ¿causan estrés?
50. Métodos todos tradicionales y con software especializado en ecuaciones diferenciales para ingeniería: un estudio comparativo.
51. Cálculo vectorial: determinación de integrales triples sobre regiones no rectangulares mediante integración de Simpson 1/3.
52. Software interactivo para visualizar transformaciones lineales y conceptos clave de álgebra lineal en el aula.
53. Errores aritméticos de estudiantes en exámenes de matemática en ingreso a la universidad.
54. Aplicación de las matemáticas para modelo predictivo del crecimiento de burbujas en proceso de niquelado.
55. La enseñanza de la estadística desde un enfoque multidisciplinario en la producción agropecuaria.
56. Propuesta de aplicación del método de regresión lineal múltiple con RStudio en el sector transporte.
57. Estrategias integrales de conciencia para mejorar el aprendizaje de matemáticas en alumnos de primaria.

ISSN 2448 – 7945

EL DETERMINANTE DE UNA MATRIZ EN EL CÁLCULO DE ÁREAS Y VOLÚMENES

López Salazar Leonel Gualberto [1,*], Rigaud Téllez Nelly [2], Blanco Bautista Roberto[3], Flores Herrera Viviana[4] y García León Omar[5]

[1 y 5]FES Cuautitlán. Teoloyucan Km 2.5, San Sebastián Xhala, 54714 Cuautitlán Izcalli, Méx.

[2 y 3]FESC Aragón. Av. Universidad Nacional S/N, Bosques de Aragón, 57171 Cdad. Nezahualcóyotl, Méx.

[4]Universidad Autónoma de Baja California. Av. Universidad autónoma de Baja California Sur. KM 5.5, , 23085 La Paz, B.C.S.

EN-POSM002

Resumen

*El objetivo de este trabajo y que es parte de un proyecto didáctico para la creación del material de apoyo para la asignatura de algebra lineal es mostrar una estrategia didáctica planteada para la enseñanza y aplicación del concepto del determinante de una matriz y como utilizarlo en el cálculo de áreas y volúmenes de figuras geométricas asociadas a una matriz A. Primero se utiliza el método de factorización LU para factorizar A mediante un algoritmo que puede reproducirse de manera manual y programarse en computadora (proponemos Python) y de esta manera obtener su determinante. Posteriormente se propone el método de Sarrus para matrices de 3*3 para terminar con la fórmula de Gauss para calcular áreas y volúmenes mediante la expansión de la matriz A.*

Como conclusión consideramos que se deben de relacionar los métodos para calcular el determinante como son los cofactores y la factorización LU con otras maneras de abordar el cálculo del determinante para enriquecer estos procedimientos algebraicos con algoritmos computaciones y luego con problemas de aplicación utilizando la fórmula de Gauss para calcular áreas y para calcular volúmenes podemos utilizar la regla de Sarrus, de esta manera tendremos una amplia gama de formas de comprender el concepto de los determinantes, de manera algebraica, algorítmica y visual.

***Palabras clave**: Determinante_1, factorización LU_2, área_3, volumen_4, regla de Gauss_5.*

1. Introducción

Las matrices cuadradas tienen un valor asociado denominado determinante es un valor que nos proporciona información de la matriz como analizar las características de una transformación lineal representada por una matriz. En la geometría el determinante de un sistema lineal representado por una matriz de 2*2 nos permite determinar áreas y en una matriz de 3*3 volúmenes , ya que representa el factor de escala con el que una transformación altera el tamaño de figuras. (Grossman & Flores, 2012).

[1] *Autor para la correspondencia. E-mail: leonelguls@correo.com

La enseñanza del concepto del determinante de una matriz es indispensable para los alumnos en algebra lineal, no solamente es necesario que comprendan el procedimiento algebraico o numérico, sino también las aplicaciones que se derivan de él como son la resolución de sistemas lineales, gráficos, el cálculo de áreas y volúmenes, existen aplicaciones también en cálculo diferencial, física, mecánica, probabilidad y estadística, economía y computación, de tal manera que la comprensión del concepto pudiera llegar a ser una herramienta valiosa de las matemáticas.
En este trabajo que se presenta y que es parte de un proyecto didáctico para la creación del material de apoyo para la asignatura de algebra lineal mostramos la estrategia didáctica planteada para la enseñanza y aplicación del concepto del determinante de una matriz y como utilizarlo en el cálculo del área y volumen de una figura relacionada con una matriz. Primero se utiliza el método de factorización LU para factorizar A (Lay, Lay & McDonald, 2016) mediante un algoritmo que puede reproducirse de manera manual y programarse en computadora (proponemos Python) y de esta manera obtener su determinante de la siguiente manera (O'Connor & Robertson, 2000).

Ecuación 1. Determinante (A) = Determinante (AL) * Determinante (AU)

Posteriormente planteamos un problema para obtener el cálculo del área y el volumen de dos figuras geométricas, para que el alumno comprenda el concepto del determinante mediante la fórmula del polígono de Gauss para calcular el área de un polígono en el plano cartesiano usando sus vértices (Ariza & Rojas, 2015). Para efectos del cálculo de un volumen utilizamos la regla de Sarrus.

2. Metodología o desarrollo

Las características de la matriz pudieran determinar el procedimiento matemático utilizado en el cálculo de su determinante. Existen formas para calcular el determinante de una matriz como son:

- Factorización LU (Descomposición en Triangular inferior y superior)
- Regla de Sarrus (Para matrices de 3*3)
- Por cofactores (Expansión de Laplace)
- Reducciones por operaciones elementales (Método de Gauss)
- Uso de software de programación (Librerías de Python)

2.1 Método LU o descomposición LU

Una matriz cuadrada A se puede descomponer en el producto de una matriz inferior y una matriz triangular superior AU:

Ecuación 2. $A = (AL)\,(AU)$

ISSN 2448 – 7945

A partir de estas dos matrices podemos resolver un sistema de ecuaciones lineales ax + b, calcular la inversa y el determinante de una matriz, entre otras cosas más. La estrategia didáctica primero plantea el uso de un algoritmo para determinar AL y AU que es directamente programable ya que es mediante iteraciones que llegamos a la factorización de la matriz. Además, tenemos que considerar lo siguiente:

- El determinante de A = determinante de AL * el determinante de AU.
- Dado que L es una matriz inferior con unos en la diagonal principal, del determinante de L = 1, sino se realizó pivoteo.
- El determinante de U es el producto de los elementos que están contenidos en su diagonal principal y para calcularlo utilizamos la formula derivada de la propiedad de los determinantes en matrices triangulares y el método de descomposición LU.

Ecuación 3. $det(A) = \prod_{i=1}^{n} U_{ii}$

Aplicamos eliminación Gaussiana (Larson, 2015), mediante el siguiente algoritmo que pudiera ser programado en Python para determinar LU y posteriormente aplicamos la fórmula descrita arriba:

$$
\begin{array}{l}
\textit{Para cada } \boldsymbol{i = 1} \textit{ hasta } \boldsymbol{n-1} \\
\quad \textit{Para cada } \boldsymbol{j = i+1} \textit{ hasta } \boldsymbol{n} \\
\qquad \boldsymbol{AL = \frac{AU_{ji}}{AL_{ii}}} \\
\quad \textit{Para cada } \boldsymbol{j = i+1} \textit{ hasta } \boldsymbol{n} \\
\qquad \textit{Para cada } \boldsymbol{k = i} \textit{ hasta } \boldsymbol{n} \\
\qquad\quad \boldsymbol{AU_{jk} = AU_{jk} - AL_{ji} * AU_{ik}}
\end{array}
$$

```
import numpy as np
import scipy.linalg as la

# Definir la matriz A
#A = np.array([[-1, 2, -3],
#    [3, -5, -1],
#    [2, 3, 4]])

A = np.array([[2, 4, 1],
              [1, 3, 2],
              [3, 2, 4]])

# la factorización LU
P, L, U = la.lu(A)
```

Figura 1.
Algoritmo y programa en Python para obtener LU

Para el caso de una matriz de 2*2 aplicando el algoritmo inicializamos la matriz A de tamaño 2*2 con los valores correspondientes.

Ecuación 4. $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

Se inicializa AL como una matriz identidad de 2*2. El tamaño dependerá de las filas y columnas de A.

ISSN 2448 – 7945

Se inicializa AU con los mismos valores que tiene A.

$$\begin{array}{ccccc} A & = & AL & * & AU \end{array}$$

Ecuación 5. $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

Primera iteración de i. Tenemos n=2;

Para i=1 hasta n-1

Para j=(i+1) = 2 hasta n

Ecuación 6. $\boldsymbol{AL_{ji}} = \frac{\boldsymbol{AU_{ji}}}{\boldsymbol{AU_{ii}}}$

Ecuación 7. $\boldsymbol{AL_{21}} = \frac{\boldsymbol{AU_{21}}}{\boldsymbol{AU_{11}}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

Actualizamos los valores en la matriz AL

Ecuación 8. $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/2 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

Ahora iteramos en la matriz AU:

Para j=i+1=2 hasta n

Para cada k=i = 1 hasta n

Ecuación 9. $\boldsymbol{AU_{jk}} = \boldsymbol{AU_{jk}} - \boldsymbol{AL_{ji}} * \boldsymbol{AU_{ik}}$

Ecuación 10. Para k=1 $\mathbf{AU_{21}} = \mathbf{AU_{21}} - \mathbf{AL_{21}} * \mathbf{AU_{11}} = \mathbf{2} - \mathbf{1/2} * \mathbf{4} = \mathbf{0}$

Ecuación 11. Para k=2 $\mathbf{AU_{22}} = \mathbf{AU_{22}} - \mathbf{AL_{21}} * \mathbf{AU_{12}} = \mathbf{5} - \mathbf{1/2} * \mathbf{3} = \mathbf{7/2}$

Ecuación 12. $\mathbf{AU_{22}} = \mathbf{11/450}$

Actualizamos los valores en la matriz AU queda así:

Ecuación 13. $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/2 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 7/2 \end{bmatrix}$

La matriz A esta descompuesta en los factores AL y AU que al multiplicarlos nos da la matriz A. Ahora aplicamos la ecuación 3, tenemos que:

Ecuación 14. Determinante (A) = 1 * 4(7/2) = 28/2=14

2.2 Regla de Sarrus

La regla de Sarrus es un método para calcular determinantes de matrices de 3*3 y evitar la expansión por cofactores. Sin embargo, no funciona para matrices de dimensiones mayores. Sea la matriz A de la forma:

Ecuación 15. $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$

Se extiende la matriz de la siguiente manera:

Ecuación 16. $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \end{bmatrix}$

Calcular el determinante de la siguiente manera:

Ecuación 17. $det(A) = (a_{11} * a_{22} * a_{33} + a_{12} * a_{23} * a_{31} + a_{13} * a_{21} * a_{32}) -$

$$(a_{31} * a_{22} * a_{13} + a_{32} * a_{23} * a_{11} + a_{33} * a_{21} * a_{12})$$

Sea A una matriz de 3*3. Calcular el determinante de la matriz mediante la regla de Sarrus.

Ecuación 18. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \\ -3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$

Se extiende la matriz de la siguiente forma:

Ecuación 19. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 2 & -1 \\ -3 & 4 & 2 & -3 & 4 \end{bmatrix}$

Calcular los productos de las diagonales que van de la parte superior a la parte inferior de la siguiente manera:

Ecuación 20. $1 * -1 * 2 = -2$

Ecuación 21. $2 * 1 * -3 = -6$

Ecuación 22. $3 * 2 * 4 = 24$

Calcular los productos de las diagonales que van de la parte inferior a la parte superior de la siguiente manera:

Ecuación 23. $-3 * -1 * 3 = 9$

Ecuación 24. $\mathbf{4} * 1 * 1 = 4$

Ecuación 25. $\mathbf{2} * 2 * 2 = 8$

Calcular el determinante de la siguiente manera:

Ecuación 26. $det(A) = (-2 + -6 + 24) - (9 + 4 + 8) = 16 - 21 = -5$

3. Resultados

3.1 Cálculo del área de un polígono

Podemos calcular el área de un polígono utilizando la fórmula del área de un polígono basada en el cálculo del determinante, también denominada formula de Gauss.

Ecuación 27. $A = \frac{1}{2} \left| \sum_{i=1}^{n} (x_i * y_{i+1}) - \sum_{i=1}^{n} (y_i * x_{i+1}) \right|$

Esto es tomando como referencia el plano cartesiano en donde los vértices del polígono son las coordenadas de los puntos del plano.

Ecuación 28. $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), \ldots, (x_n, y_n)$

También se puede expresar en términos de los puntos en una matriz, en donde repetimos la primera fila en la última fila de la matriz, el resultado se expresa en valor absoluto y aplicamos el procedimiento similar al de la regla de Sarrus.

Ecuación 29. $A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \\ x_1 & y_1 \end{bmatrix}$

ISSN 2448 – 7945

Sea un polígono formado por los puntos A (-6,2), B (2,2) y C (-4,-2)

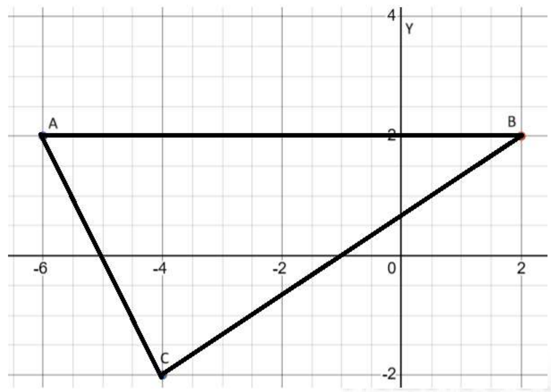


Figura 2.
Polígono en X, Y

Calcular el área utilizando de la figura 2.
Utilizamos la matriz para ubicar las operaciones en donde colocamos los puntos de la figura.

Ecuación 30. $A = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} -6 & 2 \\ 2 & 2 \\ -4 & -2 \\ -6 & 2 \end{bmatrix}$

Ecuación 31.

$$= \frac{1}{2}\left|((-6)(2) + (2)(-2) + (-4)(2)) - ((-6)(-2) + (-4)(2) + (2)(2))\right|$$

Ecuación 32. $= \frac{1}{2}\left|((-12) + (-4) + (-8)) - ((12) + (-8) + (4))\right|$

Ecuación 33 .$= \frac{1}{2}\left|(-24 - 8)\right|$

Tomamos el valor absoluto

Ecuación 34. $= \frac{1}{2}(32) = 16U^2$

3.2 Cálculo del volumen de un paralelepípedo

Si el paralelepípedo está definido en X, Y y Z por tres vectores A, B y C, su volumen se calcula como el valor absoluto del determinante de la matriz formada por esos tres vectores.

ISSN 2448 – 7945

Sean tres vectores A (2,2,1), B (-2,2,2) y C (-3,-3,1) que forman la siguiente figura.

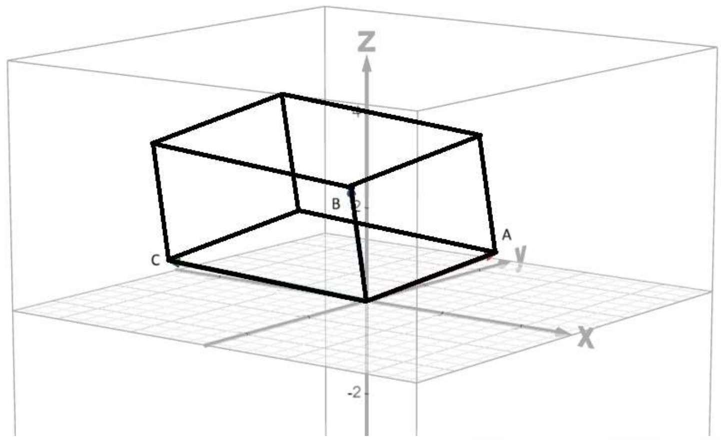


Figura 3.
Polígono formado en X, Y, Z

Calcular el volumen.
Podemos utilizar la regla de Sarrus para obtener su determinante y en valor absoluto su volumen. Para efectos de una matriz de 3*3 el procedimiento es similar al seguido para la regla de Gauss. Es decir, hay que extender la matriz relacionada con A.

Ecuación 35. $$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 & 2 & 2 \\ -2 & 2 & 2 & -2 & 2 \\ -3 & -3 & 1 & -3 & -3 \end{bmatrix}$$

Calcular los productos de las diagonales que van de la parte superior a la parte inferior de la siguiente manera:

Ecuación 36. $2 * 2 * 1 = 4$
Ecuación 37. $2 * 2 * -3 = -12$
Ecuación 38. $\mathbf{1} * -2 * -3 = 6$

Calcular los productos de las diagonales que van de la parte inferior a la parte superior de la siguiente manera:

Ecuación 39. $-3 * 2 * 1 = -6$
Ecuación 40. $-3 * 2 * 2 = -12$
Ecuación 41. $\mathbf{1} * -2 * 2 = -4$

Calcular el determinante o volumen de la siguiente manera:

Ecuación 42. $det(A) = |(4 - 12 + 6) - (-6 - 12 - 4)| = |-2 - (-22)| = 20U^3$

4. Discusión y/o análisis.

Dados tres puntos A, B y C en el plano cartesiano X, Y, al unirlos sin que se intercepten forman un área y dados tres vectores A, B, C en el plano cartesiano X, Y, Z al proyectarlos podemos formar una figura geométrica con volumen. Ambos sistemas pueden ser modelados mediante una matriz cada uno y de esta manera podemos aplicar los conceptos y propiedades de las matrices. El problema de determinar el área y/o volumen de esas figuras es equivalente a calcular el determinante de la matriz asociada a los puntos y/o vectores. Como ya lo mencionamos existen diferentes formas de calcular el determinante de una matriz, las características de la matriz A determinaran cuál procedimiento pudiera ser el indicado.

Para efectos del cálculo del determinante de la matriz asociada al problema de calcular el área utilizamos la fórmula de Gauss es la opción apropiada, para el caso del cálculo del volumen resulta equivalente utilizar la regla de Sarrus que es para matrices de 3*3, pero en ambos casos utilizamos la matriz ampliada para calcular el determinante. Resulta ser un procedimiento más extenso para calcular el determinante de A por cofactores o por factorización LU, aunque cada procedimiento tiene sus aplicaciones no siempre son la mejor opción.

5. Conclusiones

La enseñanza del concepto de los determinantes debe de combinar estrategias, conceptuales, visuales y prácticas que faciliten su aprendizaje. El cálculo de áreas y volúmenes son procedimientos que los alumnos han asimilado en su constructo de conocimientos y esto pudiera ser significativo para fijar los conceptos mediante la intuición y el razonamiento de cosas que ya conocen.

En este contexto consideramos que se deben de relacionar los métodos para calcular el determinante como en cofactores y factorización LU, con otras maneras de abordar el cálculo del determinante para enriquecer estos procedimientos algebraicos con algoritmos computaciones y luego con problemas de aplicación utilizando la fórmula de Gauss para calcular áreas y para calcular volúmenes la regla de Sarrus, de esta manera tendremos una amplia gama de formas de comprender el concepto de los determinantes, de manera algebraica, algorítmica y visual.

Agradecimientos

El artículo ha sido posible gracias al apoyo recibido de la Dirección General de Asuntos del Personal Académico DGAPA de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), a través del proyecto PAPIME PE101224.

6. Referencias

Ariza, A. & Rojas, J. (2015). Cálculo de áreas, a través de determinantes. *Revista colombiana de matemática educativa (RECME)*, 1(1), 566-570. Grossman, S. & Flores, J. (2012*). Álgebran lineal*. México: Mc Graw Hill.

Lay, D. , Lay, S. & McDonald, J. (2016). *Algebra lineal y sus aplicaciones*. Pearson. Larson, R. (2015). *Fundamentos de algebra lineal.* Cengage Learning Editores, S.A. de C.V. O'Connor, J. & Robertson, E. (2000). Matrices y determinantes. *Revista de Educación Matemática (RevEM), 15(1), 3*.

Memorias del Congreso Internacional sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán
8 y 9 de mayo del 2025, Cuautitlán Estado de México
ISSN 2448 – 7945

CLASIFICACIÓN DE LOS ERRORES EN ECUACIONES DIFERENCIALES A PARTIR DEL PROCESAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

Myriam Nuñez[1,*], Judith Montenegro[2], Matías Camalet[3] y Paula Zambianchi[4]
[1,2,3,4]Facultad de Farmacia y Bioquímica, Universidad de Buenos Aires. Junín 954, C1113 AAD, Ciudad Autónoma de Buenos Aires, Argentina.

IP-POSM003

Resumen

Este trabajo es resultado de un análisis que se realizó sobre el tema ***Ecuaciones Diferenciales Ordinarias de 1° orden*** *correspondiente a las resoluciones de ejercicios por parte de los estudiantes de los segundos parciales de los primeros y segundos cuatrimestres de los años 2018, 2022 y 2023. Este tema se aborda en la asignatura Matemática que forma parte del Ciclo Común de las carreras de Farmacia y Bioquímica de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la Universidad de Buenos Aires.*
Con el objetivo de identificar las dificultades que surgen en las resoluciones, se realizó un análisis cuantitativo, diferenciando y categorizando los tipos de errores según lo observado en los exámenes, para poder comparar los desempeños pre y post pandemia.
Para el tratamiento del análisis se consideró la clasificación de errores a partir del procesamiento de la información planteada por Radatz (1979), en particular, los errores debido a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos, errores debido a asociaciones incorrectas o a rigidez del pensamiento y errores debido a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes. Además, se tuvo en cuenta la clasificación empírica de los errores propuesta por Inbar, Movshovtiz-Hadar y Zaslavsky (1987).
En este sentido, se observó que los estudiantes cometieron errores debido a una mala interpretación del enunciado, inferencias no válidas lógicamente, errores algebraicos y por errores de derivación y/o integración. A partir de este análisis se realizarán modificaciones en la propuesta educativa de la asignatura para lograr que los estudiantes conceptualicen las nociones impartidas.

Palabras clave*: universidad_1, errores_2, obstáculos_3, ecuaciones_4.*

1. Introducción

Las ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) conforman un área del conocimiento matemático que es empleada en múltiples ámbitos por diversos profesionales que desempeñan sus tareas en especialidades relacionadas con la ciencia y la tecnología, tal como plantean Barbarán Sánchez y Bravo (2014). A través de éstas, es posible modelizar fenómenos observables basándose en la variación y en la resolución de problemas.

En lo relativo a su enseñanza, resulta de gran utilidad para quienes ejercen la docencia, el poder observar, analizar y estudiar los errores que cometen los estudiantes en la resolución de ecuaciones diferenciales. Esto permite generar

[1] *Email: myriam@ffyb.uba.ar Tel. +549 5287-4532*

ISSN 2448 – 7945

modificaciones en las diferentes propuestas educativas con la finalidad de mejorar su abordaje en los espacios educativos y lograr que los estudiantes conceptualicen las nociones que se imparten.

Tal como indica Rico (1995) “Los errores en el aprendizaje de las matemáticas son […] el resultado de procesos muy complejos" (p. 76). En este sentido, hay una fuerte interacción entre diversas variables en el entorno educativo, lo que dificulta la identificación de las causas específicas de un error determinado. Sin embargo, es posible identificar ciertos aspectos de los saberes de los estudiantes a través de los errores que cometen y, así, analizarlos y categorizarlos para identificar el origen de éstos (Barbarán Sánchez y BrNOavo, 2014, p. 174).

2. Metodología o desarrollo

Con el objetivo de identificar las dificultades que surgen en las resoluciones, se realizó un análisis cuantitativo de los tipos de errores, diferenciando y categorizando los mismos, según lo observado en los exámenes, para poder comparar los desempeños pre y post pandemia.

Con este fin, se analizaron los ejercicios de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, correspondientes a los exámenes parciales de la asignatura Matemática de los estudiantes de las carreras de Farmacia y Bioquímica de la Facultad de Farmacia y Bioquímica de la Universidad de Buenos Aires, de los años 2018, 2022 y 2023 (ambos cuatrimestres: 1C y 2C).

Para las carreras mencionadas anteriormente, dicha asignatura se dicta en el tercer cuatrimestre, luego de haber aprobado Matemática 51 correspondiente al Ciclo Básico Común, es decir, que los estudiantes tienen conocimiento de saberes previos relacionados a diferentes temáticas del análisis matemático. Esta materia tiene una carga de 7 horas semanales, de las cuales 3 horas corresponden a clases teórico-prácticas y 4 horas a taller de resolución de problemas. El tema de ecuaciones diferenciales ordinarias corresponde a la última unidad del programa de la asignatura.

Para el tratamiento del análisis se consideró la clasificación de errores a partir del procesamiento de la información planteada por Radatz (1979), en particular, los errores debido a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos, errores debido a asociaciones incorrectas o a rigidez del pensamiento y errores debido a la aplicación de reglas o estrategias inadecuadas. Además, se tuvo en cuenta la clasificación empírica de los errores propuesta por Inbar et al. (1987), aunque no se utilizará para este análisis.

Siguiendo el propósito general del estudio, se establecieron dos objetivos específicos:

1) Realizar un análisis sistemático cualitativo de las prácticas asociadas a los conceptos de ecuaciones diferenciales ordinarias. Para llevar a cabo este objetivo se analizaron los exámenes correspondientes al segundo parcial de los años

ISSN 2448 – 7945

2018 (1C: n = 342 y 2C: n = 228), 2022 (1C: n = 437 y 2C: n = 334) y 2023 (1C: n = 460 y 2C: n = 348).

2) Clasificar los errores de acuerdo con las categorías propuestas por el autor anteriormente citado.
3) Comparar los resultados obtenidos en los diferentes años analizados.

Para responder a los objetivos planteados se realizó un análisis descriptivo de las variables intervinientes. Para comparar los resultados obtenidos entre los cuatrimestres de los años 2018, 2022 y 2023 se aplicaron la Prueba de Chi – Cuadrado y Prueba de Diferencia de Proporciones. El análisis se realizó con el paquete estadístico IBM SPSS 22.

3. Resultados

De las observaciones realizadas se obtuvieron diferencias significativas respecto de los estudiantes que realizaron los ejercicios en los primeros cuatrimestres de los años analizados como se muestra en la Tabla 1.

Tabla 1
Estudiantes que realizaron el ejercicio

Cuatrimestre	1C 2018 (n = 342)	1C 2022 (n = 437)	1C 2023 (n = 460)
Realiza el ejercicio	92,11% (n = 315)	58,52% (n = 256)	77,83% (n = 358)

Se observó una marcada disminución de la realización de los ejercicios entre los años 2018 y 2022, mientras que, respecto a este último año y el 2023 hay un aumento de dicha proporción.
Al realizar una Prueba de Diferencia de Proporciones se obtuvieron diferencias significativas entre los cuatrimestres de 2018 y 2022 ($p \ll 0,05$), entre 2022 y 2023 ($p \ll 0,05$) y entre 2018 y 2023 ($p \ll 0,05$). No se halló independencia entre la realización o no del ejercicio y el cuatrimestre en el que cursaron ($p < 0,0001$ Prueba de Chi-Cuadrado).

Tabla 2
Estudiantes que no cometieron errores al realizar el ejercicio

Cuatrimestre	1C 2018 (n = 342)	1C 2022 (n = 437)	1C 2023 (n = 460)
Realiza el ejercicio sin errores	40,31% (n = 127)	26,56% (n = 68)	29,05% (n = 104)

En cambio, no se hallaron diferencias significativas en aquellos estudiantes que no cometieron errores, es decir, que realizaron los ejercicios de forma correcta (en todos ellos con p-valor entre 0,05 y 0,08). Sin embargo se nota una disminución entre 2018 y 2022 y un leve aumento en el 2023, como se muestra en la Tabla 2. Al igual que con

ISSN 2448 – 7945

la realización del ejercicio, tampoco se halló independencia entre los estudiantes que no cometieron errores y el cuatrimestre ($p < 0{,}0001$ Prueba de Chi-Cuadrado).

Con respecto a los errores que involucran conocimientos previos se hallaron diferencias significativas entre las proporciones de los años 2018 y 2022 ($p = 0{,}0135$), como también entre 2018 y 2023 ($p = 0{,}0166$), pero no así entre 2022 y 2023 ($p = 0{,}7872$). Estos errores ocurren cuando los estudiantes comenten errores algebraicos (por despeje o derivación incorrecta) y de integración. En relación con los errores algebraicos, se hallaron diferencias entre las proporciones de los años 2018 y 2022 ($p = 0{,}0013$) y 2018 y 2023 ($p = 0{,}0002$) y no se hallaron diferencias entre 2022 y 2023 ($p = 0{,}6744$) como se muestra en las Tablas 3 y 4. Es importante resaltar que el error más frecuente que comenten los estudiantes se debe a despejes incorrectos. Además, en 2022, se observan errores en el desarrollo del ejercicio, ya sea por errores referidos a la operatoria o por errores en los diversos procesos realizados para hallar la solución de la ecuación diferencial ordinaria dada.

Tabla 3

Errores algebraicos

Errores	1C – 2018 (n = 90)	1C – 2022 (n = 129)	1C – 2023 (n = 189)
Error en despeje	80% (n = 72)	47,29% (n = 61)	88,36% (n = 167)
Error en el desarrollo	20% (n = 18)	51,16% (n = 66)	10,58% (n = 20)
Mal derivado	0% (n = 0)	1,55% (n = 2)	1,06% (n = 2)

Tabla 4

Errores de integración

Errores	1C – 2018 (n = 80)	1C – 2022 (n = 82)	1C – 2023 (n = 94)
Error en el planteo de la integral	13,75% (n = 11)	10,97% (n = 9)	23,40% (n = 22)
Integración incorrecta	85% (n = 68)	56,10% (n = 46)	42,55% (n = 40)
Olvida la constante	1,25% (n = 1)	32,93% (n = 27)	34,04% (n = 32)

Asimismo, teniendo en cuenta los errores que involucran asociaciones incorrectas se hallaron diferencias significativas entre las diferencias de proporciones de 2018 y 2022 ($p = 0{,}0039$) y entre 2022 y 2023 ($p = 0{,}0229$), sin embargo, no se observó lo mismo entre 2018 y 2023 ($p = 0{,}1879$). Estos errores refieren al uso incorrecto de herramientas para la resolución del ejercicio, considerando que no emplean el método que deben utilizar en cada caso, por ejemplo, resolver una ecuación

ISSN 2448 – 7945

diferencial de primer orden lineal separando variables e integrando miembro a miembro.

Por último, en lo que refiere a errores cometidos por el uso inadecuado de estrategias, no se hallaron diferencias significativas entre los cuatrimestres analizados debido a la poca cantidad de datos. Estos errores corresponden al uso de estrategias mal empleadas, tales como el planteo de la fórmula resolvente (considerándola una ecuación ordinaria de segundo orden) o la eliminación de variables sin explicación.

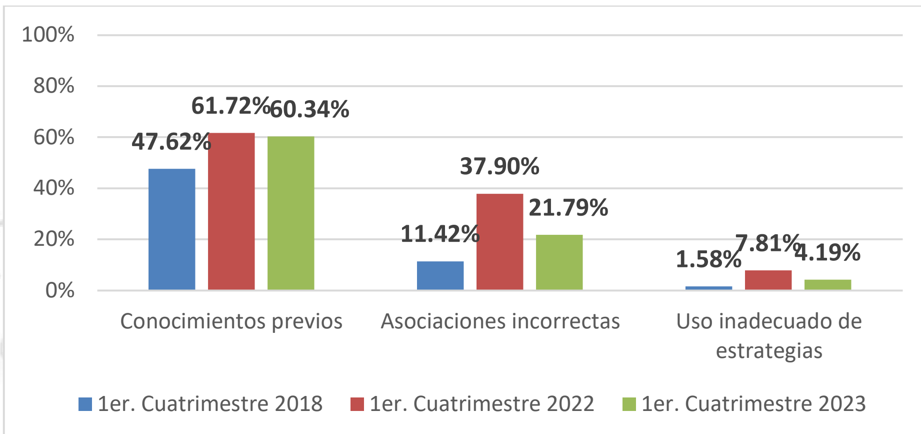


Gráfico 1

Errores cometidos por los estudiantes en los primeros cuatrimestres

Al analizar los errores que involucran conocimientos previos, se observaron diferencias significativas entre las proporciones de estudiantes de los cuatrimestres de 2018 ($p = 0{,}0246$), de igual forma en los cuatrimestres de 2022 ($p = 0{,}0029$) y entre los cuatrimestres de 2023 ($p = 0{,}0049$), como puede observarse en el Gráfico 2.

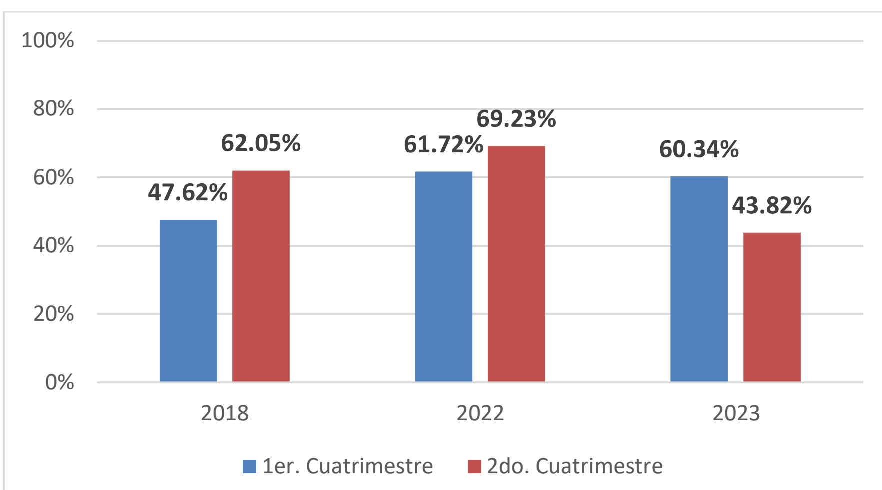


Gráfico 2

Errores que involucran conocimientos previos

ISSN 2448 – 7945

Al observar los errores debidos a asociaciones incorrectas, se hallaron diferencias entre las proporciones de cuatrimestres del 2018 ($p = 0{,}0096$), a la vez que entre los cuatrimestres de 2022 ($p = 0{,}0042$), pero no así en los cuatrimestres de 2023 ($p = 0{,}8420$), como se observa en el Gráfico 3.

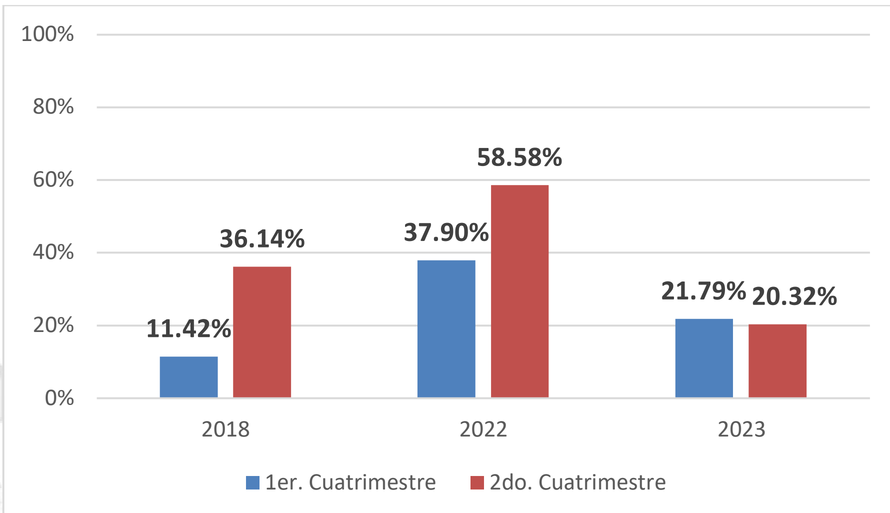


Gráfico 3
Errores debidos a asociaciones incorrectas

Se realizaron pruebas de diferencias de proporciones sobre los errores cometidos por el uso inadecuado de estrategias entre los primeros y segundos cuatrimestres de los años analizados, pero no se hallaron diferencias significativas debido a que son muy pocos los estudiantes que cometen este tipo de errores.

4. Análisis

De las observaciones realizadas, se puede afirmar que el año 2022 presenta la menor proporción de ejercicios realizados, como así también, la menor proporción de ejercicios bien resueltos y la mayor proporción de errores en cada categoría de análisis de errores. Aun así, de la comparación de los primeros cuatrimestres del 2022 y 2023 no se observan diferencias significativas en lo que respecta a errores relacionados con conocimientos previos, mientras que hay diferencias significativas entre éstos y el 2018. Este hecho indica, en primer lugar, que hubo un aumento en los errores por conocimientos previos luego de la pandemia, aunque haya habido una leve disminución en el año 2023, como se observa en el Gráfico 2.

Por otro lado, las resoluciones analizadas del año 2022 presentan mayor proporción de errores cometidos por asociaciones incorrectas a comparación de los años 2018 y 2023, mientras que estos últimos no presentan diferencias significativas. Esto implica una considerable disminución en la frecuencia de estos errores.

ISSN 2448 – 7945

A su vez, resulta evidente que, en los primeros cuatrimestres, los errores más persistentes y que ocurren con mayor frecuencia son aquellos relacionados a conocimientos previos, en específico, por errores debido a despejes incorrectos y a errores en el desarrollo del método. En general, estos errores refieren a conocimientos que, si bien se ejercitan en el curso de la asignatura debido a que son necesarios, no son impartidos en la misma.

Asimismo, que se hallaran diferencias significativas entre los cuatrimestres de un mismo año en errores por asociaciones incorrectas, como en 2018 y 2022, implica que los estudiantes de los segundos cuatrimestres (que presentan mayor proporción en cada caso) presentan más dificultades en el aprendizaje de este contenido.

En cambio, en lo que respecta a errores por conocimientos previos, los estudiantes de los primeros y segundos cuatrimestres de 2018 y 2022 no presentan diferencias significativas y aumenta en el segundo cuatrimestre. Si bien los cuatrimestres del año 2023 presentan diferencias al igual que los años anteriores, la proporción del segundo cuatrimestre disminuye levemente.

5. Conclusiones

Del análisis se puede concluir que tanto en el primer cuatrimestre del 2018 como del 2023 hubo una mayor cantidad de estudiantes que realizaron el ejercicio del examen parcial correspondiente a ecuaciones diferenciales ordinarias a diferencia del primer cuatrimestre del año 2022.

De este análisis se desprende que resulta fundamental que, como docentes, podamos hacer mayor hincapié en el repaso, al comienzo del dictado la asignatura, de los temas vistos previamente y que no han sido conceptualizados. Como así también, ser más explícitos al momento de utilizar estos conocimientos previos en la resolución de los ejercicios para que los estudiantes puedan comprender no sólo el contenido a tratar, sino también contenidos previos.

6. Referencias

Barbarán Sánchez, J. J., y Bravo, J. A. F. (2014). El análisis de errores en la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias. Una metodología para desarrollar la competencia matemática. *Enseñanza de las Ciencias. Revista de investigación y experiencias didácticas*, *32*(3), 173–186. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.1122

Inbar, S., Movshovitz-Hadar, N., y Zaslavsky, O. (1987). An Empirical Classification Model for Errors in High School Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, *18*(1), 3. https://doi.org/10.2307/749532

Radatz, H. (1979). Error Analysis in Mathematics Education. *Journal for Research in Mathematics Education*, *10*(3), 163. https://doi.org/10.2307/748804

ISSN 2448 – 7945

Rico, L. (1995). Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. En P. Gómez, J. Kilpatrick, y L. Rico (Eds.), *Educación Matemática. Errores y dificultades de los estudiantes* (pp. 69–108). Una Empresa Docente.

ELABORACIÓN DE UN LIBRO ELECTRÓNICO DEL TEMA ESTIMACIÓN PARA LAS ASIGNATURAS DE INFERENCIA ESTADÍSTICA

Pineda Becerril Miguel de Nazareth[1, *], García León Omar[2], Aguilar Márquez Armando[3] y León Rodríguez Frida[4]
[1,2,3,4]*Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, UNAM. Carretera Cuautitlán-Teoloyucan Km. 2.5, Colonia San Sebastián Xhala. Cuautitlán Izcalli, Estado de México, C. P. 54714.*

ID-POSM005

Resumen

El material electrónico multimedia desarrollado del tema de Estimación para las asignaturas de inferencia estadística que se imparten en las licenciaturas de Contaduría y Administración de empresas, tiene como objetivo principal que el alumno comprenda de una manera sencilla los conceptos y metodologías para realizar una buena estimación según sea el caso que se presente.

Este material electrónico abre el escenario de la inferencia estadística, la cual se ocupa de establecer generalizaciones acerca de la población con base en una muestra. El tema de Estimación se detalla a partir de la didáctica pregunta respuesta y ejemplos específicos para la mejor comprensión de los procedimientos. Este material electrónico multimedia, que comprende diez capítulos, incluye la distribución bootstrap, que es un método no paramétrico, pues no parte de ningún supuesto acerca de la población de la cual procede la muestra; su utilidad se aprecia como alternativa estadística, por ejemplo, cuando no se cumplen los supuestos para poder utilizar un modelo; supóngase en este caso la falta del requisito de normalidad.

Este libro o material electrónico multimedia ofrecerá al estudiante una experiencia a pantalla completa con galerías, videos, diagramas interactivos, expresiones matemáticas y más; este libro da vida al contenido en formas que una página impresa no lo puede hacer. Los alumnos podrán hojear el libro con sólo deslizar un dedo en la pantalla.

En resumen, los contenidos multimedia de este libro aportarán ventaja a la hora de las explicaciones y de la comprensión de los conceptos; al ser interactivo, se aprovecharán todas las ventajas que proporciona el internet, calculadoras desarrolladas y las respectivas aplicaciones. Con este material desarrollado se aprovecha la flexibilidad digital y en una actualización se podrán seleccionar contenidos, añadir, modificar, etc.

Palabras clave: *Libro, electrónico, estimación, inferencia, estadística.*

1. Introducción

Las Tecnologías de la Información y la Comunicación, TICs, plantean nuevos escenarios que requieren una revisión del modelo clásico de enseñanza, ya que tanto

[1] *Autor para la correspondencia. *E*-mail: MNAZARETHP@GMAIL.COM

las metodologías, la forma de acceder y adquirir los conocimientos y los recursos utilizados, se ven afectados por esta tecnología. Los estudiantes de hoy han crecido inmersos en la tecnología, donde la computadora, las tabletas y los celulares, etc., son formas en que interactúan con su mundo, por lo que necesitan material de estudio que se ajuste a la forma en como aprenden.

Material didáctico acorde a estas ideas son los libros de texto digital integrados en entornos virtuales adecuados; un libro electrónico es una publicación cuyo soporte es un archivo electrónico que pueda almacenarse en distintos soportes digitales y permite incorporar elementos interactivos y multimedia. La elaboración del libro multimedia del tema de estimación para los cursos de Inferencia Estadística que se imparten en las licenciaturas de Administración y Contaduría de la FES-Cuautitlán en un entorno virtual, se fundamenta en la teoría del constructivismo social, la cual sostiene que un ambiente de aprendizaje óptimo es aquel donde existe una interacción dinámica entre los profesores, los alumnos y las tareas que proveen oportunidades para que los alumnos construyan su propio conocimiento, lo que ocurre debido a la interacción con los otros.

En resumen, los contenidos audiovisuales del libro electrónico aportarán ventajas a la hora de las explicaciones y de la comprensión de los conceptos. Al ser interactivos, se aprovecharán todas las ventajas de la red y sus aplicaciones. Se adaptarán a los cambios curriculares y aprovechando la flexibilidad digital, los profesores podrán seleccionar contenidos, añadir, modificar, etc., es decir, serán libros de textos que estarán en continua revisión.

2. Metodología o desarrollo

La figura 1 nos muestra la portada del libro multimedia desarrollado para el tema de estimación, este tema está incluido en los temarios de las asignaturas de Inferencia Estadística de las licenciaturas de Administración y Contaduría que se imparten el Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán.

ISSN 2448 – 7945

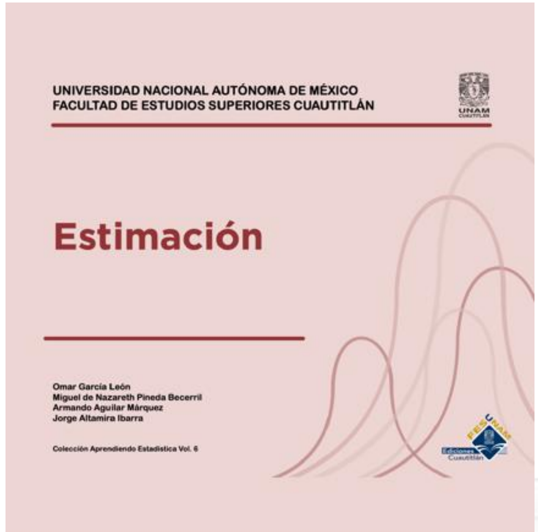


Figura 1. Portada del libro multimedia del tema de Estimación.

El contenido del libro interactivo es el siguiente: Video de presentación, Capítulo 1 Introducción, Capítulo 2 Propiedades de los estimadores, Capítulo 3 Evaluación de la bondad de un estimador puntual, Capítulo 4 Estimación por intervalos, Capítulo 5 Bootstraping, Capítulo 6 Ejercicio resueltos, Capítulo 7 Formulario, Capítulo 8 Actividades I. Ejercicios, Capítulo 9 Actividades II. Ejercicios y Capítulo 10 Bibliografía. La figura 2 nos muestra el contenido del libro.


Contenido

Figura 2. Contenido del libro electrónico del tema de Estimación.

En cada capítulo se desarrolló la parte teórica en forma de preguntas y respuestas, con la finalidad de que los alumnos adquieran una mejor comprensión de los temas.

La figura 3 nos muestra la forma de preguntas y respuestas del capítulo 2 propiedades de los estimadores.


Colección Aprendiendo Estadística Vol. II

que no quiere decir que el valor calculado, para una muestra específica, tenga una alta probabilidad de aproximarse al parámetro desconocido.

Entonces, ¿cómo se consigue, a partir de una muestra, que el valor del estimador calculado tenga una alta probabilidad de aproximarse al valor del parámetro desconocido?

El estimador puntual insesgado, que tiene la mayor probabilidad de aproximarse al verdadero valor del parámetro desconocido, será aquel que tenga la menor variabilidad alrededor del valor del parámetro. Esta propiedad de mínima varianza se conoce como eficiencia del estimador.

¿Cuándo se dice que un estimador es eficiente?

Un estimador $\hat{\theta}$ es más eficiente, que un estimador φ para estimar el parámetro A, si el primero tiene una varianza menor que el segundo. Observe que en la figura 2.4., inciso a), el centro representa el parámetro A y los tiros el valor del estimador, o estimación $\hat{\theta}$, proporcionado por cada muestra. En la figura 2.4, inciso b), se representa el mismo parámetro A, pero ahora los tiros indican los valores del estimador φ. El estimador $\hat{\theta}$ es un estimador eficiente del parámetro poblacional A, porque tiene menor variabilidad y por lo tanto menor varianza que el estimador φ.

Figura 2.4. Eficiencia de un estimador

21

Figura 3. Desarrollo del contenido del capítulo 2.

En este libro se utilizaron recursos interactivos para explicar mejor la parte teórica o en la resolución de un ejercicio. En la figura 4 se muestra un widget el cuál se hizo con la finalidad de poder visualizar y calculo del valor de z a partir de un área proporcionada, el alumno puede definir el valor de z y automáticamente obtendrá el área acumulada bajo la curva.

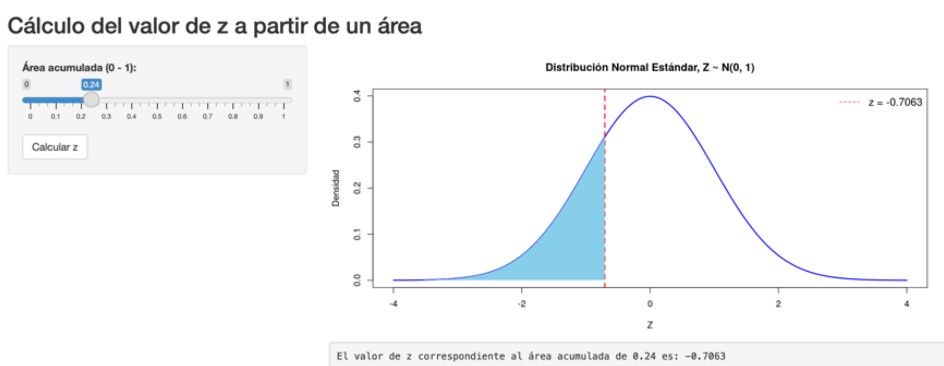


Figura 4. Recurso interactivo área acumulada bajo la curva.

También se desarraron calculadoras virtuales, en la figura 5 podemenos una calculadora para el intervalo de confianza para una media con la varianza conocida. Esta calculadora virtual interactiva está diseñada para ayudarte a calcular intervalos de confianza cuando la varianza de la población es conocida. Es una herramienta educativa que facilita la comprensión de conceptos estadísticos al permitirte introducir tus propios

ISSN 2448 – 7945

datos, como la media muestral, el tamaño de la muestra, el nivel de confianza y la varianza poblacional. De manera automática, la calculadora realiza los pasos necesarios y muestra el resultado del intervalo, reforzando el aprendizaje sobre su interpretación y aplicación.

Ideal para estudiantes, docentes y cualquier persona que desee practicar o verificar cálculos, esta herramienta no solo proporciona el resultado, sino que también fomenta el desarrollo de habilidades críticas en estadística mediante un recurso dinámico, práctico y accesible en línea.

En la figura 6 seleccionamos un tamaño de muesta 50, con una media 100 y una desviación estándar conocida, al ingresar nuestros datos en la calculadora virtual, automaticamente nos aparecerán los valores del intervalo de confianza, límite inferior 97.23 y el límite superior 102.77.

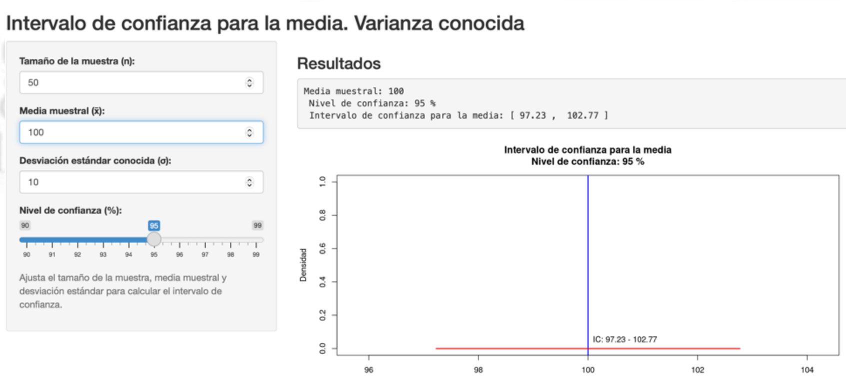
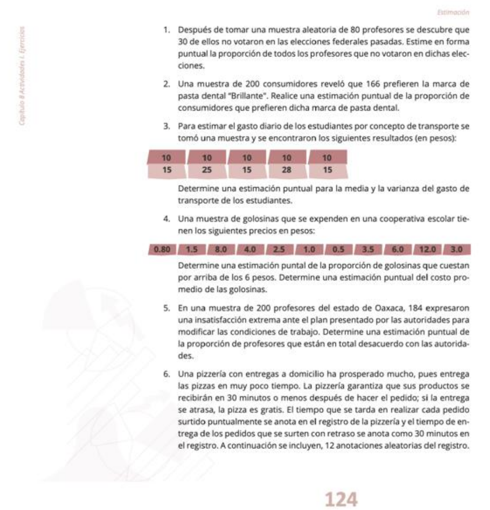


Figura 5. Calculadora virtual

Con el propósito de que los alumnos refuercen y apliquen los conocimientos adquiridos sobre el tema de estimación, se elaboró un capítulo titulado "Actividades II. Ejercicios". Este apartado incluye una serie de ejercicios diseñados para ser resueltos utilizando las herramientas y recursos explicados en los capítulos anteriores. De esta manera, se promueve el aprendizaje activo, permitiendo a los estudiantes practicar los conceptos teóricos en situaciones concretas.

La Figura 6 presenta una vista del capítulo 5 del libro multimedia, en el cual se integran las actividades de manera interactiva, favoreciendo el desarrollo de habilidades analíticas y el pensamiento crítico en el área de la estadística.

ISSN 2448 – 7945



Estimación

1. Después de tomar una muestra aleatoria de 80 profesores se descubre que 30 de ellos no votaron en las elecciones federales pasadas. Estime en forma puntual la proporción de todos los profesores que no votaron en dichas elecciones.
2. Una muestra de 200 consumidores reveló que 166 prefieren la marca de pasta dental "Brillante". Realice una estimación puntual de la proporción de consumidores que prefieren dicha marca de pasta dental.
3. Para estimar el gasto diario de los estudiantes por concepto de transporte se tomó una muestra y se encontraron los siguientes resultados (en pesos):

10	10	10	10	10
15	25	15	28	15

Determine una estimación puntual para la media y la varianza del gasto de transporte de los estudiantes.

4. Una muestra de golosinas que se expenden en una cooperativa escolar tienen los siguientes precios en pesos:

0.80	1.5	8.0	4.0	2.5	1.0	0.5	3.5	6.0	12.0	3.0

Determine una estimación puntal de la proporción de golosinas que cuestan por arriba de los 6 pesos. Determine una estimación puntual del costo promedio de las golosinas.

5. En una muestra de 200 profesores del estado de Oaxaca, 184 expresaron una insatisfacción extrema ante el plan presentado por las autoridades para modificar las condiciones de trabajo. Determine una estimación puntual de la proporción de profesores que están en total desacuerdo con las autoridades.
6. Una pizzería con entregas a domicilio ha prosperado mucho, pues entrega las pizzas en muy poco tiempo. La pizzería garantiza que sus productos se recibirán en 30 minutos o menos después de hacer el pedido; si la entrega se atrasa, la pizza es gratis. El tiempo que se tarda en realizar cada pedido surtido puntualmente se anota en el registro de la pizzería y el tiempo de entrega de los pedidos que se surten con retraso se anota como 30 minutos en el registro. A continuación se incluyen, 12 anotaciones aleatorias del registro.

124

Figura 6. Ejercicios propuestos

5. Conclusiones

La integración de la tecnología en el proceso educativo está transformando profundamente los paradigmas tradicionales de enseñanza, incluso en contextos de escuelas con recursos limitados. Estos cambios, en términos generales, han demostrado ser positivos, ya que abren nuevas oportunidades de aprendizaje y facilitan el acceso a herramientas innovadoras que enriquecen la experiencia educativa.

En este contexto de transformación, los libros de texto también han evolucionado. La creación del libro electrónico sobre el tema de Estimación representa un esfuerzo por ofrecer a los alumnos un recurso complementario que les permita fortalecer su aprendizaje de manera más dinámica e interactiva. Se considera que, mediante el uso de este libro electrónico, los estudiantes no solo tendrán un material de apoyo para los temas del curso tradicional, sino que además podrán desarrollar un aprendizaje más significativo y autónomo.

El empleo de tecnología, en particular de software especializado, permite que los alumnos obtengan resultados de cálculos estadísticos de forma más rápida y eficiente. Esto libera tiempo y esfuerzo que anteriormente se destinaba a la mera aplicación de fórmulas, y dirige la atención hacia aspectos más críticos del aprendizaje, como la interpretación de resultados y la comprensión profunda de los conceptos.

En consecuencia, el uso del libro electrónico fomenta un enfoque educativo centrado en el pensamiento crítico, la capacidad de análisis y la toma de decisiones fundamentadas, en lugar de privilegiar la memorización mecánica de procedimientos. De este modo, se promueve una formación más integral, preparando a los alumnos no solo para resolver problemas académicos, sino también para enfrentar retos profesionales y personales en un entorno cada vez más impulsado por la información y la tecnología.

ISSN 2448 – 7945

6. Referencias

- Anderson. D. R., (2011*). Statistics for Business and Economics*, México: South-Western College Pub.
- Devore, J. (2011). *Probability and Statistics for Engineering and the Sciences*. México: CENGAGE Learning, 8 edition
- Levin, R. I., Rubin, D.S., (2010). *Estadística para Administración y Economía*. México: Ed. Pearson Prentice Hall, 7ª. Edición
- Kenneth, C.L., (2012). *Sistemas de Información Gerencial*, México: Always Learning Pearson, 12 edición
- McClave, T., Benson, P., (2010). *Statistics for Business and Economics*, México: Prentice Hall; 11 edition.
- Triola, M. (2010). *Estadística*, México: Pearson Educación 11 edición.

ISSN 2448 – 7945

DISEÑO Y DESARROLLO DE APPS INTERACTIVAS COMO COMPLEMENTO AL TEMA DE MEDIDAS DESCRIPTIVAS

Pineda Becerril Miguel de Nazareth[1, *], García León Omar[2], Aguilar Márquez Amando[3], León Rodríguez Frida[4] y Vega Becerril Héctor[5]

[1,2,3,4,5]*Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, UNAM. Carretera Cuautitlán-Teoloyucan Km. 2.5, Colonia San Sebastián Xhala. Cuautitlán Izcalli, Estado de México, C. P. 54714.*

EN-POSM006

Resumen

El temario de Estadística Descriptiva en las licenciaturas de Administración y Contaduría abarca medidas de tendencia central, dispersión y posición, fundamentales en el análisis de datos. Para reforzar estos conceptos, se desarrollaron aplicaciones web interactivas que permiten a los estudiantes organizar, analizar y describir datos de manera intuitiva, utilizando controles dinámicos como menús y deslizadores. Estas aplicaciones, que trabajan con datos agrupados y no agrupados, facilitan el cálculo automático de medidas descriptivas y la generación de histogramas, promoviendo un aprendizaje más práctico y visual. Se realizaron pruebas en un grupo de estudiantes, observándose mejoras en la comprensión conceptual, en el desarrollo del pensamiento crítico y en la capacidad de interpretación de resultados, al desplazarse el enfoque del cálculo manual hacia el análisis estadístico. En conclusión, estas herramientas representan un avance significativo en la enseñanza de estadística, ofreciendo una experiencia de aprendizaje más dinámica, efectiva y adaptada al entorno tecnológico actual.

Palabras clave: *Apps, interactivas, medidas, descriptivas.*

1. Introducción

La enseñanza de la Estadística Descriptiva en las licenciaturas de Administración y Contaduría tradicionalmente ha estado basada en métodos manuales y en el uso de fórmulas matemáticas. Sin embargo, con el avance de la tecnología educativa, se abre la posibilidad de incorporar nuevas herramientas que faciliten el aprendizaje y mejoren la comprensión de los conceptos.

Dentro de esta asignatura está el tema de Características de la información, que corresponde a las medidas descriptivas, los subtemas que se incluyen son: Medidas de tendencia central, Medidas de Dispersión, Puntuación estándar, Coeficiente de Peason y Medidas de apuntamiento.

Con el objetivo de proporcionar a las y los estudiantes bases sólidas en el tratamiento y análisis de datos, se diseñaron y desarrollaron aplicaciones web interactivas que

[1] **Autor para la correspondencia. E-mail: MNAZARETHP@GMAIL.COM*

ISSN 2448 – 7945

permiten ordenar, agrupar, clasificar, describir y observar el comportamiento de conjuntos de datos, de manera más intuitiva y accesible.

Estas aplicaciones pretenden no solo automatizar los cálculos, sino también reforzar el entendimiento de los conceptos a través de la exploración dinámica de la información, acercando a los estudiantes a un aprendizaje más significativo y participativo.

2. Metodología o desarrollo

Este módulo está diseñado para proporcionar herramientas interactivas que ayudarán a profundizar y reforzar los conceptos fundamentales de la estadística descriptiva. A través de actividades prácticas e interactivas, podrás explorar temas clave como la organización de datos, las medidas de tendencia central.

Con el uso de simuladores, gráficos dinámicos y ejemplos interactivos, se puede experimentar con los conceptos en tiempo real, lo que facilita la comprensión y aplicación de los métodos estadísticos en el ámbito de la administración y contaduría. Los recursos están diseñados para que el alumno aprenda a su propio ritmo y según sus necesidades, asegurando que se pueda visualizar y practicar cada tema de manera efectiva.

Estos recursos interactivos son una excelente herramienta para reforzar aprendizaje y aplicar de manera práctica los conocimientos adquiridos en la clase presencial de los alumnos.

La elaboración de las aplicaciones se llevó a cabo en varias etapas:

El primer paso fue realizar la identificación de necesidades educativas, para esto se analizaron los contenidos del curso de Estadística Descriptiva para determinar los temas más relevantes y propensos a ser apoyados mediante herramientas interactivas, enfocándose en las medidas descriptivas básicas.

El segundo paso fue realizar el diseño de las aplicaciones, en este paso se planteó la creación de apps web reactivas utilizando tecnologías que permitieran la interacción inmediata en un navegador. En el diseño de las interfaces consideró la simplicidad, el uso de controles deslizantes, menús desplegables, y otras herramientas de UI para facilitar su uso.

Para realizar el desarrollo técnico, las aplicaciones fueron programadas para trabajar tanto con datos agrupados como no agrupados, generando de forma automática cálculos de:

- Medidas de tendencia central (media, mediana, moda)
- Medidas de dispersión (rango, varianza, desviación estándar)
- Medidas de posición (cuartiles, percentiles)

ISSN 2448 – 7945

- Estadísticos de forma (asimetría y curtosis)

Además, se incluyó la generación automática de histogramas y el análisis del efecto de cambios en el número de clases.

Cuando se realizó la integración de datos de entrada, se permitió a los usuarios generar números aleatorios o cargar sus propios archivos de datos (.csv o similar), ofreciendo flexibilidad para distintas actividades prácticas.

Las pruebas piloto se realizaron con las aplicaciones, las cuales fueron probadas en cursos reales con estudiantes de Administración y Contaduría que cursaban el 3er semestre la asignatura de Estadística Descriptiva, quienes realizaron ejercicios de exploración y análisis de datos utilizando las herramientas.

3. Resultados

En la figura 1 se muestra la app interactiva la cual es un generador de tabla de frecuencias y estadísticas, en esta app se puede seleccionar la cantidad de dato que van desde 10 hasta 1000, también se puede seleccionar el tipo de distribución, que son una distribución normal, una distribución uniforme y una distribución de Poisson, se selecciona la media, la desviación estándar, el número de clases, se cuenta con un botón para que se pueda generar la tabla de distribución de frecuencias, además se puede descargar la tabla de distribución de frecuencias generada en archivo csv.

Figura 1. App interactiva para datos agrupados

En la figura 2 se puede observar el histograma que se generó cuando se seleccionó 100 datos, con una distribución normal, con media igual a 100, una desviación estándar 10 y 6 clases.

ISSN 2448 – 7945

Figura 2. Histograma para los datos agrupados generados

Otra aplicación que se diseñó y desarrolló fue un Generador de Datos Aleatorios y Estadísticas, orientado al trabajo con datos no agrupados. Esta herramienta permite a los usuarios seleccionar de manera intuitiva la cantidad de datos que desean generar, utilizando una barra deslizadora que abarca un rango de 0 a 1000 datos.

Además, la aplicación ofrece la posibilidad de elegir entre tres tipos de distribuciones de probabilidad: Distribución Normal, Distribución Uniforme y Distribución de Poisson

El usuario puede especificar parámetros clave, como el valor de la media y la desviación estándar, en el caso de las distribuciones que lo requieran. Una vez establecidos estos parámetros, mediante un botón de acción, se genera automáticamente el conjunto de datos aleatorios.

La app presenta de forma inmediata:

La lista de datos generados, visibles en pantalla.
Las estadísticas descriptivas calculadas automáticamente (media, varianza, desviación estándar, coeficiente de variación).
El histograma correspondiente al conjunto de datos, permitiendo observar de manera gráfica el comportamiento de la distribución seleccionada.

Esta herramienta no solo facilita la comprensión del proceso de generación de datos según distintas distribuciones, sino que también permite al estudiante visualizar y analizar de forma simultánea tanto los datos como sus características estadísticas y su representación gráfica.

El propósito principal de este generador es fortalecer el entendimiento de conceptos como la variabilidad, el comportamiento de distintas distribuciones de probabilidad y la interpretación gráfica de datos, todo dentro de un entorno interactivo, amigable y de fácil acceso desde un navegador web. En la figura 3 podemos observar como se ve el app en la página web.

ISSN 2448 – 7945

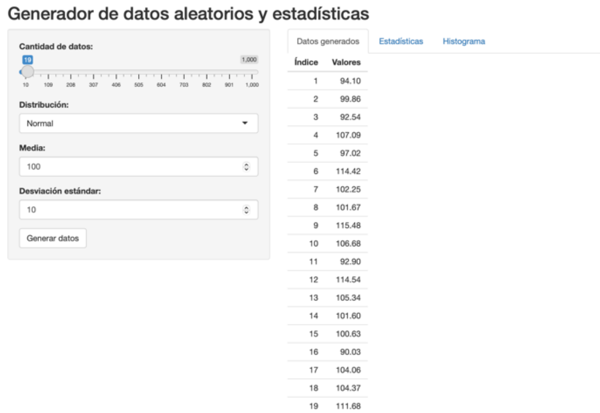


Figura 3. App para datos no agrupados

Por ejemplo, si seleccionamos en la barra deslizadora 19 datos, con una distribución normal, con una media de 100 y una desviación estándar de 10, las estadísticas que se generan se pueden observar en la figura 4, que es la media, varianza desviación estándar. Los resultados que nos muestra la app son: una media de 102.96, una varianza de 58.22, desviación estándar de 7.63 y un coeficiente de variación de 7.41.

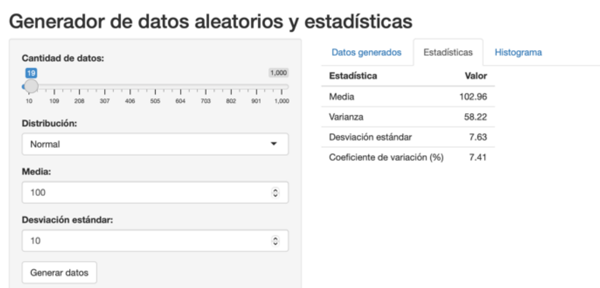


Figura 4. Estadística de los datos.

4. Conclusiones

La incorporación de aplicaciones web interactivas en el proceso de enseñanza de la Estadística Descriptiva en las licenciaturas de Administración y Contaduría ha demostrado ser una estrategia eficaz para mejorar el aprendizaje de conceptos fundamentales. Estas herramientas no solo facilitan el cálculo automático de medidas descriptivas, sino que, al ofrecer una interacción directa con los datos, fomentan una comprensión más profunda y significativa de los fenómenos estadísticos.

El uso de simuladores, generadores de datos y visualizaciones gráficas, como histogramas, permite a las y los estudiantes experimentar en tiempo real con diferentes tipos de distribuciones, reforzando el análisis crítico y la interpretación de resultados, habilidades esenciales en su formación académica y profesional.

Las pruebas piloto realizadas con estudiantes evidenciaron un mayor nivel de participación, motivación e interés por los temas de estadística, al poder observar de manera inmediata el efecto de los cambios en los parámetros de las distribuciones y sus implicaciones en las medidas estadísticas.

Se concluye que el desarrollo de estas aplicaciones representa un valioso complemento a las clases presenciales, al integrar la tecnología en el aula como un recurso que no solo moderniza la enseñanza, sino que también enriquece el proceso educativo, contribuyendo a una formación estadística más sólida, aplicada y contextualizada a las necesidades de su perfil profesional.

6. Referencias

- Anderson. D. R., (2011). *Statistics for Business and Economics*, México: South-Western College Pub.
- Devore, J. (2011). *Probability and Statistics for Engineering and the Sciences*. México: CENGAGE Learning, 8 edition
- Levin, R. I., Rubin, D.S., (2010). *Estadística para Administración y Economía*. México: Ed. Pearson Prentice Hall, 7ª. Edición
- Kenneth, C.L., (2012). *Sistemas de Información Gerencial*, México: Always Learning Pearson, 12 edición
- McClave, T., Benson, P., (2010). *Statistics for Business and Economics*, México: Prentice Hall; 11 edition.
- Triola, M. (2010). *Estadística*, México: Pearson Educación 11 edición.

ISSN 2448 – 7945

PROPUESTA DE APLICACIÓN DEL MÉTODO DE REGRESIÓN LINEAL MÚLTIPLE CON RSTUDIO EN EL SECTOR TRANSPORTE

Lagunes Toledo Ana Maria[1, *], Córdoba Lobo Víctor Manuel[2]
[1, 2] *Unidad Profesional de Ingeniería y Ciencias Sociales y Administrativas (UPIICSA) del IPN [1] Av. Té 950, Col. Granjas México, C.P. 08400, Del. Iztacalco, Ciudad de México*

EN-POSM008

Resumen

Gracias a la infraestructura vial de un país, se facilita el tránsito de personas y mercancías de un lugar a otro, se requiere una movilidad eficiente y sostenible de los vehículos terrestres, con la finalidad de lograr, mejores resultados con el uso mínimo posible de recursos y reduciendo al máximo el impacto al medio ambiente. Es aquí en donde la variable "consumo de combustible" toma una principal relevancia. Entonces, lograr un modelo predictivo que optimice dicho consumo, daría beneficios tanto desde el punto de vista gestión de costos, como de gestión para reducir el consumo de combustible.

El objetivo de este trabajo es que los estudiantes, realicen una propuesta de modelo de consumo de combustible, utilizando el método de Regresión Lineal Múltiple con lenguaje de programación R. Como marco metodológico de enseñanza, se propone él Constructivismo, de manera que los estudiantes construyan sus conocimientos a partir de su interacción con el mundo, utilizando problemas reales de su entorno, para qué de manera activa, apliquen diferentes técnicas de una investigación estadística, que le den solución a la problemática y así lograr un aprendizaje significativo.

Este artículo describe paso a paso la propuesta metodológica a seguir. Como primer paso se incluye una revisión teórica documental sobre Métodos cuantitativos causales, Modelos Predictivos, Regresión Lineal Múltiple, Condiciones de aplicabilidad, Criterios de bondad del ajuste y calidad del modelo. Como segundo paso, realizar el análisis de regresión de los datos y gráficos, utilizando Rstudio. Finalmente se presentan resultados, interpretación, conclusiones y sugerencias para futuras líneas de investigación.

Palabras clave: consumo_1, Modelo _2, Predictivo_3, Regresion_4, Programación_5.

1. Introducción

Varios investigadores en Latinoamérica, han dirigido sus trabajos hacia la creacion de un modelo estadístico, como herramienta de gestión poderosa para la predicción y optimización del consumo de combustible de vehículos de autotransporte, tanto de personas como de mercancías. En México, Alcántar y su equipo, proponen un modelo estadístico de Regresion Lineal Múltiple sobre el rendimiento de combustible en vehículos utilizados en el transporte de mercancías, con significancia estadística, utilizando como variables explicativas:Tipo de ruta de operación, antigüedad de la unidad y cantidad de diesel consumido en baja(marcha en ralentí) con un nivel de confianza del 95%,

[1 *] *Autor para la correspondencia. E-mail: a-lagunes@hotmail.com*

logrando explicar un 94% del efecto de interés modelado.(Alcántar,Treviño & Martínez, 2015, pp. 236-253)

En Perú, Gamboa realiza una investigación para su tesis de maestría, en donde hace una propuesta de un modelo para estimar el consumo de combustible de omnibuses interprovinciales de pasajeros, utiliza el método de Regresión Lineal múltiple y como variables regresoras, seis variables conductuales (Inercia, frenadas bruscas, aceleradas bruscas, aceleración, velocidad y revoluciones por minuto) y seis variables operacionales (Ralentí, pendiente, altitud, Carga de la unidad, temperatura, velocidad del viento) para una confiabilidad del 95% logrando explicar un 97% del efecto de interés modelado. (Gamboa Gonzáles,2022,p. 5)

Para la Comisión Nacional para el uso eficiente de la energía en México, las causas mas importantes de un pobre rendimiento de combustible son: en primer lugar, los hábitos del conductor:

a) Calentar el motor del automóvil por mas de un minuto (Funcionamiento en vacío)
b) Acelerar rapidamente
c) Viajar a altas velocidades
d) Tránsito denso
e) Usar inmoderadamente el aire acondicionado

En segundo lugar está, la condición mecánica del autotransporte. (CONUEE, Rendimiento de combustible,2020,párr. IV) Esto nos lleva a pensar, que existen variables que pueden ser controladas por el conductor, para lograr un uso mas eficiente en cada trayecto.

Así que, optimizar el consumo de combustible, se ha convertido en una prioridad desde el punto de vista ambiental y de costos para las empresas, lo que representa un reto para el egresado de Ingeniería en transporte, quien deberá identificar las variables mas influyentes de un modelo, que le permita una acertada gestión de la reducción del consumo de combustible en el transporte de personas y de mercancías.

1.1 Marco Teórico

1.1.1 Modelado originado por la teoría (Técnicas explicativas o de dependencia)

Existen análisis en donde las variables que intervienen no tienen una importancia equivalente, esto es, porque alguna variable destaca como dependiente principal, la cual es explicada por las demás variables independientes, lo que se busca es relacionar todas las variables por medio de una ecuación o modelo. El método ha utilizar será entonces la Regresión Lineal (Pérez, 2016, p. 3)

1.1.2 Regresión Lineal múltiple y sus condiciones de aplicabilidad

Para fines de esta investigación se define, el análisis de regresión lineal múltiple como una técnica estadística que se utiliza para analizar la relación entre una única variable criterio y varias variables independientes (predictoras), cuyo objetivo puede ser tanto predicción como explicación. En el diseño del análisis, un elemento muy influyente es el tamaño de la muestra, ya que tiene un impacto directo en la conveniencia y la

ISSN 2448 – 7945

potencia estadística de la Regresión múltiple. Recordemos, que la potencia de la regresion lineal se refiere a la probabilidad de detectar como estadísticamente significativo un nivel especifico de R^2 o un coeficiente de regresion para un nivel de significación y un tamaño de muestra específico (Hair et al.,2007,p. 540)

Una vez elaborado el modelo, se requiere la contrastación de los supuestos del análisis de regresión

a) La linealidad del fenómeno medido
b) La varianza constante del término de error
c) La independencia de los términos de error
d) La normalidad de la distribucion del término de error

Es muy importante recordar, que la medida principal del error de predicción para el valor teórico es, el residuo. El análisis de residuos se puede hacer tanto con gráficos o bien con test estadísticos.

Por último, para medir la significación del modelo en su conjunto, se utiliza el coeficiente de determinación R^2, el cual es una medida de, “que tan bien se ajusta la ecuación obtenida a los datos” (Triola, 2018, p.494) Este coeficiente, esta influenciado por el número de variables predictor, relativas al tamaño muestral. (Regla: desde un máximo de 10 a 15 observaciones por variable independiente hasta un mínimo de 4 observaciones por variable independiente)

Todos los programas estadísticos, también nos ofrecen el coeficiente de regresión ajustado $(R^2\ ajustado\ para\ el\ número\ de\ variables\ y\ el\ tamaño\ de\ la\ muestra)$ ya que es muy útil para comparar las diferentes ecuaciones de regresión estimadas con distintas variables independientes o diferentes tamaños muestrales.

2. Desarrollo

2.1 Procedimiento

Como sustento pedagógico de esta actividad en clase, se propone el planteamiento de un problema dentro del contexto del estudiante, con participación activa para desarrollar la reflexión y su pensamiento crítico, sumado a la utilización de la tecnología para despertar el interés y su motivación en el proceso de solución. Para lo que se utiliza Rstudio, como herramienta de código abierto para extraer información de los datos, es un entorno de desarrollo integrado, el cual fue diseñado específicamente, para la programación con lenguaje R, con una interfaz de usuario amigable y que proporciona funciones avanzadas para el análisis de datos y computación estadística.(Fernández, 2025, párr. 1) Se trabaja con una base de datos denominada Consumo_Combustible.xlsx (es una base de de 28 viajes realizados por tres omnibuses marca Volvo desde Octubre 2019 hasta enero del 2020) (Gamboa, 2022, p. 120)

El objetivo de este trabajo, es que los estudiantes obtengan un modelo a través del análisis de regresión lineal, a partir de datos reales utilizando como variable dependiente consumo de combustible y como variables Independientes o regresoras: seis variables conductuales y una variable operacional Patrón de Ralentí (como una buena evidencia del tráfico en la ruta, ya que detecta los periodos de tiempo donde el

ISSN 2448 – 7945

vehículo está encendido sin movimiento) La idea principal es utilizar variables que puedan ser controladas por el conductor o el administrador (quien puede decidir a que hora es más conveniente hacer el envío para evitar los tráficos en las rutas) con la finalidad de optimizar el consumo de combustible a través de una conducción eficiente y así, disminuir su impacto en la emisión de gases a la atmósfera. Las variables son:
Y Consumo Real (galones)
X1 Inercia (% tiempo) X2 Ralentí (% tiempo) X3 Aceleración X4 Velocidad promedio (km/hora) X5 Revolución de motor (rpm) X6 Frenadas bruscas (cantidad por viaje)
X7 Aceleradas bruscas (cantidad por viaje). Una vez obtenida la ecuación con Rstudio, los estudiantes deben interpretar sus resultados, comprobar si se cumplen los supuestos de regresión, examinar la significación estadística del modelo y dar sugerencias para adecuar el modelo en caso necesario. Para seleccionar el mejor modelo en R, existen algunas métricas como son: Cp de Mallow, adjr2 (R2ajustado) y el AIC (Criterio de Información de Akaike) es un estadístico que estima la calidad relativa de un modelo en función de la verosimilitud y el número de parámetros, el criterio es cuanto menor sea el AIC, mejor será el modelo, porque significa que tiene una mayor probabilidad y una menor complejidad. Esta métrica la utiliza Rstudio en el "Método de stepwise o selección a pasos" (R comienza con el modelo completo y de manera iterativa se van eliminando, una a una las variables menos útiles) (Gil, 2018, párr.3)

2.2 Codigo en Rstudio

```
library(readxl)
library(corrplot)
library(car)
library(MASS)
attach(Consumo_Combustible)
View(Consumo_Combustible)
names(Consumo_Combustible)
model<-lm(Y~ X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7, data = Consumo_Combustible)
summary(model)
cor(Consumo_Combustible)
X.vars<-data.frame(X1, X2,X3,X4,X5,X6,X7); X.vars
X.cor<-cor(X.vars)
corrplot(X.cor, method = "circle")
corrplot()
vif(model)
par(mfrow=c(2,2))
plot(model, main = "Consumo_Combustible",col="blue", pch=16,
   cex.lab=1 ,ces.main=0.8)
resi1<- studres(model)
```

```
modelo1<-lm(Y~X2+X4+X7, data = Consumo_Combustible)
summary(modelo1)
vif(modelo1)
modelo2<-lm(Y~X1+X4+X6+X7, data = Consumo_Combustible)
summary(modelo2)
vif(modelo2)
seleccion=stepAIC(model,direction = ("both"))
summary(seleccion)
Bestmodel<-lm(Y~X1+X4+X6+X7 , data = Consumo_Combustible)
summary(Bestmodel)
vif(Bestmodel)
cor(Consumo_Combustible)
X.vars<-data.frame(X1,X4,X6,X7); X.vars
X.cor<-cor(X.vars)
corrplot(X.cor, method = "circle")
corrplot()
residual=shapiro.test(resid(Bestmodel))
print(residual)
durbinWatsonTest(Bestmodel)
```

```
shapiro.test(resi1)
par(mfrow=c(1,2))
qqnorm(resi1,sub="Studentized Residuals", col="red",
   pch=16,main = "Consumo_Combustible")
text(0,3,"Normal Q-Q Plot")
qqline(resi1,col= "blue")
library(car)
ncvTest(model)
durbinWatsonTest(model)
install.packages("leaps")
library(leaps)
attach(Consumo_Combustible)
head(Consumo_Combustible)
subset<-regsubsets(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7, data = Consumo_Combustible,
nbest = 2)
summary(subset)
par(mfrow=c(1,2))
plot(subset,scale = "Cp")
plot(subset,scale = "adjr2")
```

```
library(car)
ncvTest(Bestmodel)
```

Figura 1. Códigos en Rstudio. Elaboración propia a partir de Rstudio

ISSN 2448 – 7945

3. Resultados

3.1 Tabla de resultados

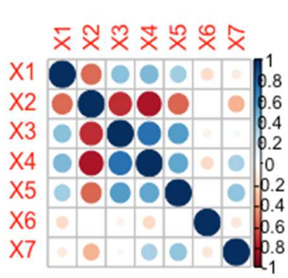
Tabla 1.

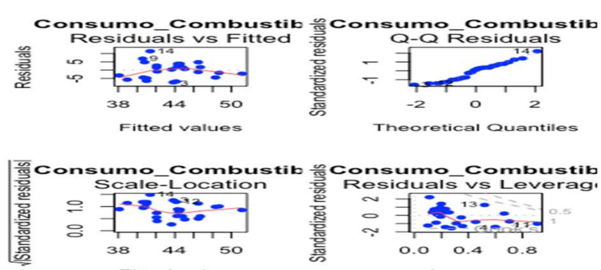
Tabla resumen de resultados.

Variables regresoras	Ecuación	Factor de inflación de la varianza (VIF)	Prueba de normalidad Shapiro-Wilk	ncvTest Homocedasticidad	Prueba de Durbin-Watson	Significación estadística
X1,X2, X3,X4, X5,X6, X7	Y= 69.5935 + 0.4865X1 - 0.2167X2 + 0.2649X3 - 0.5998X4 - 0.0160X5 + 0.8655X6 + 0.0415X7	X1 2.16 X2 5.55 X3 3.79 X4 3.98 X5 1.99 X6 1.31 X7 2.21 En la variable X2 se detecta Multicolinealidad severa, en el resto de las variables como VIF es mayor que 1 se detecta multicolinealidad	Valor p=0.3409 Como p>0.05 nos indica que tenemos una distribución normal	Valor p=0.1280 Como p>0.05 indica que la varianza es constante	DW=2.0615 Valor muy cercano a 2 indica ausencia de correlacion serial por lo tanto se comprueba la independencia de los terminos de error	R^2= 0.3074 R^2ajustado= 0.03802 Todas las variables regresoras presentan un Valor p > 0.05
Step by step (AIC= 89.99) X1,X4 X6,X7	Y= 50.2677 +0.5165X1 -0.4189X4 +0.9319X6 +0.0369X7	X1 1.398 X4 1.5296 X6 1.0635 X7 1.2442 Todos los valores del VIF son cercanos a 1	Valor p=0.7726 Como p>0.05 nos indica que tenemos una distribucion normal	Valor p=0.2464 Como p>0.05 indica que la varianza es constante	DW=1.9466 Valor muy cercano a 2 indica ausencia de correlacion serial por lo tanto se comprueba la independencia de los terminos de error	R^2= 0.2812 R^2ajustado= 0.1442 Las variables X4 y X7 son significativas en el modelo (valor p<0.05)

3.2 Gráficos de resultados

A continuación se presentan los gráficos del primer modelo propuesto (incluye las siete variables regresoras). En la Gráfica 1, de correlaciones se observa que existe una fuerte correlación entre las variables X2 - X3 y X2-X4. En la gráfica 2, se presenta el diagnóstico de residuales y en la gráfica 3 es la prueba de residuales studentizados que realiza Rstudio y nos refleja linealidad de los residuos

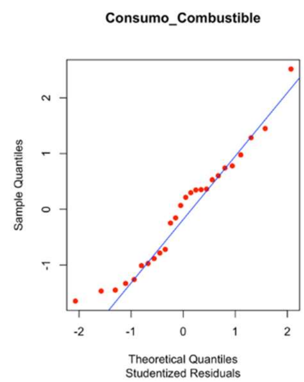




ISSN 2448 – 7945

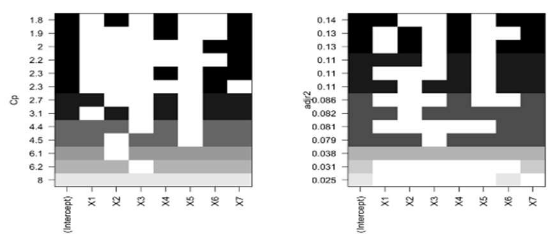
Gráfica 1. Grafica de correlaciones por el método de círculo. Elaboración propia a partir de Rstudio

Gráfica 2. Diagnóstico de Residuales. Elaboración propia a partir de Rstudio



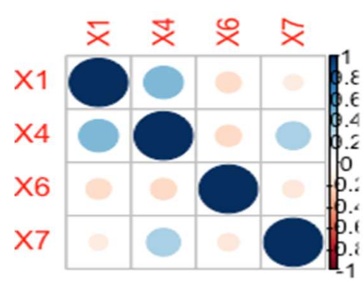
Gráfica 3. Prueba de residuales studentizados. Elaboración propia a partir de Rstudio

En la Gráfica 4 se presentan las propuestas de selección del mejor modelo que hace Rstudio utilizando el Criterio de Cp y el Criterio del adjr2.



Gráfica 4. Propuestas de modelo según Criterio Cp y Criterio adjr2. Elaboración propia a partir de Rstudio

En la siguiente gráfica se presenta las correlaciones obtenidas para el mejor modelo propuesto por Rstudio, ya no se observa correlaciones fuertes entre ninguna de las variables independientes



Grafica 5. Gráfica de correlaciones por el método de círculo para el modelo propuesto (Step by Step) Elaboración propia a partir de Rstudio

4. Análisis

En el primer modelo (incluye las 7 variables regresoras) existe una fuerte correlación entre las variables X2 - X3 y X2-X4, se observa multicolinealidad severa en la variable X2, cuyo impacto consiste en reducir el poder predictivo de la variable independiente en la medida que está asociada con las otras variables independientes.
Es importante subrayar, que la medida principal del error de predicción del valor teórico es el residuo (diferencia entre los valores observados y las predicciones de la variable dependiente), entonces los gráficos de residuos, nos pueden servir para identificar si los supuestos de la regresión se cumplen o no, por ejemplo la linealidad, también se puede utilizar los test estadísticos que ofrece Rstudio para evaluar su cumplimiento.
Los resultados obtenidos son:

a) Linealidad del fenómeno medido (Diagnóstico de residuales) Se asume linealidad
b) La varianza constante del término de error. Homocedasticidad (ncvTest) Se asume que la varianza de los residuos es constante
c) La independencia de los términos de error (Prueba de Durbin-Watson) se asume independencia entre residuos
a) La normalidad de la distribución del término de error (Prueba de Shapiro-Wilk) Se asume normalidad

Por último, se obtiene un coeficiente de determinación muy bajo, lo que indica que solo el 30.75% de la variación de la variable dependiente se explica por las variables independientes del modelo, tambien se observa que ninguna de las siete variables predictoras es significativa en el modelo (valor p > 0.05) por lo tanto se procede a adecuar el modelo y seleccionar variables para intentar lograr un “mejor modelo”. Utilizando el criterio adjr2 y el método step by step (AIC), ambos proponen un mismo modelo como el mejor , el cual incluye las variables regresoras X1, X4, X6 y X7, en el gráfico de correlaciones, ya no se identifica un problema de correlación fuerte entre las variables, el VIF nos indica valores cercanos a 1 por lo cual no tenemos problema de multicolinealidad.
Con respecto a los supuestos de un modelo de regresión

d) Linealidad del fenómeno medido (Diagnóstico de residuales) Se asume linealidad
e) La varianza constante del término de error. Homocedasticidad (ncvTest) Se asume que la varianza de los residuos es constante
f) La independencia de los términos de error (Prueba de Durbin-Watson) DW=1.95 se asume independencia entre residuos
g) La normalidad de la distribución del término de error (Prueba de Shapiro-Wilk) Se asume normalidad

Por último, con respecto a sus estadísticos de bondad de ajuste se obtiene un coeficiente de determinación muy bajo, lo que indica que solo el 28.12% de la variación de la variable dependiente se explica por las variables independientes del modelo, su valor de AIC=89.88, las variables X4 y X7 son significativas en el modelo (pvalue< 0.05).

ISSN 2448 – 7945

5. Conclusiones

1.- Se propone un modelo estadístico de Regresión Lineal Múltiple sobre el consumo real de combustible en autobuses de pasajeros, utilizando como variables explicativas: Inercia, velocidad promedio, frenadas bruscas y aceleradas bruscas, con un nivel de confianza del 95%.
2.- El modelo cumple con los principios de parsimonia, satistace todos los supuestos de un modelo de regresión lineal múltiple, se selecciona con respecto al criterio de información de Akaike (AIC) que es una medida de la calidad relativa del modelo estadístico para el conjunto de datos trabajados
3.- El valor de R^2= 0.2812 no se detecta como estadísticamente significativo, esto se puede explicar con el hecho de que R^2 está influenciado por el número de variables independientes relativas al tamaño muestral. En el caso de esta investigación, nuestro tamaño muestral se encuentra muy cercano al mínimo establecido en la regla, siete observaciones por cada variable independiente para el caso del modelo propuesto (n=28 con 4 variables independientes) por lo que se sugiere una fase subsecuente de análisis, aumentando el número de observaciones reales en la base de datos a 15 observaciones por cada variable independiente
4.- Existen limitaciones de la investigación por lo que se sugiere tomar con precaución las conclusiones obtenidas en ella. Una futura línea de investigación se sugiere correr el análisis de regresión lineal múltiple con Rstudio para una muestra de 60 observaciones.

6. Agradecimientos

El primer autor agradece el apoyo al Instituto Politécnico Nacional por la Beca EDD y COFAA otorgada a sus profesores-investigadores de la UPIICSA

El primer autor agradece el apoyo a la estudiante del programa académico de Ciencias de la Informatica de la UPIICSA, Danna Jarintzi Sánchez Ramirez.

7. Referencias

Alcántar Ruiz, R. A., Treviño Treviño, F. E., & Martínez Flores, J. L. (2015). *Modelo estadístico que permite observar el impacto de los factores que inciden en el rendimiento de combustible*. *Nova scientia*, *7*(14), 236-253. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S20070705201500 0200236&lng=es&tlng=es

Comision Nacional para el uso eficiente de la energia (2020) *Rendimiento de Combustible en vehiculos ligeros de ven ta en Mexico.* https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/601693/Cat_logo_de_Rendim ientos_2020_v20.12.pdf

ISSN 2448 – 7945

Fernández, O. (2025) Rstudio: Simmplifica tu análisis de datos y el cálculo estadístico Aprender BigData https://aprenderbigdata.com/rsdio/#:~:text=RStudio%20permite%20a%20los%20usuarios,autom%C3%A1tico%20y%20generaci%C3%B3n%20de%20informes

Gamboa Gonzáles, W.A (2022) Estimación del consumo de combustible de ómnibus interprovinciales por el método de análisis de regresión lineal múltiple basado en parámetros operacionales y estilos de conducción en la ruta Lima-Trujillo (Tesis de maestría sin publicar) Pontificia Universidad Católica del Perú.

Gil, C. (2018, mayo) *Técnicas de Regularización y selección del mejor modelo*. Rpubs by Rstudio https://rpubs.com/Cristina_Gil/Regularizacion_Seleccion Hair, J.,Anderson,R.,Tatham, R.,Black,W. (2007) *Análisis Multivariante. Pearson* Perez, M. (2016) *Mineria de datos a través de ejemplos*. Alfaomega Triola, M. (2018) *Estadistica*. Pearson

ÁLGEBRA LINEAL Y PROCESAMIENTO DE IMÁGENES: ESTRATEGIA DIDÁCTICA BASADA EN EJEMPLOS DESARROLLADOS

Rigaud Téllez Nelly [1,*], Blanco Bautista Roberto [2], Flores Herrera Viviana [3] y López Salazar Leonel Gualberto [4]

[1]*Av. Universidad Nacional S/N, Bosques de Aragón, 57171 Cdad. Nezahualcóyotl, Méx.*
[2]*Sur KM 5.5, Universidad Autónoma de Baja California Sur, 23085 La Paz, B.C.S.*
[4]*A Teoloyucan Km 2.5, San Sebastián Xhala, 54714 Cuautitlán Izcalli, Méx.*

EN-POSM009

Resumen

El artículo tiene el propósito de explorar la aplicación de conceptos de álgebra lineal, tales como, subespacios y complementos ortogonales en el procesamiento de datos para el manipuleo de color en imágenes digitales, a través de una experiencia didáctica que favorece el aprendizaje activo. Por una parte, el álgebra lineal proporciona herramientas fundamentales para la manipulación y análisis de datos, por ejemplo, en el procesamiento de imágenes representados como vectores en $\mathbb{R}^3$, donde cada coordenada indica la intensidad de los colores básicos rojo, verde y azul y sus combinaciones lineales. Por la otra parte, se emplea como sustento pedagógico al Aprendizaje Basado en Ejemplos, en donde se incluyen pistas para resaltar fragmentos significativos de información e integrar tecnología educativa en forma de texto y diagramas, en donde se conectan conceptos abstractos con aplicaciones prácticas. Como resultado se presenta la estructura de un ejemplo desarrollado aplicado a la descomposición de pixeles en dos componentes (gris y cromática), lo que incluye un programa de Python que permite la visualización de colores en un cubo tridimensional. Con ello, se fomenta el aprendizaje significativo al explicitar cómo razonar matemáticamente, cómo abstraer conceptos y manejar símbolos matemáticos de manera formal en el tema de ortogonalidad caracterizado por su alto nivel de complejidad.

Palabras clave: *Álgebra lineal, Aprendizaje Basado en Ejemplos, Ortogonalidad, Procesamiento imágenes.*

1. Introducción

Numerosos estudios destacan la importancia de motivar a alumnos en el aprendizaje de matemáticas mediante el estudio de problemas concretos y aplicables a la vida real. Este trabajo se inscribe en un proyecto de investigación PAPIME orientado a la innovación en la enseñanza de álgebra lineal, una rama clave para diversas disciplinas, especialmente en ingeniería.
La literatura existente subraya el impacto de prácticas innovadoras de enseñanza de matemáticas. Por ejemplo, Bonanzinga (2022) presenta algunos ejemplos que ilustran aplicaciones del álgebra lineal y geometría en contextos reales, destacando el papel de las tecnologías digitales e inteligentes para el aprendizaje. Estas tecnologías

[1] *Autor para la correspondencia. E-mail: nerigaud@unam.mx*

ISSN 2448 – 7945

permiten nuevas posibilidades como la comprensión de problemas complejos y abstractos de matemáticas que se facilita con la ayuda de computadoras, visualizaciones y simulaciones, como un apoyo al proceso educativo.

Sin embargo, persiste el reto de aprendizaje de álgebra lineal; los métodos tradicionales de enseñanza, centrados en definiciones y ejercicios abstractos, no logran captar el interés de los estudiantes ni consolidar su comprensión; hacen falta estrategias, materiales didácticos, ejemplos ilustrativos, entre otros.

Aunado a lo anterior, para muchos estudiantes de ingeniería resulta abrumador enfrentarse a la cantidad de nuevas definiciones de álgebra lineal, junto con la desconexión de conocimientos previos, a menudo genera una falta de compromiso, motivación y un bajo desempeño. Para los docentes, esto resulta de gran frustración, ante la aparente incapacidad de sus alumnos para hacer frente a ideas y conceptos que consideran elementales. Los docentes suelen incriminar la falta de práctica en lógica básica, aritmética, álgebra y teoría de conjuntos.

Parte de la solución a estos desafíos se encuentra en desarrollar estrategias pedagógicas que contextualicen los conceptos de álgebra lineal y los conecten con problemas concretos de la vida real.

Este trabajo presenta una primera aproximación de una experiencia didáctica, basada en el Aprendizaje Basado en Ejemplos (ABE), que se aplica al procesamiento digital de imágenes, donde se exploran conceptos fundamentales de álgebra lineal, como subespacios y complementos ortogonales. Este enfoque no solo refuerza el aprendizaje, sino que también promueve la motivación, abordando directamente la limitaciones actuales en la enseñanza del álgebra lineal.

2. Metodología o desarrollo

2.2 Aprendizaje Basado en Ejemplos

El ABE es una estrategia pedagógica que utiliza recursos educativos estructurados para facilitar la comprensión de conceptos, habilidades o resolución de problemas. Los estudios pioneros de Sweller & Cooper (1985, 1994) destacan que trabajar con ejemplos completamente resueltos puede reducir significativamente la carga cognitiva, particularmente, en etapas iniciales de adquisición de conocimientos. Esta estrategia es especialmente útil para introducir temas complejos o para estudiantes con un dominio limitado de conceptos.

Evidencias recientes, como las aportadas por Barbieri et al. (2023) y Renkl (2017) subrayan la relevancia del ABE en combinación con tecnologías digitales. Esta aproximación permite integrar visualizaciones y simulaciones interactivas que potencian las habilidades de razonamiento y los procesos de resolución de problemas, facilitando la integración gradual para estudiantes principiantes.

ISSN 2448 – 7945

Según Renkl (2021), la efectividad del ABE depende de la Teoría de la Carga Cognitiva, ya que disminuye la sobrecarga cognitiva inicial al estructurar claramente los pasos necesarios para resolver un problema. Asimismo, la definición de los objetivos y resultados asignan significado, definen metas y anticipan soluciones.

Con base en la revisión de la literatura Barbieri et al. (2023), una propuesta de estructura para los ejemplos desarrollados es la siguiente (Tabla 1):

Tabla 1. Estructura de ejemplo desarrollado

1. Título del ejemplo	
2. Objetivo	Finalidad de aprendizaje, en el que se puede especificar el concepto y habilidad a desarrollar.
3. Conceptos previos	Se resumen los conocimientos requeridos para comprender el ejemplo. Se pueden incluir recursos complementarios como enlaces, código fuente o herramientas interactivas para ampliar la experiencia de aprendizaje.
4. Descripción del caso	Se presenta el ejemplo o ejercicio, aunque, de preferencia un problema desarrollado en el que se contextualice un marco teórico o práctico.
5. Desarrollo de la solución	Se proporcionan explicaciones paso a paso, representaciones gráficas, diagramas o simulaciones, incluyendo la interpretación.
6. Reflexión	Se refiere a un análisis del significado del resultado. Su relación con el tema central, e implicaciones globales.
7. Evaluación formativa	Mecanismo para mejorar la asimilación de contenidos. De preferencia en el que se incluyan las preguntas ¿cómo? y ¿por qué?
8. Referencias bibliográficas	Fuentes de información que se han empleado para el desarrollo de ejemplo desarrollado.

2.2 Álgebra lineal y procesamiento digital de imágenes

En el contexto del procesamiento digital de imágenes, los colores pueden ser representados como vectores en un espacio tridimensional. Por ejemplo, en el modelo de color Rojo, Verde y Negro (R, V, N), cada color se describe como un vector (r, v, n), donde cada componente indica la intensidad relativa a los colores primarios. Así, el rojo corresponde a $(1, 0, 0)$ y el azul es $(0, 0, 1)$. La suma de distintos colores, tales como, rojo más azul, resulta en un tercer color $(1, 0, 1)$, que corresponde al magenta.

Lo anterior implica que la característica de color proviene de los primarios o de una combinación de números y un rango de valores.

Esta representación se fundamenta en la naturaleza tricromática de la visión humana: los conos de la retina perciben longitudes de onda correspondientes a estos colores básicos, el cerebro procesa la información y percibe esos colores, así como combinaciones (una amplia gama de colores).

Bajo el álgebra lineal, estos vectores forman un subespacio en $\mathbb{R}^3$ para etiquetar todos los colores, por ejemplo, $(0.2, 0.4, 0.9)$ rotula la intensidad del color con un 20% de rojo, 40% de verde y 90% de azul.

Difícilmente hay otra representación más eficaz para hacerlo, aunque es importante definir un rango de valores que puede variar en un rango, por ejemplo, de 0 a 255.

En imágenes digitales, cada píxel contiene un conjunto de valores numéricos que representan su color, y estas matrices numéricas son esenciales para procesar, analizar y transformar imágenes, donde conceptos como subespacios y complementos ortogonales son herramientas clave para descomponer estos datos.

3. Resultados

El desarrollo conceptual sintetizado del ejemplo desarrollado es el siguiente:

- Título: Descomposición de colores y subespacios en $\mathbb{R}^3$.
- Objetivo: Asociar el dominio de procesamiento de imágenes como una representación matricial en la que se pueden ejecutar operaciones de suma, resta, multiplicación por un escalar, por mencionar algunas de ellas.
- Conceptos previos:
  (1) Operaciones de suma, resta, multiplicación por un escalar entre vectores y matrices.
  (2) Ortogonalidad y complementos ortogonales.
  (3) Proyecciones ortogonales sobre un subespacio
- El problema

Una imagen digital se puede interpretar como una colección de puntos de color llamados píxeles. Cada píxel tiene un color específico representado como un vector $\begin{bmatrix} r & g & b \end{bmatrix}$ que, por sus siglas en inglés r, g y b son rojo, verde y azul, respectivamente. Un valor de 0 en estos componentes, es decir, $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ indica ausencia total de color, resultando en un píxel negro. Por otro lado, $\begin{bmatrix} 255 & 255 & 255 \end{bmatrix}$, representa la máxima intensidad de todos los colores, apareciendo como blanco.

a. Explica por qué los tonos de gris gr corresponden a un subespacio en $\mathbb{R}^3$ y cómo el complemento ortogonal a este subespacio representa los colores que no contribuyen al gris.

Memorias del Congreso Internacional sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán
8 y 9 de mayo del 2025, Cuautitlán Estado de México
ISSN 2448 – 7945

b. Muestra cómo una escala de grises puede descomponerse en dos componentes: un componente que es múltiplo de $[1 \quad 1 \quad 1]$, correspondiente a la parte gris, y otra que pertenece al complemento ortogonal (componente cromática).

c. Explica cómo cada píxel de la imagen puede ser representado por estas dos partes, considera un plano cartesiano en $\mathbb{R}^3$ que muestre diferentes colores para los píxeles.

- Desarrollo de la solución

La representación de matrices en imágenes de color depende del sistema de colores usados para el procesamiento de imágenes. En el problema se usa RGB, en donde cada color varía entre 0 y 255. En el contexto de álgebra lineal, dos vectores en un subespacio ($\mathbb{R}^n$) son complementos ortogonales, si su producto interno es cero (ecuación 1).

Ecuación 1

$$V^{\perp} = \{w \in \mathbb{R}^n | v \cdot w = 0, para\ todo\ v \in V\}$$

Esto significa que no tienen ningún componente en común en la dirección del otro. En términos de colores, esto se traduce en que los colores representados por vectores ortogonales no contribuyen a un mismo tono de gris.

a. Cuando los colores de r, g y b son iguales, el color resultante es un tono de gris. Esto significa que cualquier vector que represente un tono de gris, puede expresarse como $[0.5r \quad 0.5g \quad 0.5b]$, es decir (ecuación 2):

b.

Ecuación 2

$$u = [gr \quad gr \quad gr], \quad u \in \mathbb{R}$$

Dado que todos los valores gr tienen la misma proporción, o sea la multiplicación de un escalar por el vector, por ejemplo, el vector $[1 \quad 1 \quad 1]$ representa un tono de gris en el subespacio de colores $\mathbb{R}^3$. Cualquier vector ortogonal a $[1 \quad 1 \quad 1]$, no tendrá ninguna componente gris y su producto interno será cero, tal es el caso de $[1 \quad -1 \quad 0]$.
b. Si consideramos que U está generado por el vector $[1 \quad 1 \quad 1]$. La clave está en encontrar el valor gr que equilibre la intensidad de colores: Para descomponer un vector $[r \quad g \quad b]$ en sus componentes gris y cromática, podemos usar una proyección ortogonal. La componente gris es un múltiplo de (ecuación 3):

Ecuación 3

$$u = (\frac{r+v+a}{3}, \frac{r+v+a}{3}, \frac{r+v+a}{3})$$

El complemento ortogonal $u^{\perp}$ contiene la “parte de color” no gris. Esto se puede describir como una componente cromática que es la diferencia entre el vector original y la componente gris (ecuación 4):

Ecuación 4

ISSN 2448 – 7945

$$u^{\perp} = \left(r - \frac{r+v+a}{3}, v - \frac{r+v+a}{3}, a - \frac{r+v+a}{3}\right)$$

c. Para crear un gráfico, se empleará el lenguaje de programación de Python, con particular énfasis en la librería de *matplotlib*. Se emplean algunos colores cuyas coordenadas son (Tabla 2):

Tabla 2. Combinaciones lineales de color

Magenta	Cian	Anaranjado	Café
$[1 \quad 0 \quad 1]$	$[0 \quad 1 \quad 1]$	$[1 \quad 0.5 \quad 0]$	$[0.5 \quad 0.25 \quad 0]$
Gris	Rosa	Amarillo	Verde militar
$[0.5 \quad 0.5 \quad 0.5]$	$[1 \quad 0.5 \quad 0.5]$	$[1 \quad 1 \quad 0]$	$[1 \quad 1 \quad 0.5]$

Un extracto del código está presente en la figura 1:

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D

#coordenadas de colores RVA
colors =[
    (1,0,1), #magenta
    (0,1,1), #ciano
    (1,0.5,0), #anaranjado
    (0.5, 0.25, 0), #café
    (0.5, 0.5, 0.5) #gris
]

fig=plt.figure()

ax=fig.add_subplot(111, projection='3d')

#graficar cada punto con su color correspondiente

for color in colors:
    ax.scatter(*color, color=color, s=100)

ax.set_xlabel('Red')
ax.set_ylabel('Green')
ax.set_zlabel('Blue')
ax.set_title("Representación 3D de colores RVA")
plt.show()
```

Figura 1. Extracto de código en Python

La corrida genera un gráfico como el siguiente en la figura 2:

ISSN 2448 – 7945

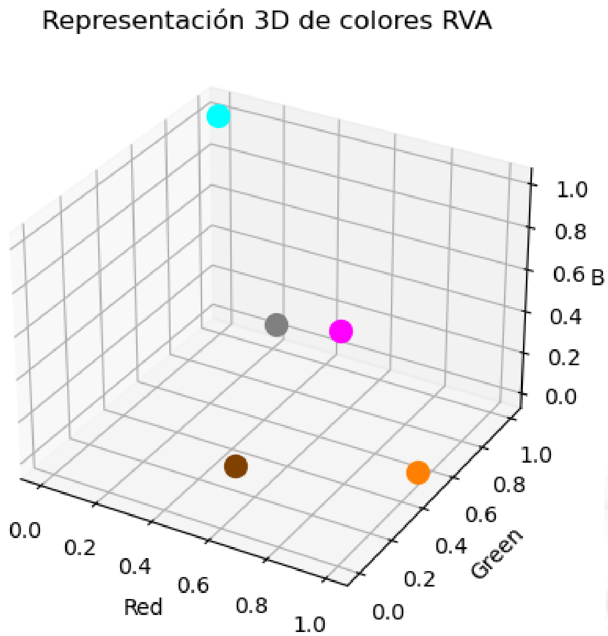


Figura 2. Extracto de código en Python

- Reflexión:

En la figura 2 se puede observar que una imagen puede ser interpretada como un arreglo de números y operaciones entre ellos. Al representar los tonos de gris como un subespacio en $\mathbb{R}^3$, generado por el vector $[1 \quad 1 \quad 1]$ y los colores que no contribuyen al gris como vectores en el complemento ortogonal, podemos comprender mejor cómo se estructuran y manipular los colores en una imagen digital.

El análisis de imágenes digitales a través de la descomposición en componentes gris y cromática ofrece una perspectiva profunda sobre la aplicación práctica de conceptos fundamentales del álgebra lineal, como la ortogonalidad y el complemento ortogonal.

- Evaluación formativa:

Elige la respuesta correcta.
¿Qué pasa si un color no es ortogonal al gris?
   a. El color no tiene ninguna componente en la dirección de los tonos de gris
   b. El color tiene un componente en la dirección de los tonos de gris.
   c. El color es negro
   d. El color es blanco

¿Cómo afecta esto al espacio generado por los tonos de gris?
   a. Indica que todos los colores son ortogonales a U, facilitando la separación de color
   b. Indica que hay una tendencia a mezclar información cromática, lo que complica la separación del color en el procesamiento de imágenes
   c. No tiene ningún efecto en el espacio generado por los tonos de gris
   d. Hace que todos los colores se conviertan en tonos de gris.

4. Discusión y/o análisis

Se optó por utilizar una plataforma que permite alojar contenido visual e interactivo. El recurso educativo digital fue evaluado por dos pares docentes, uno del área matemática y otro del área tecnológica (para la parte de programación), bajo los criterios siguientes:

Comprensión de principios pedagógicos
Creatividad e innovación
Coherencia con los objetivos de aprendizaje
Usabilidad y accesibilidad
Calidad de la construcción
Presentación y organización

Los evaluadores coincidieron en que los conceptos de ortogonalidad y complemento ortogonal son esenciales en el álgebra lineal, ya que permiten descomponer y analizar vectores en componentes independientes. En el contexto del análisis de imágenes, estos conceptos ayudan a comprender cómo diferentes colores contribuyen a la percepción visual y cómo se pueden manipular para obtener resultados deseados.

Asimismo, mencionaron que la proyección ortogonal, es una herramienta poderosa que permite descomponer un vector en componentes que pertenecen a diferentes subespacios. En este sentido, consideraron que este ejemplo, muestra cómo la ortogonalidad de un vector de color sobre el subespacio de tonos de gris proporciona una forma clara de separar la información de intensidad de color de la información cromática.

5. Conclusiones

En el contexto de la ponencia, la enseñanza de temas complejos puede ser abordado por el ABE, que representa una estrategia pedagógica inicial, posiblemente, previa al enfoque de Aprendizaje Basado en Problemas, para facilitar la comprensión de conceptos y habilidades.

La estrategia basada en ejemplos desarrolladas hace “visible” la relevancia del álgebra lineal en aplicaciones prácticas, así como resalta la importancia de comprender y aplicar estos conceptos en contextos diversos. La capacidad de descomponer y analizar vectores en componentes ortogonales es una habilidad fundamental que tiene implicaciones significativas en campos como la ciencia de datos, la ingeniería y la tecnología.

Al integrar estos conceptos en la enseñanza de matemáticas, se puede proporcionar a los estudiantes una comprensión más profunda y aplicable del álgebra lineal, lo cual les permite enfrentar desafíos en el mundo real.

Agradecimientos

El artículo ha sido posible gracias al apoyo recibido de la Dirección General de Asuntos del Personal Académico DGAPA de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), a través del proyecto PAPIME PE101224.

6. Referencias

Bonanzinga, V. (2022). Some applications of linear algebra and geometry in real life. *Report*. Pp. 12, http://dx.doi.org/10.48550/arXiv.2202.10833

Barbieri, D, Miller-Cotto, S. y Clerjuste, K.C. (2023). A Meta-analysis of Worked Examples Effect on Mathematics Performance. *Educational Psychology Review*, vol. 35, no. 11. https://doi.org/10.1007/s10648-023-09745-1

Renkl, A. (2017). Learning from worked examples in mathematics: students relate procedures to principles. *ZDM Mathematics Education, vol.* **49**, pp. 571–584. https://doi.org/10.1007/s11858-017-0859-3

Renkl, A. (2021). The Worked Example Principle in Multimedia Learning. In R. E. Mayer, & L. Fiorella (Eds.), *The Cambridge Handbook of Multimedia Learning* (3rd. ed., pp. 231-240). Cambridge University Press.

Sweller, J. y Chandler, P. (1994). Why is some material difficult to learn. *Cognitive Instruction, vol. 12*, pp. 185-233.

Sweller, J. y Cooper, G. A. (1985). The use of worked examples as a substitute for problem solving in learning algebra. *Cognitive Instruction, vol. 2*, pp. 59-89.

Memorias del Congreso Internacional sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán
8 y 9 de mayo del 2025, Cuautitlán Estado de México
ISSN 2448 – 7945

EFECTO DE LOS MANIPULATIVOS FÍSICOS EN EL ENTENDIMIENTO DE LA SUMA DE NÚMEROS ENTEROS

Espinoza Soto Juan Carlos[1,*], Reyes Rodríguez Aarón Víctor[2] y Barrera Mora Fernando[3]
[1,2,3]*Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo (UAEH).*
Carretera Pachuca-Tulancingo Km. 4.5, Colonia Carboneras,
Mineral de la Reforma, Hidalgo, C.P. 42184

ID-POSM012

Resumen

Se identificó cómo el uso de material manipulable (fichas de dos colores) apoya el entendimiento de la suma y resta de números con signo, en estudiantes de primer grado de secundaria. El sustento teórico incluye la epistemología genética de Piaget, la perspectiva sociocultural de Vygotsky y el marco de resolución de problemas. Se diseñó una secuencia de instrucción, la cual se implementó durante el ciclo escolar 2024-2025, durante diez sesiones de trabajo de 45 minutos cada una. Los participantes fueron 17 estudiantes inscritos en una escuela pública en el estado de Hidalgo. La información se recolectó mediante producciones escritas de los participantes, grabaciones en video y notas de campo. Se obtuvo evidencia de que el material manipulable apoyó la comprensión de suma y resta de números enteros; sin embargo, los estudiantes mostraron mayores dificultades al realizar restas.

Palabras clave: *Manipulativos físicos, entendimiento, adición, números enteros, secundaria.*

1. Introducción

Diversas investigaciones documentan que la suma y resta de números con signo presenta dificultades para los estudiantes de secundaria (Anissa, 2024; Najiya Hanifa et al., 2024). Janvier (1983) argumenta que la comprensión de las operaciones con números negativos es un aspecto desafiante para los estudiantes, lo cual puede deberse a que los negativos no tienen referentes objetivos en la vida cotidiana de los estudiantes (Najiya Hanifa et al., 2024). Otras posibles causas son la confusión entre el signo operacional en la resta y el signo del número negativo o una enseñanza basada en la memorización de reglas para operar sin dar sentido o entender el porqué de tales reglas. Así, es importante conocer cuáles son las dificultades que enfrentan estudiantes de secundaria al realizar operaciones con números enteros, con la finalidad de realizar propuestas orientadas a atender dicha problemática.

Por otra parte, la investigación ha aportado evidencia de que el uso de manipulativos físicos o virtuales puede ser útil para favorecer la comprensión de conceptos matemáticos (Boz et al., 2020). Sin embargo, los resultados no siempre son exitosos, dada la falta de conexión entre las acciones realizadas con los objetos concretos y las abstracciones matemáticas (Sarama y Clements, 2009).

[1] *Autor para la correspondencia. E-mail: esjc1981@gmail.com

ISSN 2448 – 7945

A partir de la revisión de literatura se identificó que el modelo de neutralización resulta ser más efectivo que los métodos tradicionales en el aprendizaje inicial de los números enteros, pero se necesita más investigación para garantizar su efectividad (Hayes, 1998). Por otra parte, se han identificado dificultades persistentes en la enseñanza de los números negativos relacionadas con la conceptualización y la representación de la negatividad en distintos contextos (Gallardo, 2010) y que las técnicas de cálculo con números enteros así como el uso de la recta numérica, en ocasiones, representan obstáculos para la comprensión de los números con signo y sus operaciones (Cid, 2016).

Así, la pregunta de investigación que orientó este trabajo es: ¿cómo el uso de fichas de dos colores, así como la asociación de la suma y resta con las acciones de agrupación y separación, apoya el entendimiento de las operaciones de números con signo en estudiantes de primer año de secundaria? Se formula la hipótesis de que los manipulativos físicos permiten una transición fluida entre las operaciones concretas hacia las abstractas y con ello se favorece el entendimiento de las ideas matemáticas. Dicha transición fluida se debe a que se sigue la ruta natural del aprendizaje de lo concreto a lo abstracto. La fase concreta consiste en asociar la suma con la acción de agrupar y la resta con la acción de separar; así como con la asociación de números positivos con fichas azules, de los números negativos con fichas rojas, y del cero con dos fichas de diferente color una sobre otra. Las acciones concretas realizadas se asocian con las operaciones abstractas llevadas a cabo con las representaciones numéricas, de forma que los estudiantes, después de realizar la asociación, se vayan separando paulatinamente de las representaciones concretas para trabajar en el ámbito de las representaciones abstractas, que en este caso se refieren a las presentaciones numéricas en papel y lápiz.

La importancia de esta investigación radica en la necesidad de encontrar estrategias didácticas que fortalezcan el entendimiento de las operaciones con números enteros en educación secundaria, dado que el aprendizaje matemático en este nivel tiene una incidencia sustancial en el desempeño de los estudiantes en el bachillerato y la educación universitaria.

El sustento teórico de este trabajo está integrado por diferentes componentes, siendo uno de ellos la epistemología genética de Piaget (1977), la cual indica que la ruta natural del aprendizaje va de lo concreto a lo abstracto. Otro aspecto importante es la teoría sociocultural de Vygotsky (2006), mediante la cual se busca comprender el efecto del uso de manipulativos físicos en la comprensión de las operaciones con números enteros. Un elemento adicional del marco es la conceptualización de aprendizaje con entendimiento propuesta por Hiebert y Carpenter (1992), en la cual entender algo significa conectar ese algo con otras cosas que se conocen de forma previa, y que para desarrollar entendimiento es necesario llevar a cabo actividades que permitan reflexionar y comunicar resultados.

2. Metodología o desarrollo

La investigación es cualitativa, exploratoria y descriptiva, basada en un análisis colectivo de casos. Los participantes son 17 estudiantes, inscritos en primer grado de una secundaria pública del estado de Hidalgo, quienes fueron seleccionados por conveniencia. Se solicitó a los padres o tutores autorizar por escrito la participación de los estudiantes.

El manipulativo que se utilizó para apoyar el entendimiento de la suma y resta de números con signo consiste en fichas de dos colores, cada uno de los cuales representan números positivos (azules) o números negativos (rojas), respectivamente. El cero se representa mediante dos fichas de diferente color, una sobre otra, lo cual se conoce como modelo de neutralización (Hayes,1998). Por otra parte, la suma se asocia con la acción de agrupar y la resta con la acción de quitar o separar. No cambia un conjunto de números cuando se eliminan ó agregan ceros.

Se diseñó una secuencia didáctica, integrada con ocho hojas de trabajo que incluyen, en promedio, 20 problemas de sumas y restas que se realizaron con el manipulativo, cuya finalidad es que los estudiantes logren un tránsito del estadio de las operaciones concretas al de las operaciones formales, al sumar y restar números con signo. En las tareas se promueve que los estudiantes identifiquen patrones y regularidades. Además, se busca que escriban, comuniquen y justifiquen sus conjeturas como medio para desarrollar entendimiento de la suma y resta de números con signo (Hiebert y Carpenter, 1992). Se realizó también un cuestionario diagnóstico integrado por 30 ítems, el cual también se utilizó como evaluación al final de la secuencia para determinar el impacto del manipulativo en la comprensión que desarrollaron los estudiantes. Las primeras sesiones de la secuencia tuvieron el objetivo de que los estudiantes se familiarizaran con el material y efecturan las operaciones con el manipulativo para, progresivamente, emplear cada vez más las representaciones numéricas y separarse del material concreto.

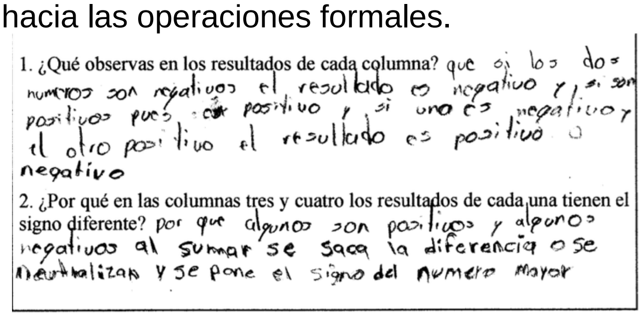
Las tareas se implementaron durante el ciclo escolar 2024-2025, en diez sesiones de 45 minutos cada una. La información se recolectó mediante las producciones escritas de los estudiantes, y grabaciones en video de las sesiones de trabajo, que se transcribieron posteriormente. El análisis de la información incluye identificar acciones de los estudiantes asociadas con los estadios de las operaciones concretas y con el de las operaciones formales; además de evidencia respecto del efecto mediador del manipulativo en las características del conocimiento construido por los estudiantes. También se identificaron las conjeturas formuladas por los estudiantes, así como las formas en que las justifican. El diseño metodológico de la investigación estuvo integrado por las siguientes fases: (1) elaboración de una prueba diagnóstica, (2) diseño de una secuencia didáctica integrada por diez sesiones, (3) implementación de

ISSN 2448 – 7945

una prueba piloto, (4) rediseño de la secuencia didáctica, (5) implementación de la secuencia didáctica rediseñada y recopilación de información empírica, (6) transformación de la información en datos con base en las categorías de análisis a priori, (7) estructuración de los resultados, (8) identificación de patrones de significado en los datos, (9) elaboración de la discusión y las conclusiones del estudio.

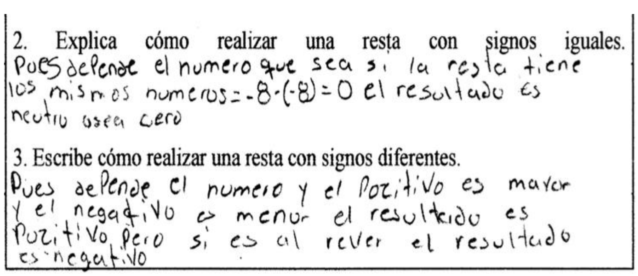
3. Resultados

Se obtuvo evidencia de que el uso de fichas de dos colores ayuda a los estudiantes a comprender las operaciones de suma y resta; además, permite identificar o representar el cero con diferentes cantidades de fichas y en consecuencia, permite representar de manera concreta los números negativos. El uso de material concreto como los manipulativos permite reducir los errores relacionados con el uso de signos (+,-) y favorece la construcción de conexiones entre acciones concretas y representaciones numéricas. Asociar las operaciones de suma y resta con acciones concretas como agrupar y separar ayudó a desarrollar una mejor comprensión de las reglas aritméticas para operar con números enteros. Mediante el uso de las fichas, los estudiantes se dieron cuenta de algunas reglas para operar, tales como: “cuando los sumandos son del mismo color, la suma tiene que ser también de ese color”, o “cuando los sumandos son de diferente signo (color), el signo de la suma es el mismo que el de las fichas de las que hay mayor cantidad”, observese figura 1 y 2. Finalmente, la enseñanza de la suma y resta de números enteros basada en el modelo de neutralización con manipulativos físicos, facilitó la transición de los estadios de las operaciones concretas hacia las operaciones formales.


1. ¿Qué observas en los resultados de cada columna? que si los dos numeros son negativos el resultado es negativo y si son positivos pues es positivo y si uno es negativo y el otro positivo el resultado es positivo o negativo

2. ¿Por qué en las columnas tres y cuatro los resultados de cada una tienen el signo diferente? por que algunos son positivos y algunos negativos al sumar se saca la diferencia o se neutralizan y se pone el signo del numero mayor

Figura 1.


2. Explica cómo realizar una resta con signos iguales. Pues depende el numero que sea si la resta tiene los mismos numeros = -8-(-8)=0 el resultado es neutro osea cero

3. Escribe cómo realizar una resta con signos diferentes. Pues depende el numero y el Pozitivo es mayor y el negativo es menor el resultado es Pozitivo pero si es al rever el resultado es negativo

Figura 2.

ISSN 2448 – 7945

4. Discusión y/o análisis

Una coincidencia importante entre los estudios revisados y el presente trabajo es la confirmación de que la enseñanza tradicional de los números negativos presenta deficiencias y genera obstáculos en los estudiantes. En el trabajo de Hayes (1998) y el nuestro se obtuvo evidencia de que el uso del material manipulativo favorece la comprensión de la suma y resta de números negativos, reduciendo errores relacionados con los signos y facilitando la retención de conocimientos a largo plazo. Ambos estudios concluyen que los estudiantes desarrollaron una mejor conceptualización del número negativo y se pudieron formular reglas operativas de manera intuitiva, como identificar que la suma de dos números del mismo signo conserva el signo y que la suma de números de signos opuestos toma el signo de las fichas con mayor cantidad de elementos.

Sin embargo, ambos estudios también evidencian que la resta es una operación difícil de comprender, incluso con el apoyo de manipulativos físicos. Hayes (1998) encontró que los estudiantes con dificultades matemáticas lograron mejorar su comprensión con las fichas, pero aún así presentaron problemas en la multiplicación y división de números negativos. Nosotros reportamos hallazgos similares, indicando que aunque los manipulativos ayudan en la suma y la resta, la conceptualización de la resta sigue siendo un reto y podría requerir estrategias adicionales, como el uso de la recta numérica o representaciones algebraicas.

Otra coincidencia es la necesidad de replantear la enseñanza de los números negativos. En el trabajo de Hayes (1998) y el nuestro llegamos a la conclusión de que el uso de manipulativos físicos facilita la comprensión de las operaciones con números negativos, al permitir una transición progresiva del pensamiento concreto al abstracto. Ambos estudios recomiendan que la enseñanza inicial de los números negativos se base en modelos concretos, como las fichas de colores, antes de pasar a la notación matemática convencional.

El uso de manipulativos físicos en la enseñanza de las matemáticas ha sido ampliamente estudiado en diferentes niveles educativos. Estos estudios coinciden en que los manipulativos físicos pueden facilitar la comprensión de conceptos matemáticos complejos al permitir a los estudiantes visualizar y manipular los números y operaciones. El trabajo de Annisa (2024) y el nuestro se centran en la enseñanza de la suma y resta de números enteros mediante fichas de colores, mientras que Proenza (2019) analiza el uso de azulejos y cubos conectores en la factorización de polinomios. Por otro lado, Najiya et. al. (2024) examina las dificultades de los estudiantes en el uso de operaciones combinadas con enteros, destacando problemas conceptuales y errores en la aplicación de reglas matemáticas.

Otra semejanza en los estudios es la transición del pensamiento concreto al abstracto. En Annisa (2024) y en nuestro trabajo, los estudiantes inicialmente usaron fichas para representar enteros y luego pudieron operar sin apoyo visual. De manera similar, Proenza (2019) encontró que el uso de manipulativos permitió a los estudiantes modelar expresiones algebraicas antes de expresarlas simbólicamente. Sin embargo, Najiya et. al. (2024) identificó que muchos estudiantes no logran establecer esta transición de manera efectiva, lo que resulta en dificultades al aplicar operaciones combinadas con números enteros.

Una similitud es que los manipulativos físicos favorecen la participación y motivación de los estudiantes. En los estudios de Annisa (2024) y el nuestro, se observó que los estudiantes mostraron mayor interés en la resolución de problemas matemáticos cuando usaban manipulativos. Proenza (2019) también reportó una mayor interacción en el aula y un aprendizaje más significativo. Sin embargo, Najiya et. al. (2024) indicó que, aunque los estudiantes pueden beneficiarse del uso de materiales concretos, su aprendizaje aún depende en gran medida de la comprensión teórica de las operaciones.

En términos generales, podemos concluir que la enseñanza basada en la memorización de reglas no es suficiente para garantizar la comprensión de los números negativos. Además, se resalta la importancia de proporcionar a los estudiantes herramientas visuales y concretas que les permitan desarrollar un sentido más profundo de las operaciones con números enteros.

A pesar de sus similitudes, los estudios difieren en su enfoque y metodología. El trabajo de Hayes (1998) y el nuestro son investigaciones experimentales, con aplicación directa en el aula y análisis de resultados basados en el desempeño de los estudiantes. En cambio, Gallardo (2010) y Cid (2016) tienen un enfoque teórico y analítico, sin experimentación en el aula.

Otra diferencia clave es la manera en que cada estudio aborda la enseñanza de los números negativos. Hayes (1998) y nosotros proponemos soluciones concretas basadas en manipulativos físicos, mientras que Gallardo (2010) y Cid (2016) argumentan que el problema radica en la conceptualización histórica y la transposición didáctica, respectivamente. Además, Hayes (1998) también compara el modelo de neutralización con otros métodos tradicionales (la recta numérica), mientras que nosotros nos enfocamos únicamente en la implementación del modelo de neutralización en el aula, y la hipótesis de que los manipulativos físicos permiten una transición fluida entre las operaciones concretas hacia las abstractas y con ello se favorece el entendimiento de las ideas matemáticas.

Una distinción relevante, es el trabajo de Annisa (2024) y el nuestro, en ellos reportamos que la resta de enteros es la operación más desafiante para los estudiantes, mientras que Proenza (2019) identificó dificultades en la transición del pensamiento aritmético al algebraico. Najiya et. al. (2024) encontró que los estudiantes no solo tienen problemas con la resta de enteros, sino también con las operaciones combinadas, lo que sugiere que las dificultades aumentan cuando se introducen múltiples reglas y procedimientos.

ISSN 2448 – 7945

Los estudios enfatizan que los manipulativos físicos pueden ser efectivos, pero requieren un diseño adecuado para su implementación. Los investigadores coinciden en que los materiales concretos deben utilizarse como una herramienta de transición hacia el pensamiento abstracto, asegurando que los estudiantes desarrollen conexiones conceptuales.
Además, se destaca la importancia de permitir a los estudiantes descubrir patrones y formular sus propias reglas matemáticas para un aprendizaje más profundo.

Cada estudio hace recomendaciones específicas sobre la aplicabilidad futura de los manipulativos. Annisa (2024) sugiere expandir su uso a la multiplicación y división de enteros. Proenza (2019) recomienda aplicarlos en más temas algebraicos, mientras que en nuestro trabajo proponemos integrarlos sistemáticamente en la enseñanza de números enteros en secundaria. Najiya et. al. (2024) enfatiza la necesidad de mejorar la comprensión teórica antes de aplicar manipulativos para operaciones combinadas.
En conclusión, los estudios refuerzan la idea de que el aprendizaje matemático se beneficia de una progresión estructurada de lo concreto a lo abstracto y que el uso de manipulativos físicos es una herramienta valiosa para mejorar la comprensión de conceptos matemáticos en distintos niveles educativos.

En términos generales proponemos una visión integral sobre la enseñanza de los números negativos. Los trabajos de Gallardo (2010) y Cid (2016) explican los obstáculos epistemológicos y didácticos desde una perspectiva teórica, mientras que Hayes (1998), Proenza (2019), Annisa (2024) y nosotros presentamos soluciones prácticas basadas en el uso de manipulativos físicos. La combinación de estos enfoques sugiere que una enseñanza efectiva de los números negativos debe incluir tanto un replanteamiento conceptual y curricular como el uso de estrategias didácticas innovadoras, como el modelo de neutralización con fichas enteras.

5. Conclusiones

Los datos empíricos permitieron confirmar la hipótesis de que el uso de manipulativos favorece un tránsito fluido entre los estadios de las operaciones concretas y formales para la suma de enteros y por ende un mayor nivel de entendimiento de las operaciones de números con signo al favorecer la construcción de conexiones entre las acciones concretas y las representaciones numéricas asociadas. Así, el modelo de neutralización con fichas mejora la comprensión de la suma y resta de enteros al: (a) representar de manera concreta los números negativos, (b) apoyar el tránsito entre los estadios de las operaciones concretas y formales.

Agradecimientos

Agradezco al Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (CONAHCYT) por el apoyo otorgado para la realización de este trabajo, a través de la beca de posgrado. CVU: 1347625

6. Referencias

Annisa, F. (2024). Development of manipulative: Understanding the concept of integer addition and subtraction. *The Eurasia Proceedings of Educational and Social Sciences, 38*, 29–39. https://doi.org/10.55549/epess.844

Bishop, J. P ., Lamb, L. L., Philipp, R. A., Whitacre, I., Schappelle, B. P ., & Lewis, M. L. (2014). Obstacles and affordances for integer reasoning: An analysis of children's thinking and the history of mathematics. Journal for Research in Mathematic Education, 45(1), 19–61.

Boz, M., Uludağ, G., & Erdoğan, S. (2020). The effect of the manipulative materials on the early mathematical skills. *Bartın University Journal of Faculty of Education, 9*(3), 492-500. https://doi.org/10.14686/buefad.620085

Cid M. E. (2016) Obstáculos epistemológicos en la enseñanza de los números negativos. Tesis doctoral. Universidad de Zaragoza. España.

Hayes, R. L. (1998). Teaching negative number operations. A comparative study of the neutralisation model using integer tiles. Tesis de doctorado no publicada. Universidad de Melbourne.

Hiebert, J. et al. (1997). Making sense: Teaching and learning mathematics with understanding. Heinemann.

Najiya Hanifa, U., Prabawanto, S., & Fatimah, S. (2024). Identification of the difficulties of middle school students in understanding the mixed operations of integers. *KnE Social Sciences, 9*(13), 534–541. https://doi.org/10.18502/kss.v9i13.15956

Piaget, J. (1977). Epistemología Genética. Solpus.

Proenza E. L. (2019). Introducción al álgebra con material manipulativo en educación secundaria. Máster Universitario en Formación del Profesorado. Universidad de Alcalá.

Santos-Trigo, M. (2014). La resolución de problemas matemáticos: fundamentos cognitivos. Trillas.

Sarama, J., & Clements, D. H. (2009). “Concrete” computer manipulatives in mathematics education. *Child Development Perspectives, 3*(3), 145-150. https://doi.org/10.1111/j.1750-8606.2009.00095.x

Vallejo-Vargas, E. A., y Reid, D. A. (2024). Influences of a virtual manipulatives context on argumentation about integers. International Journal of Science and Mathematics Education, 22, 585–608.

Vygotsky, L. S. (2006). El desarrollo de los procesos psicológicos superiores. Crítica.

TENDENCIAS E IMPRESIONES DE LA INNOVACION EN LA PRACTICA EDUCATIVA

Vega Becerril Héctor Adrián[1*], Pineda Becerril Miguel de Nareth[2], Aguilar Márquez Armando [3]

[1,2,3]*Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. Carr. Cuautitlán-Teoloyucan Km. 2.5, San Sebastián Xhala, 54714 Cuautitlán Izcalli, Edo. de Méx.*

ID-POSM013

Resumen

La práctica educativa universitaria en México, presenta el reto primordial de adaptación, actualización, y contemplación de la evolución social y el análisis de nuestro contexto. En tiempos de cambios estructurales en la forma de gobierno y de nuevas formas de interacción social, surge la necesidad de adaptarnos a nuevas tendencias que permitan perseguir el objetivo de enseñar y no solo transmitir.
Precisamente una de las tendencias generales actuales más difundidas por los especialistas en el ámbito, consiste en hacer hincapié en la transmisión de los procesos de pensamiento propios de la matemática, relegando al segundo plano de importancia, la transferencia de contenidos. "Debe ser puntual concebir que la matemática es, ante todo, saber hacer, ya que es una ciencia en la que el método claramente predomina sobre el contenido".
Por ello, las cuestiones didácticas y su relación/interacción con la psicología cognitiva, priorizando los procesos mentales en la resolución de problemas son imprescindibles.
Entonces, necesarios son los esfuerzos por transmitir y aplicar estrategias factibles/ adecuadas que motiven, valoren y estimulen una resolución autónoma y consciente de verdaderos casos prácticos matemáticos, más que enfocarse en transmitir temas, en clases tradicionales, en didácticas vanguardistas ineficientes, en tecnología educativa, en preparar un examen o pensar en acreditar o no, restándole sustancia y extinguiendo la motivación e interés del estudiante.
En este trabajo se aborda un análisis racional y directo de las directrices que debe concebir cualquier profesional de la educación dedicado al ámbito matemático, permitiendo la posibilidad de valorarlas y llevarlas a la praxis.

Palabras clave: *Innovación, Matemáticas, Didáctica, Tendencias, Estrategias, Procesos-cognitivos.*

1. Introducción

En el contexto educativo resulta sencillo comprender que una de las áreas de estudio más controversiales para los estudiantes es, precisamente, el área de las matemáticas. La práctica educativa en este ámbito, entonces, ha prevalecido con recurrentes ideas de actualización, de modificación y de evolución con el objetivo de tratar de motivar al alumno para mejorar su predisposición y canalizar su actitud para obtener mejores aprendizajes y generar positivas impresiones al enfrentarse a este tipo de contenidos.

Estos cambios se han abordado desde la visión de la didáctica, de la psicología educativa, desde las diferentes teorías pedagógicas, sin embargo, aunque han sido

[1] *Autor para la correspondencia. E-mail: adrianvegabe10@gmail.com*

ISSN 2448 – 7945

buenas aportaciones, su trascendencia no ha causado el efecto esperado al menos en el contexto general mexicano.

Siguiendo con esta línea, el sentido de la innovación en la práctica educativa matemática debe centrarse en transmitir y aplicar estrategias factibles y adecuadas que motiven, valoren y ayuden a estimular una resolución autónoma y consciente de verdaderos casos prácticos matemáticos, más que enfocarse en la mera transmisión de temas, de clases tradicionales, de didácticas vanguardistas poco eficientes, de tecnología aplicable, de preparar para un examen o llevar la práctica al simple plano de aprobar o reprobar, restándole sustancia y extinguiendo la motivación e interés por parte del estudiante.

El abordaje tradicionalista en la práctica educativa matemática ha merecido que hasta nuestros días, se genere una perspectiva de rendición previo al enfrentarse a contenidos matemáticos. A esto se debe agregar que la metodología parece siempre ser la misma: preparar con contenidos explicados sin antecedentes y contextos previos, con lenguajes tecnicistas, con materiales didácticos invariables y todo para finalizar con la presentación de uno o varios exámenes, dándole el objetivo primordial a su acreditación y sin darle la menor importancia al verdadero aprendizaje matemático, muchas veces necesario para continuar con la futura vida académica.

En el presente trabajo se abordan algunos aspectos de gran importancia e interés, metodologías que tienden a valorar el objetivo primordial de la enseñanza de las matemáticas, acciones que buscan mejorar el entendimiento de los procesos matemáticos, valorando su relación con la cotidianidad de los estudiantes y fomentando el interés y la buena disposición por aprender contenidos matemáticos. Se espera, que después de hacer este análisis, los profesionales de la educación enrolados en el área de matemáticas puedan considerar la sustancia de lo aquí mencionado y puedan considerar su aplicación.

2. Metodología o desarrollo

La historia de la matemática forma parte indispensable del conocimiento del matemático en general. Uno mismo no solo tiene la intención de utilizarlo como instrumento de su propia enseñanza sino también porque la historia le puede proporcionar una visión verdaderamente humana de la matemática lo cual suele estar muy solicitado

El panorama histórico nos acerca a la matemática como ciencia, a veces con equivocaciones, pero capaz también de corregir sus errores. Nos aproxima a las interesantes personalidades de los diversos autores que han ayudado a impulsarlas a lo largo de muchos siglos, por motivaciones muy distintas.

ISSN 2448 – 7945

El orden lógico no es necesariamente el orden histórico, ni tampoco el orden didáctico coincide con ninguno de los dos. Pero el profesor debería saber cómo han ocurrido las cosas, para:

- Comprender mejor las dificultades del hombre, de la humanidad, en la elaboración de las ideas matemáticas, y a través de ello las de sus propios alumnos
- Entender mejor la relación de las ideas, de los motivos y variaciones de la sinfonía matemática
- Utilizar este saber cómo una sana guía para su propia pedagogía.

Anteriormente la enseñanza de las matemáticas impartidas a niños, niñas, y a jóvenes era considerada principalmente para cumplir con el objetivo de solo conocer; sin embargo, aun así, se fallaba en el intento, ahora, con la revolución educativa, esta enseñanza va más allá de solo dar a conocer el tema, si no, desarrollar la capacidad de poder realmente analizar y resolver problemas, es por ello que las matemáticas requieren de estrategias didáctico-pedagógicas. (Ver tabla 1)

Guillermo López-Quijano (2019), en su artículo titulado “La enseñanza de las matemáticas, un reto para los maestros del siglo XXI”, en la primera parte se analizan los desafíos que enfrentan docentes, estudiantes y padres de familia al asumir el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, así como las dificultades que enfrentan los estudiantes a lo largo de la vida estudiantil al aplicar los conocimientos matemáticos para resolver situaciones o problemas en su entorno; La segunda parte presenta un concepto didáctico y pedagógico, cuyo propósito es registrar la actitud socio científica de los estudiantes para estudiar matemáticas en la institución educativa de su adscripción.

ISSN 2448 – 7945

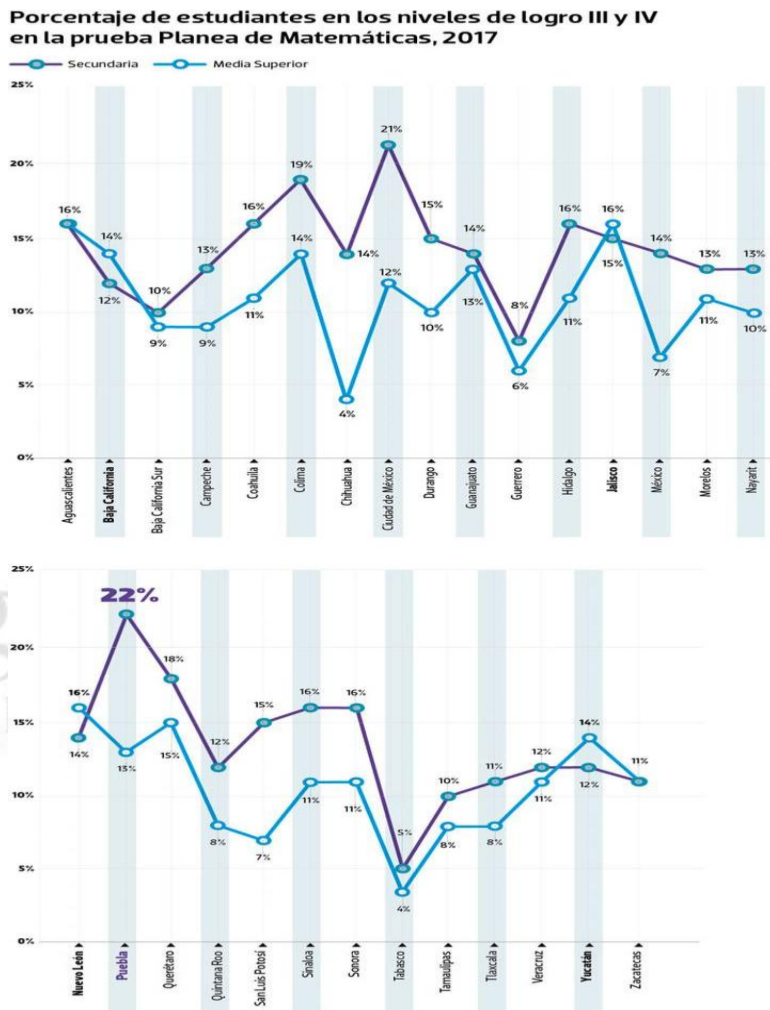


Tabla 1. **Niveles de logro (Acreditación) en área Matemática (Hernandez, 2018)**

Es en este sentido, con apoyo de la globalización y del orden económico mundial, se desarrolla la necesidad de adaptarse al mundo cambiante, principalmente en el área matemática, aprovechando el gran poder motivador que la modelización y las aplicaciones poseen, surge la necesidad de realizar el estudio de las matemáticas en constante contacto con situaciones reales que les dan motivación y vitalidad.

El papel que juega el docente es trascendentalmente el de un guía, que ayude y oriente para que el alumno desarrolle y conozca con certeza sus habilidades, y sea capaz de desenvolverse en el ámbito de las matemáticas.
Es necesario cultivar y desarrollar la intuición en general, la manipulación operativa del espacio y los símbolos mismos. Por supuesto, es necesario no negarse a comprender lo que se está haciendo, pero no debemos permitir que este esfuerzo de comprensión pase por alto el contenido intuitivo de nuestra mente en su enfoque de los objetivos matemáticos.

Sí, la matemática es una ciencia, mucho más de lo que hasta ahora se suponía, con un carácter empírico, especialmente en su invención, que es mucho más interesante que su construcción formal, entonces es necesario que la profundización en ella se haga con una mirada mucho más intensa a la experiencia y manipulación de los objetos de los que surge, en el caso de la enseñanza en el nivel superior, es necesario focalizar los ejemplos, ejercicios, técnicas y “tips” en lo efectivo y eficiente, en lo fácilmente observable, en lo vivido cotidianamente y en lo que seguramente en el ejercicio de la profesión se les presentara.

3. Resultados y análisis

López-Quijano (2019), menciona un claro ejemplo de las técnicas tradicionales que son utilizadas en las aulas, que se basan, en que el aprendizaje únicamente depende del alumno y no es (como debería) ser bilateral.

La propuesta envuelve cuatro aspectos: el ambiente de aprendizaje colaborativo, el sistema didáctico de aprendizaje basado en problemas, las características del aula especializada y el proceso de evaluación formativa.

En la praxis, contextualizando nuestra práctica docente en la Facultad de Estudios superiores Cuautitlán, en tiempos de semestres híbridos y de nuevas normalidades sociales y académicas, se consideró adecuar (apegados a los preceptos teóricos antes mencionados) nuestro “modus operandi” como responsables de asignaturas matemáticas en estudiantes de los primeros semestres y entre nuestras muchas experiencias se considera importante mencionar que la introducción del sistema didáctico en el desarrollo de los contenidos temáticos, permitió que el estudiante se sintiera identificado con su entorno, y fue muy notorio que se le incentiva a ofrecer situaciones y problemas contextualizados, lo que refuerza y construye su confianza al participar, analizar, intentar y calcular, lo que repercute positivamente en la confianza en sí mismo, confianza en la elección de caminos que conduzcan a la solución de los propios problemas sugeridos por nosotros los profesores, apoyados en contenidos incluidos en los textos de apoyo. Incluso el estudiante recurre a comprobar mediante otros canales de información (sitios web, aplicaciones matemáticas, etc.) y autores que reafirmen o critiquen el conocimiento que adquirieron.

Del mismo modo, la evaluación formativa suscitó en el estudiante la necesidad de aprender no para evaluar sino para dar razón a su conciencia en el momento en que analiza su progreso (la cuarta etapa de la evaluación, de esta propuesta), con las pruebas oportunas y en presencia de nosotros como apoyo, llama la atención que el alumno paulatinamente acepta la evaluación formativa y abandona el hábito de ver el número que caracteriza su conocimiento. Obviamente, la cultura estudiantil mexicana es un muro difícil de librar, y aunque se acepta el hecho de aprender y lograr objetivos de aprendizaje a corto y largo plazo (que antes no se conseguían o no se valoraban) siguen moralmente mermados por el tema de la nota obtenida.

Al final, después de dos años aplicando este estilo de enseñanza, se pudo notar que cuando los problemas que componen la enseñanza de una determinada materia se relacionan con el contexto del alumno, se ha comprobado que le es más fácil comprender, le resulta más fácil proponer posibles soluciones, actúa con mayor confianza y se concientizan que los contenidos tienen sentido aplicable en su vida actual y su futuro, tanto académico, como personal y profesional.

Es de esta manera que podemos concluir que las actualizaciones de los programas de matemática hacen énfasis en resolución de problemas contextualizando en entornos reales y conocidos por los estudiantes. Sin embargo, al menos en nuestra universidad, por voz propia de nuestros estudiantes, estas fundamentadas en las evaluaciones del profesorado y en el índice de calificaciones del área matemática de los alumnos de las diferentes carreras de nuestra facultad, es notable que se continúa con los métodos de enseñanza donde el profesor no tiene retroalimentación de los alumnos y al salir del aula no se puede comprobar si es aplicado de la manera en la que se han adaptado los nuevos métodos como lo mencionan los autores anteriormente citados.
Además, cabe resaltar, que al menos en nuestro contexto mexicano, la asociación del éxito con una nota alta sigue siendo ese dilema que muchas veces pregona en las mentes de los estudiantes y ciertamente, es muy complejo trabajar para disminuir esta idea y así centrar la “recompensa” en torno al bagaje académico y a las posibles aplicaciones de los conocimientos en la vida futura en ámbitos académicos y personales.

Es preciso comprender que, desde nuestra experiencia aplicando este modelo de enseñanza, antes de realizar cualquier tipo de resolución de problemas, se debe llevar a cabo una previa preparación, y es precisamente ese punto que se menciona las siguientes actividades a tomar en cuenta:

- Explorar los diferentes bloqueos que nos afectan para lograr una actitud sana y cómoda frente a la tarea de resolución de problemas.
- Desarrollo de varios métodos y técnicas específicas de desbloqueo.
- Estudio de las habilidades y carencias más características con el desarrollo de un autoconocimiento.
- Realización de previos ejercicios, con el uso de diferentes métodos y alternativas
- Adecuar los enunciados de los ejercicios con temas cotidianos, actuales y/o las metodologías de realización con una aplicación cotidiana. .

ISSN 2448 – 7945

- Y por último, utilizar métodos tecnológicos de comprobación (apps y software libre) asociando lo plasmado con los canales mucho mas familiares para los estudiantes.

Teniendo entendido el punto en el que en la vida actual de las nuevas generaciones se identifican las siguientes problemáticas: se siguen formando estudiantes con métodos obsoletos pensando en aprobación de exámenes, en aprobación de créditos por asignatura, pesando en que los trabajos en los que la mayoría terminará ejerciendo siguen siendo inflexibles, siendo que en la actualidad los trabajos también se han adaptado a las nuevas generaciones con las nuevas tecnologías, así como la falta de autonomía y la estandarización de contenidos que anula la posibilidad de acercar y facilitar la comprensión de los temas a los distintos tipos de aprendizaje y grados de comprensión.

Reconociendo la naturaleza de la asignatura trabajada en la vida cotidiana, es importante que nosotros como responsables de la educación, pretendamos a la brevedad retomar la intuición al enseñar, siendo la matemática una ciencia que participa de manera empírica, por lo que resulta necesario que la inmersión en ella se realice poniendo especial atención en la experiencia y la manipulación/acercamiento de los objetos que los engloba. Es decir, “la matemática se asemeja a otras ciencias, por aproximaciones sucesivas, por experimentos, unas veces acertadas y otras no. Así la enseñanza deberá tomar en cuenta ese carácter apegado al proceso de aprendizaje humano, ganando dinamismo, interés y que sea atractivo” (RUBISTEN, 2004).

La aparición de herramientas como la calculadora, la computadora y smartphone actual en los que se puede hacer uso de aplicaciones en las que se puedan representar los procesos matemáticos más complejos de manera gráfica o hacer uso de diferentes métodos como para comprobación y agilidad de procesos es una gran influencia en los intentos por orientar la educación matemática adecuadamente, de forma que se aprovechen al máximo dichos instrumentos. Los obstáculos identificados para lograr el correcto uso de las herramientas mencionadas van desde el costo que representa el acceso a ellos, hasta la disponibilidad de los docentes al invitar e instruir para la familiarización de su uso, además de la cultura viciada de la “trampa o ventaja” que trasciende en el contexto mexicano desvalorizado moralmente. Este reto es uno de los más importantes en la actualidad pues ya se puede observar que la manera de enseñar y los mismos contenidos se tienen que experimentar drásticas reformas, de tal manera como en la comprensión de los procesos matemáticos aún más que en las tareas repetitivas en la resolución de problemas matemáticos. Reconocer la importancia que

ISSN 2448 – 7945

el desarrollar y acercar a los estudiantes a la intuición para interactuar con las herramientas que han surgido poniendo atención en la lógica y naturaleza de la materia haciendo de ella una actividad activa, interesante y didáctica. La práctica docente merece entonces, una creación del “buen tacto” (metodologías de carácter sensible y personal) de una preparación y actualización de las vivencias en las nuevas sociedades, una manera adecuada de transpolar lo que en los textos se maneja con lo que se presenta cotidianamente.

4. Conclusiones

Actualmente los estudiantes necesitan estar cómodos, confiados y motivados, para generar su interés por aprender y adquirir conocimientos matemáticos, utilizando herramientas tecnológicas, que se mantengan a la vanguardia y sirvan para fortalecer habilidades, que ahora son requisito indispensable en este mundo vertiginoso y cambiante.

El amor por el descubrimiento de las matemáticas es posible y muy motivador para superar otras rutinas de aprendizaje necesarias que naturalmente tienes que atravesar. Apreciar las posibles aplicaciones del pensamiento matemático en la ciencia y la tecnología modernas puede llenar de sorpresa y deleite a muchas personas prácticas.

En la actualidad, es fundamental cerrar esta brecha tecnológica en el campo del aprendizaje; es así, la urgencia de poder incorporar las TIC en la educación, claro cómo se mencionó antes, no únicamente en términos de utilización de computadoras en las aulas, sino de aquellas estrategias pedagógicas apoyadas en las nuevas tendencias de software necesarias para generar ambientes familiares o reconocidos en los que nuestros estudiantes están inmersos diariamente y que generaran interés y confianza a priori.

El rol del profesor merece estar en constante actualización, no solo en el conseguir títulos de maestrías, doctorados, diplomados, especialidades, etc, si no también abarcar esa actualización al modo de ejercer, cambiar las costumbres, los vicios docentes, vislumbrar los eventos cotidianos para relacionarlos con los contenidos y estudiantes. Debemos emplear el método que más nos convenza, según la naturaleza de la asignatura, pero debemos emplearlo con responsabilidad y sentido humano. Debemos dejar llevar por la corriente del mundo tecnológico y remar a favor de la corriente, aprovechar nuestra preparación y experiencia, para enriquecer nuestra labor y ayudar a estudiantes a aprender para en un futuro aplicar, no solo ayudar a acreditar o mucho peor, a reprobar sin sentido de causa.

Es evidente, que los cambios generados por la globalización y los nuevos modelos de vida afectadas por la creación de un nuevo orden mundial y su impacto en nuestro contexto mexicano no se darán en un lapso de tiempo tan corto como lo es en una semana, e incluso a veces no en una generación, sin embargo, es necesario empezar e ir mejorando en el modo de comprender nuestro trabajo como responsables de la formación académica, de idealizar un nuevo modo y apreciación de la enseñanza, de quitarnos el cobijo de la tradicionalidad y lo pragmático de nuestro modo de evaluar. Es necesario humanizar contextualizando y preocupándonos porque los temas que desarrollemos en una clase no se queden solamente en un examen parcial y en las notas de los cuadernos de nuestros alumnos, sino en las mentes de futuros profesionistas, en las mentes de personas que generación tras generación quizás resanaran la brecha entre “lo que saqué” y “lo que aprendí y puedo aplicar”.

Agradecimientos

El grupo de autores agradece el apoyo a la FES CUAUTITLAN y al departamento de matemáticas por generar espacios de expresión y análisis para ámbitos tan importantes en la vida académica. Además de agradecer con sinceridad al comité organizador del congreso para el cual se perfila este trabajo, por su atenta asesoría y margen de tiempo para que este se desarrollara de la manera mas adecuada.

5. Referencias

Hernández, S. (2018, abril 16). *Estudiantes mexicanos ni de "panzazo" pasan en matemáticas*. *El Sol de México*. https://www.elsoldemexico.com.mx

López Quijano, G. (2019). La enseñanza de las matemáticas, un reto para los maestros del siglo XXI. *Praxis*, *14*(15), 55–76. https://doi.org/10.26620/uniminuto.praxis.14.15.2014.55-76

Mancera, E. (2003). *Errar es un placer*. Grupo Editorial Iberoamericano.

Rubinstein, S. (2004). *El pensamiento y los caminos de su investigación*. Grijalbo.

ISSN 2448 – 7945

SECUENCIAS DIDÁCTICAS DE EFECTOS GEOMÉTRICOS PARA 2D Y 3D DE LA ASIGNATURA DE ÁLGEBRA LINEAL

Rosalba Rodríguez Chávez[1,*], Juan Velázquez Torres[2], Sofía Avila-Becerril[3], y Abraham Cortés Ochoa[4]
[1,2,3 y 4]*Universidad Nacional Autónoma de México. Facultad de Ingeniería. División de Ciencias Básicas. Circuito exterior s/n Ciudad Universitaria 04510, CdMx.*

ID-POSM015

Resumen

En la Facultad de Ingeniería, UNAM, la formación integral de las ingenieras y los ingenieros es de fundamental importancia para la resolución de problemas matemáticos y de ingeniería, por lo que se están realizando algunas secuencias didácticas con el objetivo de que los estudiantes sean capaces de vincular la teoría con la práctica de la asignatura de Álgebra Lineal y la Ingeniería Aplicada. Las secuencias didácticas propuestas se enfocan en la integración de los efectos geométricos en el estudio del tema de Transformaciones lineales, utilizando herramientas tecnológicas como el software Power Point y GeoGebra. La teoría del aprendizaje que fundamenta el recurso didáctico es el constructivismo ya que promueve la colaboración; las estrategias utilizadas son el aprendizaje basado en problemas y estrategias de aprendizaje activo, las cuales buscan facilitar la comprensión de conceptos abstractos mediante su visualización y aplicación práctica a contextos de Ingeniería y de su entorno sociocultural. Las secuencias tienen diversas actividades de aprendizaje autónomo y cooperativo que se contemplan desde el inicio, desarrollo y cierre. Se tienen diversas evaluaciones formativas y una sumativa durante la secuencia para darles continuidad a lo que realizan los estudiantes, así como para detectar si los estudiantes son capaces de aplicar los conceptos de transformaciones lineales y visualizar los efectos geométricos en el espacio de dos y tres dimensiones de forma creativa y de acuerdo con su contexto sociocultural. Después de la intervención educativa se da cuenta de los resultados de aprendizaje por parte del estudiantado.

Palabras clave: *aprendizaje colaborativo, álgebra lineal, efectos geométricos 2d y 3d, secuencia didáctica*

1. Introducción

La formación integral del estudiantado de Ingeniería requiere de diversas competencias en conocimientos teóricos, habilidades, aptitudes y actitudes para la resolución de problemas algebraicos y de ingeniería, habilidades comunicacionales y tecnológicas, valores y ética, entre otras. La asignatura Álgebra Lineal está situada en los planes de estudio de las 15 carreras que ofrece la Facultad de Ingeniería de la UNAM y se imparte en segundo semestre. Esta asignatura, le permite al estudiante adquirir distintos tipos de pensamiento como es el analítico, crítico, creativo, lógico, entre otros.

---

1 *E-mail: rosalba.rodriguez@ingenieria.unam.edu*

ISSN 2448 – 7945

Los estudiantes requieren construir su conocimiento y tener aprendizajes con significado. Precursores como David Ausubel, Lev Vygotsky y Jean Piaget, ofrecen perspectivas complementarias sobre cómo se produce el aprendizaje. Por un lado (Trejo, 2018) quien cita a Ausubel (1983) menciona que el aprendizaje significativo se da desde dos características: su carácter no arbitrario (hay un conocimiento previo que permite relacionar lo que se está aprendiendo) y su sustancialidad (cuando lo que se aprende se puede aplicar en cualquier lugar, forma o momento y se adapta a las necesidades, sin desvirtuar lo que se aprendió originalmente). Según (Rodríguez Arocho, 1999) la aportación de Jean Piaget al aprendizaje es que los estudiantes son constructores activos de su propio conocimiento, integrando nuevas experiencias en sus estructuras cognitivas existentes al adecuarse a nuevas informaciones. Para Lev Vygotsky el aprendizaje depende de la interacción que el estudiante tenga con otros y el entorno sociocultural que la rodea. Según (Campos Hernández, 2019) los estudiantes se encuentran en proceso constructivo cuando intentan comprender, reconstruir, interpretar, concluir lo que se les va enseñando. (pp. 68)

El constructivismo, como teoría del aprendizaje, tiene aportaciones a la construcción de significados por parte del estudiantado en el contexto sociocultural. Según Campos (2019), las personas aprenden a partir de actividades sociales compartidas que se median a través de artefactos simbólicos. El enfoque constructivo y sociocultural se basa en la relación entre la cultura, escuela, aprendizaje y desarrollo para la construcción del conocimiento. La participación del estudiante permite, por un lado, que construya su conocimiento, sus propios significados a través de utilizar sus estrategias para la comprensión de conceptos o prácticas que le proponga el docente o bien cuando se involucra en contextos socioculturales para resolver problemas. Así, al diseñar recursos didácticos para matemáticas, es importante que los estudiantes puedan identificar los conocimientos previos y conectarlos con los nuevos a partir de la exploración activa.

En la elaboración de material didáctico para la asignatura de Álgebra Lineal, se ha considerado integrar la estrategia de aprendizaje basado en problemas (ABP), así como estrategias de colaboración y aprendizaje activo, con el propósito de que el estudiante construya nuevos conocimientos. La estrategia de ABP según (Vargas Zaleta y otros, 2015) se utiliza y tiene influencia en la teoría constructivista, el entendimiento surge a partir de las interacciones en el contexto sociocultural, el conflicto cognitivo estimula el aprendizaje y enfrenta las situaciones a resolver, el conocimiento es desarrollado a través de identificar y aceptar los procesos sociales y de evaluación de las distintas interpretaciones individuales del fenómeno. Sus características son: Aprendizaje centrado en el estudiante, promoción del aprendizaje activo para adquirir conocimientos, se orienta a la resolución de problemas a partir de objetivos de aprendizaje, el docente es un facilitador del aprendizaje, entre otros. La interrelación del ABP y el aprendizaje colaborativo potencia las habilidades comunicativas y sociales, promueve el pensamiento lógico, creativo y crítico, y conducen a la evaluación y análisis individual y compartido para la toma de decisiones.

ISSN 2448 – 7945

Como recurso didáctico las secuencias didácticas según (Tobón Tobón y otros, 2010), son un conjunto organizado de actividades con la finalidad de facilitar aprendizaje significativo, las cuales se adaptan al contexto sociocultural y participación en el proceso educativo. Las componentes son: 1) Situación problema (se presenta al estudiantado un problema relacionado con su contexto sociocultural y significativo para ellos), 2) competencias a formar en el estudiantado (conocimientos y habilidades y actitudes), 3) Actividades organizadas para la construcción de conocimientos organizado en tres fases (inicio, desarrollo y cierre), 4) Proceso metacognitivo, donde el estudiantado reflexione sobre su propio conocimiento, ver la transferencia de conocimientos a través de la consolidación de conocimientos y 5) Evaluación, para medir el progreso del estudiantado. Estos elementos están interrelacionados y son fundamentales para estructurar un proceso educativo efectivo que fomente un aprendizaje significativo.
En esta propuesta, se presenta el diseño de secuencias didácticas que permiten vincular el contenido de la asignatura Álgebra Lineal con aplicaciones específicas de la ingeniería como son las animaciones 2D y 3D. La puesta en marcha de dicha secuencia se hará en grupos piloto de dicha asignatura y los resultados obtenidos de su aplicación se presentarán en algún otro espacio.
A continuación, se mencionan las fases del desarrollo de las secuencias didácticas y sus categorías y dimensiones que se estudiaron, así como los resultados.

2. Metodología

El estudio es de corte mixto, con alcance descriptivo, con diseño cuasiexperimental. Se tuvo una muestra de 50 estudiantes de segundo semestre que estudian Álgebra Lineal que cursan diversas carreras de Ingeniería. Para medir los resultados se utilizaron las técnicas de encuestas y experimentación, las dimensiones a estudiar fueron conceptos previos, motivación, estrategias de aprendizaje, realimentación y transferencia de conocimientos y evaluación.
En esta sección, se presenta el proceso de la realización y uso de las secuencias didácticas de acuerdo con las dimensiones presentadas en la Tabla 1.

Tabla 1. Información básica de la secuencia.

Nombre de la Secuencia	**Álgebra Lineal: Mi primera animación**
Formato de la secuencia: Asíncrono	
Contexto	Dirigido a estudiantes de segundo semestre de las 15 carreras que ofrece la Facultad de Ingeniería, UNAM, cuyas edades se encuentran entre 18 y 21 años.
Unidad Temática:	Transformaciones lineales
Subtema(s) y abordado(s):	Reglas de correspondencia lineales, matriz asociada a una transformación
Conceptos previos	Álgebra matricial (Asignatura Álgebra) y Álgebra de funciones (Asignatura de Cálculo I)

Objetivos	Que el estudiantado relacione los conocimientos de transformaciones lineales y matriz asociada con las bases para la creación de animaciones y videojuegos.
Evaluación	Evaluación diagnóstica, formativa y sumativa

Las fases que conforman la secuencia son las que se muestran en la Figura 1.

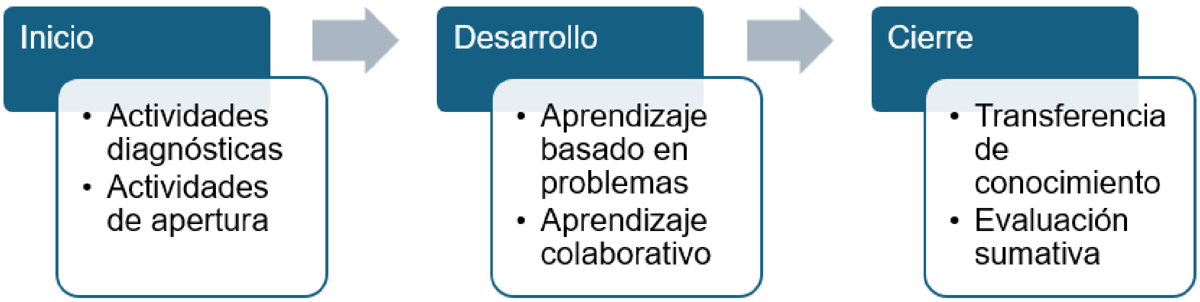


Figura 1. Fases de la secuencia

Las siguientes subsecciones detallan cada una de las fases

2.1 Fase de Inicio

Esta primera fase, se compone de una etapa diagnóstica y otra motivacional. En particular, para la etapa diagnóstica, la estrategia de aprendizaje fue metacognitiva donde el estudiantado pudo identificar los conceptos previos que cada uno tiene consigo. Esta parte se implementa por medio de:

- Un examen diagnóstico.
- Un juego para el reconocimiento de conceptos álgebra de matrices y álgebra de funciones. Ambos temas antecedentes necesarios para la realización de la secuencia.
- Un video obtenido de la red para reforzar los temas antecedentes, si es que cada estudiante, de forma autogestora, lo considerara necesario.

Ahora bien, la etapa motivacional intenta presentar actividades de apertura que generen curiosidad en el estudiantado al mismo tiempo de que le brindan información sobre la aplicación de ingeniería. En particular, para la secuencia se procedió a una curaduría y a partir de la misma se presentan dos elementos:

- Video 1, titulado: *¿Hay que saber matemáticas para hacer un videojuego?*, con duración: 10min
- Video 2, titulado: *Do you need math for animation?* Con duración de 9 minutos

Ambos videos, destacan el rol de la física y de las matemáticas para la creación de animaciones y de videojuegos.

2.2 Fase de Desarrollo

Esta fase, está enmarcada en dos estrategias o metodologías de aprendizaje: el ABP y aprendizaje colaborativo. Así pues, se plantea el siguiente problema:
Forme equipos de al mínimo dos y máximo cuatro estudiantes para presentar un video de autoría propia donde se observe una imagen animada, cuyo movimiento haya sido generado por medio de transformaciones lineales de $R^2 \to R^2$ o de $R^3 \to R^3$
El objetivo de la Fase de Desarrollo es orientar la solución del problema. Esta orientación se implementa por medio de lo siguiente:

- Video de autoría propia. Este video, relaciona de una manera mucho más concreta los efectos geométricos que pueden representar algunas transformaciones lineales y se presentan algunos ejemplos sencillos en GeoGebra.
- Presentación interactiva. Se introduce el concepto de efecto geométrico y, por medio de preguntas interactivas, se deducen las reglas de correspondencia y las matrices asociadas a los efectos geométricos *de* $R^2 \to R^2$ *o de* $R^3 \to R^3$ más comunes. Por ejemplo, expansiones, contracciones, rotaciones, entre otras.

2.3 Fase de Cierre

Las actividades se diseñaron para propiciar la transferencia de conocimiento y colaboración. En particular, el estudiantado fue provisto de una presentación sobre los efectos geométricos de las transformaciones lineales, así como algunos pasos sugeridos para la creación de animaciones. Enfatizando que el paquete computacional, Excel, Power Point, GeoGebra, Matlab, Maple, etc., y los efectos geométricos son a libre elección de cada estudiante. A continuación, las instrucciones.

Instructivo: Mi primera Animación por computadora.

1) Dibujar una figura
2) Seleccionar un número considerable de vectores columna $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ que den forma a la figura seleccionada.
3) Unir los vectores columna considerados por medio de segmentos de recta.
4) <u>Para determinar las vectores imágenes de los vectores columna seleccionados, multiplicar la matriz $\begin{pmatrix} 1 & k \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ por cada uno de los vectores columna preimágenes.</u>

   <u>Es decir, realizar $\begin{pmatrix} 1 & k \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ considerando $k = -0.5$, $k = -0.4$, $k = -0.3$, $k = -0.2$, $k = -0.1$, $k = 0$, $k = 0.1$, $k = 0.2$, $k = 0.3$, $k = 0.4$, $k = 0.5$</u>
5) Para cada valor de k, graficar los vectores columna imágenes
6) Unir los vectores columna imágenes por medio de segmentos de recta para cada figura obtenida
7) Darle animación a la secuencia de figuras obtenidas

ISSN 2448 – 7945

8) Darle un efecto de ambientación a la secuencia de figuras obtenidas.
9) Hacer una carpeta que contenga todos los cálculos realizados
10) Hacer un video de la animación realizada

Por su parte, la evaluación está formada por dos requerimientos:

- Una infografía sobre la relación del álgebra lineal con las animaciones por computadora
- El video requerido en el planteamiento del problema.

La rúbrica para el video es la que se presenta a continuación en la Tabla 2.

Tabla 2. Rúbrica

Criterios	Excelente	Bueno	Regular	Insuficiente
Conte-nido	Bien estructurado y claro. Cantidad suficiente de vectores, correcta aplicación de la regla	Puede mejorar la cantidad de vectores para obtener una mejor animación.	Algunas deficiencias en cuanto a la cantidad de vectores utilizados	Número reducido de vectores para visualizar a plenitud la animación.
Creativi-dad	Gran creatividad en su presentación, animación y en la elección de los elementos	Aceptable, podría mejorar su presentación, en la creación de la animacion	Limitada en su presentación, animación y en la elección de elementos	Falta de creatividad en su animación y en la elección de elementos
Tiempo	El video cumple con el tiempo convenido	Excede ligeramente el tiempo	El video presenta duración excesiva	El video tiene duración corta

3. Resultados

La puesta en marcha de la secuencia didáctica se ha hecho en la plataforma Classroom y en Moodle para el análisis posterior de las evaluaciones sumativas.

Figura 2. Imagen de Google Classroom

ISSN 2448 – 7945

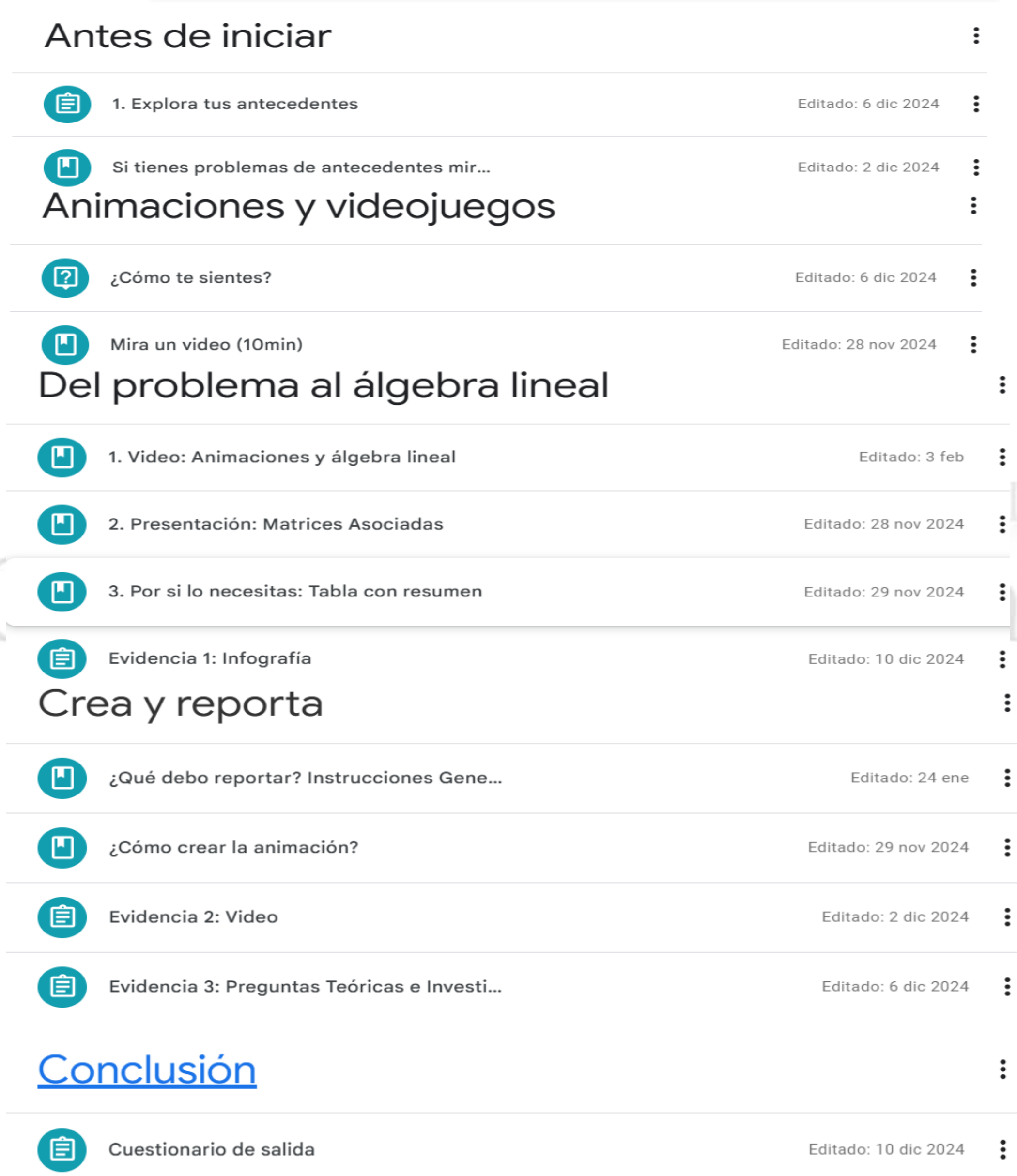


Figura 3. Imagen de Google Classroom

La figura 3, muestra el ambiente de Google Classroom donde se ha implementado la secuencia didáctica.

Si bien, para la presentación al estudiantado, las secciones no tienen nombres rígidos, pueden identificarse claramente las fases de inicio, desarrollo y cierre. Como se mencionó, en la fase de inicio se trabajaron dos dimensiones motivación y la identificación de conocimientos previos. En la fase de desarrollo se trabajaron las dimensiones interacción con el contenido, trabajo colaborativo y evaluación formativa. Mientras que, en la fase de cierre, se trabajaron las dimensiones de transferencia de los aprendizajes a través de las actividades, fomento de análisis, reflexión, así como evaluación sumativa desde el trabajo individual al trabajo colaborativo de los estudiantes. El objetivo de aprendizaje se cumplió en todas las fases de la secuencia.

4. Conclusiones y trabajo futuro

El diseño y uso de secuencias didácticas permite al estudiante relacionar directamente la teoría con la práctica. La creación de animaciones por computadora mediante transformaciones lineales fomenta la aplicación del Álgebra Lineal en problemas actuales, como la animación digital y el procesamiento de imágenes, áreas clave en disciplinas como la ingeniería, medicina y química. Esta estrategia promueve el trabajo colaborativo y aprendizajes significativos en una de las ramas más abstractas de la matemática, revelando la utilidad del Álgebra Lineal en la resolución de problemas de la ingeniería moderna. Se busca que esta secuencia didáctica provoque que los estudiantes experimenten la ingeniería con mayor entusiasmo y desarrollen su creatividad. Además, esta metodología permite una evaluación integral, donde la calificación no depende solo de exámenes, sino también de productos como las animaciones creadas durante la secuencia didáctica.
Se plantea como trabajo futuro la evaluación utilitaria del material didáctico por el profesorado y por el estudiantado.

Agradecimientos

Los autores agradecemos el apoyo a través del Programa de Apoyo a proyectos para innovar y mejorar la educación (PAPIME). DGAPA-UNAM, **PE101424** y **PE107625.**

6. Referencias

B@UNAM. (2024). Noticias sobre innovación educativa. B@UNAM(222). Obtenido de https://boletin1020.bunam.unam.mx/pdf/222.pdf

Campos Hernández, M. Á. (2019). Investigar la educación. El compromiso de saber (Primera ed.). México: Instituto de Investigaciones sobre la Universidad y la Educación (IISUE).

Rodríguez Arocho, W. (1999). El legado de Vygotski y de Piaget a la educación. Revista Latinoamericana de Psicología, 31(3), 477-489. Obtenido de https://www.redalyc.org/pdf/805/80531304.pdf

Tobón Tobón, S., Pimienta Prieto, J. H., & García Fraile, J. A. (2010). Secuencias Didácticas: Aprendizaje y Evaluación de Competencias. Obtenido de https://cbt1ixtapaluca.mx/archivos/documentacionAcademica/SECUENCIAS%20DIDACTICAS.%20tobon-f.pdf

Trejo, E. (2018). El Aprendizaje Significativo: Conceptos Básicos. Unidades de Apoyo para el Aprendizaje.CUAED/FES Iztacala-UNAM. Obtenido de https://repositorio-uapa.cuaieed.unam.mx/repositorio/moodle/pluginfile.php/2995/mod_resource/content/1/UAPA-Aprendizaje-Significativo-Conceptos-Basicos/index.html

Vargas Zaleta, N. E., Huerta Chua, A., & García Badillo, E. (2015). Aprendizaje Basado en Problemas como estrategia de aprendizaje en el Sistema Abierto de la Universidad Veracruzana en Poza Rica. Obtenido de https://www.repo-ciie.dfie.ipn.mx/pdf/404.pdf

LA EVALUACIÓN FORMATIVA EN SECUENCIAS DIDÁCTICAS DE ÁLGEBRA LINEAL APOYADAS CON IA Y GAMIFICACIÓN

Rosalba Rodríguez Chávez[1,*], Sofía Avila-Becerril[2], Jacquelyn Martínez Alavez[3] y González Pacheco Verónica[4]
[1,2,3 y 4]*Universidad Nacional Autónoma de México. Facultad de Ingeniería. División de Ciencias Básicas. Circuito exterior s/n Ciudad Universitaria 04510, CdMx.*

EN-POSM017

Resumen

Una de las habilidades que los estudiantes adquieren en su formación integral como ingenieros es la resolución de problemas algebraicos y de ingeniería. En la asignatura de Álgebra Lineal de segundo semestre de la Facultad de Ingeniería, en los grupos de las autoras que imparten la asignatura, se tiene un índice de reprobación del 39% en los últimos 6 años. Lo anterior, está relacionado con que el estudiantado percibe la asignatura como abstracta, donde hay poco vínculo con las asignaturas posteriores o con la ingeniería aplicada. Se observa que los temas donde se tiene menor comprensión y habilidades de resolución de problemas son: espacios vectoriales, transformaciones lineales y operadores en espacios con producto interno. Se ha identificado un área de oportunidad para reforzar estos temas mediante evaluaciones formativas integradas en secuencias didácticas, con el objetivo de apoyar el aprendizaje significativo. La propuesta explora cómo la Inteligencia Artificial y la gamificación contribuyen al fortalecimiento y mejora de las evaluaciones formativas, facilitando la comprensión de conceptos y su transferencia de conocimientos en la resolución de problemas de ingeniería.

Palabras clave: *Evaluación Formativa, Álgebra Lineal, Secuencia Didáctica, Gamificación, Inteligencia Artificial*

1. Introducción

La educación superior demanda profesionistas con una formación integral. En este sentido, las matemáticas, y en particular el Álgebra Lineal, dota al estudiantado de ingeniería de herramientas analíticas y geométricas fundamentales para el análisis y modelado matemático de fenómenos de interés en la ingeniería. Además, el estudio del Álgebra Lineal fomenta el desarrollo del pensamiento abstracto y el razonamiento lógico, habilidades esenciales para abordar problemas complejos en la ingeniería.

En la asignatura de Álgebra Lineal de segundo semestre de la Facultad de Ingeniería, los grupos impartidos por las autoras han registrado un índice de reprobación del 39% en los últimos seis años. Si bien, no se tiene una evaluaciónformal específica para el caso, en Pascual (2020) quien cita a (Dorier,

1 **Autor para la correspondencia. E-mail: corresponding@correo.com Tel. 00-00-00-00, Fax 00-00-00-00*

2000a) quien identifica que un programa de estudios de álgebra lineal axiomatizado marca una problemática en el aprendizaje relacionada con grandes dificultades cognitivas. Esta situación se agrava con la percepción del estudiantado, que considera la materia altamente abstracta y con escasa conexión con asignaturas posteriores o aplicaciones en la ingeniería.

Ante este panorama, se ha identificado un área de oportunidad para mejorar el aprendizaje a través de evaluaciones formativas integradas en secuencias didácticas. Este enfoque busca proporcionar una retroalimentación constante, fomentar la aplicación del conocimiento en contextos significativos y facilitar la transición de la teoría a la práctica, promoviendo así un aprendizaje más profundo y significativo.

Según (UNESCO, 2023) la evaluación formativa responde a la pregunta, acerca de “cómo seguir obteniendo información clara respecto a lo que están aprendiendo las y los estudiantes para poder retroalimentarlos en su proceso de aprendizaje”. Por otro lado, en el documento “Experiencias de evaluación formativa entre miembros de comunidades educativas latinoamericanas” (Organización de las Naciones Unidas para la Educación, 2020) elaborado por el Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE) de la OREALC/UNESCO Santiago, se reportan los resultados de una encuesta sobre las experiencias de evaluación formativa en los países de Costa Rica, Paraguay y México. La encuesta analizó las experiencias de evaluación formativa en estos países, arrojando resultados interesantes sobre sus beneficios y desafíos. Entre los hallazgos, se destaca que más del 50% de los encuestados percibieron un mayor compromiso de los estudiantes, quienes asumieron un rol más activo en su proceso de aprendizaje. Sin embargo, ven como áreas de oportunidad la realimentación para monitorizar y mejorar el rendimiento y el apoyo institucional.

Uno de los objetivos de la evaluación formativa es identificar la diferencia entre el nivel inicial del estudiante y el potencial que puede alcanzar (Hidalgo Apunte, 2021). En el proceso de aprendizaje se vinculan habilidades y estrategias mediante actividades articuladas que pueden planearse mediante una adecuada secuencia didáctica, y su correspondiente evaluación formativa para identificar áreas de oportunidad (Araya Ramírez, 2014). Así pues, es fundamental promover la evaluación formativa integrada en secuencias didácticas, lo cual requiere un trabajo pedagógico cuidadoso para estructurarlas de manera ordenada y progresiva, de modo que guíen al estudiantado de forma gradual hacia el logro de los objetivos de evaluación (Hidalgo Apunte, 2021).

Adicionalmente, la evaluación formativa permite al docente reorientar o modificar las estrategias pedagógicas para determinar, por un lado, cómo apoyar al estudiante en desarrollar un aprendizaje significativo y mejorar su rendimiento; y por otro lado, para tomar decisiones respecto de cómo obtener mejores resultados para identificar rubros sobre cómo poder seguir avanzando (Hidalgo Apunte, 2021). No menos importante es que, con la evaluación formativa se debe tener presente

ISSN 2448 – 7945

que los estudiantes tienen diversos estilos y ritmos de aprendizaje por lo que es importante que permitan el desarrollo de sus habilidades en su implementación (Acosta, 2018).

Por otro lado, con el auge de la Inteligencia Artificial, algunas secuencias didácticas utilizan la evaluación formativa para hacer el proceso más dinámico, reforzar y retroalimentar los contenidos, mejorar la personalización del aprendizaje y promover una enseñanza centrada en el estudiantado, lo que contribuye a mejorar sus resultados académicos. En algunas plataformas educativas se ofrecen recursos didácticos basados en Inteligencia Artificial permitiendo que los estudiantes practiquen y reciban realimentación en tiempo real sobre su desempeño. La IA proporciona retroalimentación instantánea, permitiendo a los estudiantes conocer sus errores y aciertos al momento, lo que facilita la corrección de conceptos erróneos y fomenta un aprendizaje más profundo.

Por su parte, es bien sabido que el uso de la gamificación como parte de la evaluación formativa fomenta la participación en el estudiantado, así como un aprendizaje activo donde el estudiante construye sus conocimientos y habilidades a través del juego. (Defas Ayala, Gavilanes Cahuasqui, Molina Herrera, Sánchez Buenaño, & Carabajo Quiñonez, 2023). Según (Franco-Segovia, 2023), la gamificación permite que los estudiantes avancen a los siguientes niveles de acuerdo con su puntuación, así mismo, les permite ser reconocidos y con esto, incentivar al estudiante a seguir estudiando. En particular, en algunos juegos se promueve la competencia saludable y al contar con desafíos se promueve la motivación. Así pues, la gamificación permite una nueva percepción de la forma de evaluación a través de actividades lúdicas.

Según (Ayala Escudero, Hugo Verdugo, López Peralta, Morillo Rueda, & Doicela Doicela, 2024) el impacto de la gamificación en la evaluación y el aprendizaje es el incremento en la motivación y el compromiso del estudiantado para mejorar académicamente. Más aún, la gamificación contribuye a reducir la ansiedad al permitir que los estudiantes se concentren en las evaluaciones mediante dinámicas lúdicas. Además, fomenta el trabajo colaborativo y facilita la toma de decisiones en la resolución de problemas, fortaleciendo así las habilidades sociales y analíticas del estudiantado en un entorno motivador.

En este artículo, se presenta una experiencia exitosa de la generación de evaluaciones formativas apoyadas en la gamificación e inteligencia artificial, y su integración a secuencias didácticas.

2. Metodología

El estudio es de corte cualitativo, con alcance descriptivo, con diseño cuasiexperimental. Se tuvo una muestra de 150 estudiantes de segundo semestre que estudian Álgebra Lineal que cursan diversas carreras de Ingeniería. Para medir la evaluación con el uso de las tecnologías de gamificación e inteligencia artificial, se tomaron en cuenta las técnicas de encuestas y experimentación, las dimensiones a estudiar fueron la realimentación y transferencia de conocimientos en la ingeniería práctica, así como el diseño de las prácticas. En el diseño de secuencias didácticas de

Álgebra Lineal se contemplaron desde la concepción y la planeación las actividades e instrumentos de evaluación formativa para cada fase de las secuencias.

Estas secuencias están formadas por tres etapas, un inicio, un desarrollo y un cierre, como se muestra en la Figura 1.

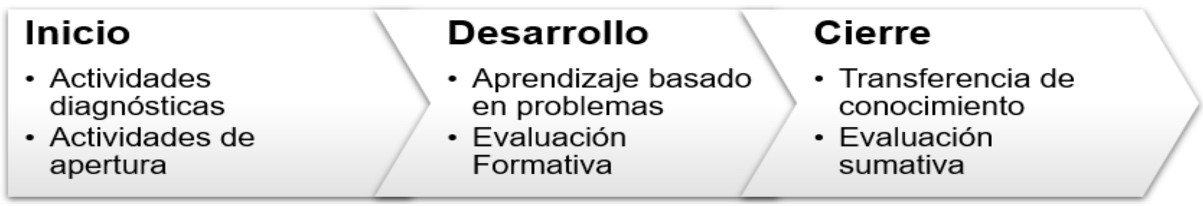


Figura 1. Fases de la Secuencia Didáctica

Los instrumentos de evaluación están integrados en las tres fases. Asimismo, el diseño de cada instrumento involucra la siguiente metodología:

1. Definición de objetivos de aprendizaje.
2. Definición de la etapa de la secuencia didáctica a la que se integra el instrumento de evaluación.
3. Diagnóstico inicial.
4. Diseño de los instrumentos de Evaluación Formativa. Este diseño, a su vez, implica lo siguiente:
    a. Definición de competencias cognitivas y procedimentales.
    b. Definición del tipo de evaluación: autoevaluación, evaluación por pares o retroalimentación individualizada.
5. Posible integración de Inteligencia Artificial mediante el uso de plataformas o sistemas inteligentes.
6. Posible integración de gamificación y definición de los elementos del juego o retos colaborativos.
7. Evaluación y mejora de los instrumentos

Si bien, todas las secuencias didácticas están inmersas en el contenido temático del Álgebra Lineal, cada secuencia obedece a subtemas específicos. Más aún, incluso dentro de la misma secuencia, el instrumento puede estar diseñado para etapas distintas. Un ejemplo del diseño se presenta en la Tabla 1.

Tabla 1. Diseño de Instrumento de Evaluación

Nombre de la Secuencia	Álgebra Lineal: Valores propios
Contexto	Dirigido a estudiantes de segundo semestre de las 15 carreras que ofrece la Facultad de Ingeniería, UNAM, cuyas edades se encuentran entre 18 y 21 años.
Objetivos de aprendizaje	Al finalizar la secuencia, el estudiantado será capaz de identificar, analizar y resolver problemas relacionados con valores propios y aplicarlos a un sistema físico.
Instrumento de Evaluación	
Etapa de integración:	Inicio: Evaluación Diagnóstica

ISSN 2448 – 7945

Subtemas abordados:	Métodos para la obtención de raíces de un polinomio
Competencias	Procedimentales: Factorización
Tipo de evaluación	Autoevaluación con retroalimentación personalizada
Integración de Gamificación	Juego implementado en EducaPlay por medio de preguntas con respuestas de opción múltiple.

Esta metodología busca aprovechar el potencial de la IA y la gamificación para transformar la evaluación formativa en una experiencia más dinámica, personalizada y centrada en el estudiante, con el fin de mejorar la comprensión y aplicación de conceptos en el Álgebra Lineal.

3. Resultados

A continuación, se describen las fases: inicio, desarrollo y cierre en términos de la evaluación formativa, las cuáles se midieron los resultados a través de observaciones, hojas de trabajo, infografías y realimentación.
Para la fase inicial, se generaron recursos didácticos y actividades como juegos educativos y prácticas supervisadas.
Los juegos didácticos se concibieron para que los estudiantes supervisaran sus conocimientos previos de los temas antecedentes de la asignatura de Álgebra Lineal, así como algunos conceptos de los temas de espacios vectoriales y transformaciones lineales. Para su implementación, se utilizaron herramientas de Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), Educaplay, Kahoot y eXelearning, entre otras.
La Figura 2, muestra un ejemplo de pregunta en un juego didáctico diseñado acorde con lo presentado en la Tabla 1.

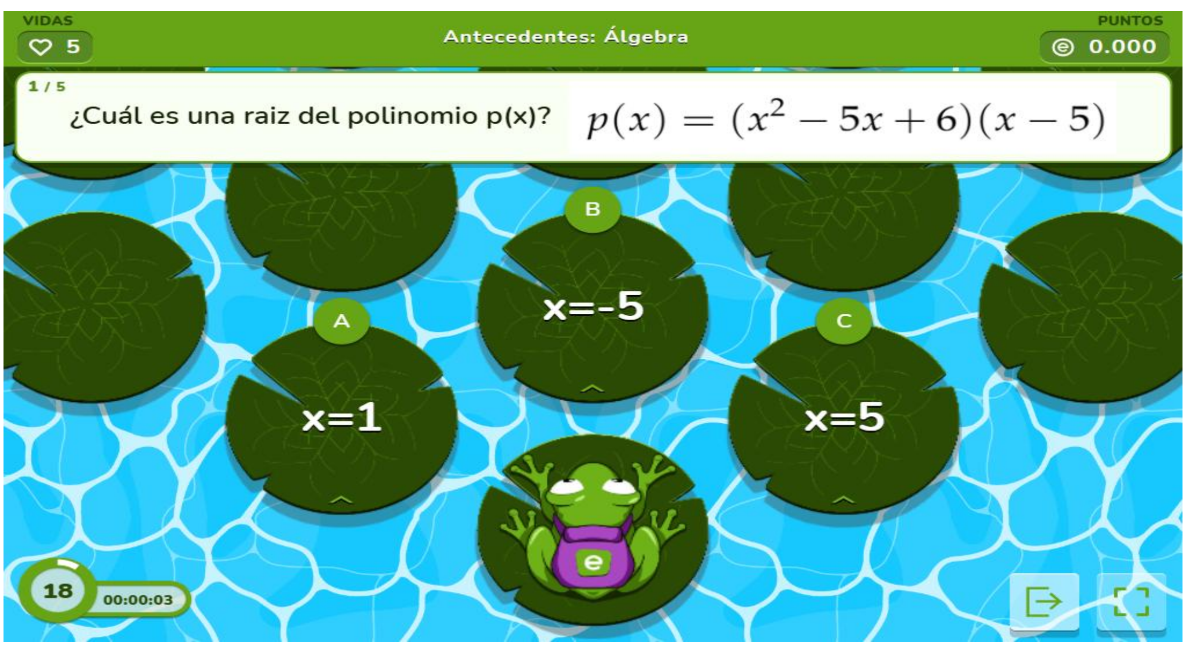


Figura 2. Juego antecedentes

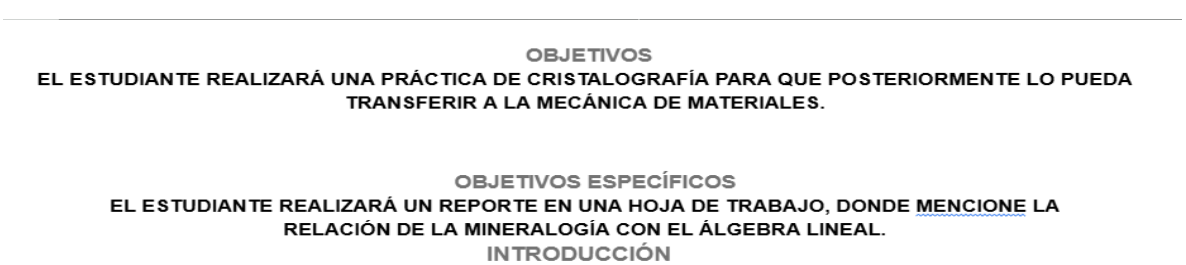
ISSN 2448 – 7945

Como puede verse, el juego permite un número específico de intentos o vidas, al mismo tiempo que se le asigna un puntaje al estudiante. Al final, muestra la posición del estudiante respecto a otras personas que jugaron el mismo juego, por lo que se incentiva una sana competencia.

En la fase de desarrollo, también se usaron juegos educativos para supervisar los aprendizajes de los contenidos curriculares. Esta evaluación formativa se implementó por medio de cuestionarios formativos utilizando preguntas interactivas a través del recurso tecnológico como es Genially, como se muestra en la Figura 3. Este recurso permitió que el estudiantado interactuara con el contenido temático y recibiera realimentación de forma inmediata.

Figura 3. Gamificación de la evaluación formativa en las secuencias didácticas

También en la fase de desarrollo, se implementaron prácticas supervisadas, de casos prácticos, donde los estudiantes aplicaron los conocimientos de los temas de espacios vectoriales. En dichas prácticas hay un aprendizaje vivencial. Se entregó una hoja de trabajo (ver Figura 4) y su instrumento de evaluación fue una rúbrica de observación.


OBJETIVOS
EL ESTUDIANTE REALIZARÁ UNA PRÁCTICA DE CRISTALOGRAFÍA PARA QUE POSTERIORMENTE LO PUEDA TRANSFERIR A LA MECÁNICA DE MATERIALES.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS
EL ESTUDIANTE REALIZARÁ UN REPORTE EN UNA HOJA DE TRABAJO, DONDE MENCIONE LA RELACIÓN DE LA MINERALOGÍA CON EL ÁLGEBRA LINEAL.
INTRODUCCIÓN

Figura 4. Hoja de trabajo para la evaluación formativa de la comprensión y aplicación de los conceptos a problemas de ingeniería en las secuencias didácticas

Por último, en la fase de desarrollo se pide al estudiantado generar infografías colaborativas. Se invita al estudiantado a apoyarse de Inteligencia Artificial como herramienta de búsqueda y para hacer síntesis de otras aplicaciones de Ingeniería donde se relacionarán con los conceptos de Álgebra Lineal supervisados. Se utilizaron como herramientas de TIC a Perplexity AI, Talkai AI, entre otras. El instrumento de evaluación fue a través de rúbricas, como la mostrada en la Figura 5, para evaluar el contenido, el diseño y comunicación visual y conclusiones.

	Nivel de desempeño				
Criterios por Evaluar	**Excelente (10)**	**Aceptable (8)**	**Necesita mejorar (6)**	**Inadecuado (4)**	**Valor Obtenido**
Contenido 70%	✓ Responde a la pregunta ✓ El texto es claro y la información es apropiada ✓ Presenta comentarios que reflejan comprensión del tema.	✓ Responde a la pregunta ✓ El texto es claro y la información es apropiada	✓ Responde a la pregunta	✓ No responde a la pregunta	
Diseño y comunicación visual 20%	✓ Usa gráficos y/o imágenes. ✓ Organización Lógica. Es fácil seguir el flujo de la infografía ✓ El diseño es limpio con buen uso de los colores y facilita la lectura ✓ No tiene errores ortográficos.	✓ Usa gráficos y/o imágenes. ✓ Organización Lógica. Es fácil seguir el flujo de la infografía ✓ El diseño es limpio con buen uso de los colores y facilita la lectura	✓ Usa gráficos y/o imágenes ✓ Organización Lógica. Es fácil seguir el flujo de la infografía	✓ Organización Lógica. Es fácil seguir el flujo de la infografía	
Conclusiones 10%	✓ Presenta conclusiones o reflexión			✓ No presenta conclusiones o reflexión	
					/100

Figura 5. Rúbricas para la evaluación formativa en la comprensión y aplicación de los conceptos a problemas de ingeniería en las secuencias didácticas

Finalmente, la fase de cierre integra cuestionarios de evaluación para identificar si los conceptos previos fueron reforzados. Así como autoevaluación de los trabajos realizados en el salón de clase y una encuesta de salida con escala Likert para evaluar la efectividad de la secuencia didáctica, donde se evalúo la transferencia, el aprendizaje y los resultados y la opinión del estudiante.
En la implementación de las secuencias didácticas y en cada una de las fases de inicio, desarrollo y cierre, se solicitaron evidencias de cada una de las actividades para los temas de espacios vectoriales y transformaciones lineales. Como hallazgos, es que la evaluación formativa facilita el aprendizaje significativo y además si se le añade gamificación y uso de la IA, los estudiantes perciben interesantes y divertidos a los recursos didácticos que contienen las secuencias didácticas.
Más aún, el uso de la inteligencia artificial permite hacer una curaduría extensiva para revisar si los juegos o las propuestas de actividades de evaluación formativa ya existen, para así reutilizarlas o bien para crear unas nuevas.

5. Conclusiones

La formación integral del estudiantado de ingeniería requiere la adquisición de conceptos científicos y tecnológicos vinculados a la práctica profesional. En este sentido, la evaluación formativa dentro de secuencias didácticas resulta clave, ya que permite al estudiante monitorear y dar seguimiento a sus avances, al tiempo que el docente puede brindar retroalimentación constante y oportuna.

Actualmente, la integración de la Inteligencia Artificial y la gamificación en la evaluación formativa constituye una estrategia innovadora para mejorar el aprendizaje del Álgebra Lineal, haciendo los materiales más atractivos y dinámicos. Estas herramientas no solo promueven el aprendizaje activo y reflexivo mediante el juego, sino que también facilitan el monitoreo personalizado del desempeño de cada estudiante, fomentando su desarrollo integral.
Además, estas estrategias revolucionan la evaluación de los resultados de aprendizaje, ofreciendo métodos distintos a los convencionales y mejor alineados con las necesidades actuales del estudiantado. Para los docentes, estas tecnologías proporcionan una visión clara del rendimiento individual y grupal, facilitando un proceso de mejora continua a través de la retroalimentación constante.

Agradecimientos

Los autores agradecemos el apoyo a través del Programa de Apoyo a proyectos para innovar y mejorar la educación (PAPIME). DGAPA-UNAM, **PE101424** y **PE107625**

6. Referencias

- Acosta, T. (2018). La instrucción diferenciada en la evaluación formativa de la matemática. *Innova Research Journal*, 3(8.1), 313-322.
- Araya Ramírez, J. (2014). El uso de la secuencia didáctica en la Educación Superior. *Revista Educación*, 69-84.
- Ayala Escudero, F. I., Hugo Verdugo, M. M., Lopez Peralta, C. A., Morillo Rueda, J. Y., & Doicela Doicela, E. Y. (2024). La Gamificación como una Herramienta de Evaluación Estudiantil. *Ciencia Latina Revista Multidisciplinar*, 8. doi: 10.37811/cl_rcm.v8i4.13146
- Defas Ayala, R. V., Gavilanes Cahuasqui, F. P., Molina Herrera, S. M., Sánchez Buenaño, C. C., & Carabajo Quiñonez, M. (2023). Evaluación formativa por medio de gamificación en el aprendizaje de las ciencias sociales. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 7, 1353-1369. doi: 10.37811/cl_rcm.v7i2.5407
- Dorier, J. L. (Ed.). (2000a). On the teaching of linear algebra (Vol. 23). *Springer Science & Business Media*. https://doi.org/10.1007/0-306-47231-7_24
- Franco-Segovia, Á. M. (2023). Importancia de la gamificación en el proceso de enseñanza-aprendizaje. *Polo del conocimiento*, 8, 844-852. doi: 10.23857/pc.v8i8
- Hidalgo Apunte, M. (2021). Reflexiones acerca de la evaluación formativa en el contexto universitario. *Revista internacional de pedagogía e innovación educativa*, 189-210.
- Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO). (2020). UNESCODOC Biblioteca digital. Recuperado de https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000374611
- Pascual Pizarro, S. (2020). Una secuencia didáctica para la enseñanza de la transformación lineal: unificación de métodos y problemas, modelización y explicitación

del aprendizaje. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, vol. 23, núm. 3, pp. 271-310, 2020. DOI: https://doi.org/10.14482/INDES.30.1.303.661

- UNESCO. (2023). La evaluación formativa beneficia la autonomía de las y los estudiantes y hace visible los aprendizajes. Recuperado de https://www.unesco.org/es/articles/la-evaluacion-formativa-beneficia-la-autonomia-de-las-y-los-estudiantes-y-hace-visible-los

APRENDIZAJE BASADO EN RETOS EN CÁLCULO Y GEOMETRÍA ANALÍTICA UTILIZANDO GEOGEBRA Y TECNOLOGÍA ADITIVA

Rosalba Rodríguez Chávez[1,*], Pablo García y Colomé[2,] José Jinkichi Oshino Ortíz[3], María del Rocío Ávila Núñez[4] y Verónica González Pacheco[4]

[1,2,4,5]*Universidad Nacional Autónoma de México. Facultad de Ingeniería. División de Ciencias Básicas. Circuito exterior s/n Ciudad Universitaria 04510, CdMx.*

[3]*Tecnológico Nacional de México, Av. Universidad 1200, Col. 11 Xoco, Alcaldía Benito Juárez, C.P. 03330, CdMx.*

EN-POSM018

Resumen

En la Facultad de Ingeniería, UNAM, la formación integral de los ingenieros es de fundamental importancia y trascendencia para la resolución de diversos problemas matemáticos y de Ingeniería, de forma analítica, creativa, crítica y curiosa, entre otras. Actualmente, el Aprendizaje Basado en Retos (ABR) es una metodología educativa que se centra en la resolución de problemas reales y significativos, promoviendo el aprendizaje activo y colaborativo entre los estudiantes, así como el estudio del uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) que ayudan a la visualización y tangibilidad de los objetos matemáticos. En esta ponencia se dan resultados de cómo el ABR y el uso de la Tecnología Aditiva con Geogebra y TinkerCad, a través de una intervención educativa en el curso de Cálculo y Geometría Analítica de primer semestre de la carrera de Ingeniería Civil, los estudiantes los utilizaron, para modelar e imprimir, entes geométricos para su optimización.

Palabras clave: *ABR, cálculo, Geogebra, activo, aditiva, geometría*

1. Introducción

La formación integral del estudiantado de Ingeniería requiere de diversas competencias en conocimientos teóricos, habilidades y actitudes para la resolución de problemas algebraicos y de ingeniería, habilidades comunicacionales y tecnológicas, valores y ética, entre otras. La asignatura de Cálculo y Geometría Analítica está situada en los planes de estudio de las 15 carreras que ofrece la Facultad de Ingeniería y se imparte, en el primer semestre, lo que motiva al estudiante a construir sus conocimientos en temas como cónicas, funciones, límites, derivadas y sus aplicaciones, entre otras. El estudiantado requiere construir conocimientos, para así lograr aprendizajes significativos. Las teorías del aprendizaje de Jean Piaget y Lev Vygotsky son fundamentales para entender cómo el aprendizaje basado en retos puede ser efectivo. Piaget enfatizó la importancia

1 * *E-mail: rosalba.rodriguez@ingenieria.unam.edu*

ISSN 2448 – 7945

del aprendizaje activo[2], donde los estudiantes construyen sus conocimientos a través de la experiencia y la interacción con su entorno. El aprendizaje se hace realidad cuando los estudiantes enfrentan desafíos que les permiten reorganizar sus esquemas mentales existentes, un proceso conocido como acomodación. Vygotsky, por otro lado, destacó el papel de la interacción social en el proceso del aprendizaje[3]. Su concepto de zona de desarrollo próximo sugiere que los estudiantes aprenden mejor cuando trabajan en colaboración con otros, recibiendo apoyo y retroalimentación, que les permiten superar sus límites actuales. Según (De La Cruz Velazco y otros, 2022), el aprendizaje basado en retos (ABR) es un método didáctico que fue introducido por Apple en el nivel medio superior en el año 2008; su objetivo es involucrar al estudiantado en una situación problemática de tal manera que se investiguen diversidad de soluciones que le permitan desarrollar la iniciativa, estimular la creatividad, fomentar el trabajo colaborativo y el pensamiento crítico. El ABR se basa en el aprendizaje vivencial. Sus características principales son:

Involucramiento Activo: Los estudiantes participan activamente resolviendo problemas significativos. (Bolaños, s.f.)., *Aprendizaje Vivencial:* Se basa en experiencias prácticas, donde los estudiantes aprenden a través de la acción directa. (Martín, s.f.)., *Trabajo Colaborativo:* Fomenta el trabajo en equipo para resolver retos comunes. (Martín, s.f.)., *Pensamiento Crítico y Creatividad:* Desarrollan estas habilidades al explorar diversas soluciones para un problema dado., *Interdisciplinariedad e Integración de las TIC:* Combina diferentes disciplinas académicas e incorpora tecnologías de la información y comunicación para abordar los retos desde múltiples perspectivas. (Aprendizaje basado en retos. El proyecto como plato principal del aprendizaje., s.f.)

Autonomía y Autoestima: Promueve que los estudiantes sean autónomos y desarrollen su autoestima al enfrentarse a desafíos significativos., *Motivación e Iniciativa Emprendedora:* Estimula a los estudiantes a tomar iniciativas emprendedoras al resolver problemas reales, lo cual puede motivarlos, de manera más profunda, que los métodos tradicionales. Según el (Servicio de Innovación Educativa de la UPM. Guía de Aprendizaje Basado en Retos., 2020), las fases del aprendizaje basado en retos para los docentes citados por la Fundación Carlos Slim son: Definición del reto (Despierta el interés del estudiantado), Investigación (Se cuestionan los conocimientos previos del estudiantado), Solución (Viabilidad y relevancia), Implementación (resolución del problema e instrumentos de medición), y reflexión y publicación (publicación en diferentes medios).

En el caso del grupo estudio en la asignatura de Cálculo y Geometría Analítica en la Facultad de Ingeniería, se observa por parte del docente que, cuando se les presenta la resolución de problemas, los alumnos los ven alejados de la realidad, los imaginan, pero no los hacen tangibles y no les despierta la curiosidad para ver si la resolución de dichos problemas presenta, dado el caso, las medidas a escala

---

[2] (Jean Piaget's Theory of Cognitive Development, s.f.)
[3] (La teoría sociocultural de Vygotsky: ¿Cómo la aplicamos en clase?, 2022)

exactas y la visualización de estos. Esto disminuye el interés por el estudio de la asignatura. Es por lo que actualmente la mediación de las tecnologías y el aprendizaje basado en retos son de interés para los docentes, que pueden con estos promover la estrategia que conforman en sus grupos y suscitar en los estudiantes el interés por la relación entre los conceptos y la práctica de resolución de problemas.

2. Metodología

A continuación se menciona el procedimiento para la utilización del proceso basado en retos, así como las dimensiones encontradas en los resultados.
Objetivos de aprendizaje: El estudiantado de la asignatura de Cálculo y Geometría Analítica reforzará los conceptos de cónicas y de derivadas y sus aplicaciones.
Título: Aprendizaje basado en retos para la resolución de problemas de Cálculo y Geometría Analítica utilizando Geogebra y Tecnología Aditiva (Impresión 3d)
Dirigido a estudiantes de un grupo de primer semestre de la carrera de Ingeniería Civil en la Facultad de Ingeniería, UNAM, cuyas edades se sitúan entre 18 y 20 años. La docente del grupo fue la guía del aprendizaje.
Fases:
Identificación del Reto: Se presenta un problema relevante relacionado con los conceptos de Cálculo y Geometría Analítica. Por ejemplo, optimizar la dimensión de una pelota dentro de una estructura de base cuadrada o bien realizar el logo de Batman utilizando secciones cónicas o el empleo de curvas en el espacio para diseñar una carretera. Se solicitó a los estudiantes que identificaran los conceptos utilizados.
Planificación e investigación: Los estudiantes analizaron los conceptos vistos en clase y que eran relevantes, y realizaron la planificación debida para abordar el reto. Se les propuso el uso de Geogebra y se les explicó cómo podían imprimir sus modelos en 3d con el uso de Tecnología Aditiva.
Desarrollo: Con el uso de herramientas como GeoGebra, los estudiantes crearon sus modelos matemáticos y gráficos que representaban sus soluciones al problema planteado.
Implementación: En esta fase, los estudiantes utilizaron tecnología aditiva para imprimir modelos físicos de sus soluciones, lo que les permitió visualizar y manipular sus ideas.
Reflexión y Evaluación: Finalmente, los estudiantes reflexionaron sobre el proceso de resolución del reto, y evaluaron, tanto su trabajo individual como el colaborativo.

3. Resultados

Los estudiantes entregaron la resolución de sus problemas de optimación con el apoyo del aprendizaje basado en retos. Ejemplo de problema resuelto: La resolución para el volumen máximo de un cono que está inscrito en una esfera. Se muestra una evidencia de un problema que realizaron los estudiantes en Geogebra y TinkerCad para luego ser impreso en 3D, como se muestra en la Figura 1.

DESARROLLO DEL PROBLEMA PLANTEADO

La esfera tiene radio R = 30 cm. La relación entre las variables r (radio de la base del cono), h (altura del cono), y R puede encontrarse con el teorema de Pitágoras.

Paso 1: Relación geométrica

Dado que el cono está inscrito, observamos un triángulo rectángulo formado por:

- La altura del cono h.
- El radio de la base del cono r.
- La distancia desde el vértice del cono hasta el borde de la base, que es igual a 2R - h (diámetro de la esfera menos la altura del cono).

Por Pitágoras:

$$r^2 + (R - h)^2 = R^2$$

Sustituimos R = 30:

$$r^2 + (30 - h)^2 = 30^2$$

Expandiendo:

$$r^2 = 900 - (30 - h)^2$$

$$r^2 = 900 - (900 - 60h + h^2)$$

$$r^2 = 60h - h^2$$

Paso 2: Función objetivo

El volumen del cono está dado por:

$$V = (\tfrac{1}{3}\pi)(r^2)(h)$$

Sustituyendo $r^2 = 60h - h^2$:

$$V = (\tfrac{1}{3}\pi)(60 - h^2)(h)$$

$$V = (\tfrac{1}{3}\pi)(60h^2 - h^3)$$

$$V = (\tfrac{\pi}{3})(60h^2 - h^3)$$

Paso 3: derivar para maximizar

$$\frac{dV}{dh} = \frac{\pi}{3}(120h - 3h^2)$$

$$\frac{dV}{dh} = \frac{\pi}{3}(3h(40 - h))$$

igualamos a cero para encontrar los puntos críticos:

$$\frac{\pi}{3}(3h(40 - h)) = 0$$

de aquí:

h= 0 o h= 40

Paso 4: validar el máximo: El caso $h = 0$ no es relevante porque implica un volumen nulo. Por lo tanto, evaluamos $h = 40$ y verificamos que maximiza el volumen.

Paso 5: cálculo del radio r:

Sustituimos h=40 en la ecuación

$$r^2 = 60h - h^2$$

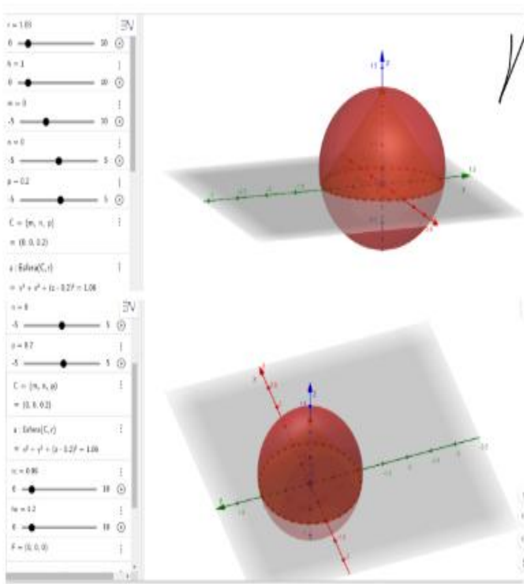
$$r^2 = 60(40) - (40)^2$$

$$r^2 = 2400 - 1600 = 800$$

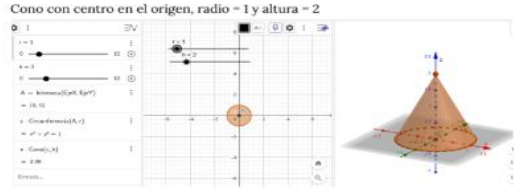
$$r = \sqrt{800} = 20\sqrt{2}$$

El cono de mayor volumen tiene:

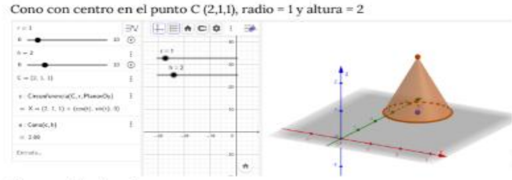
- Altura: h = 40 cm
- Radio de la base: $r = 20\sqrt{2}$ cm



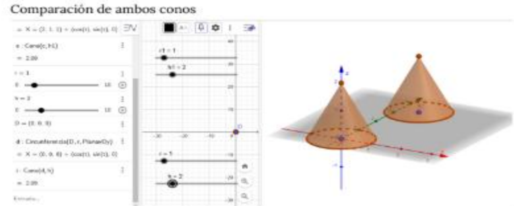
Cono con centro en el origen, radio = 1 y altura = 2



Cono con centro en el punto C (2,1,1), radio = 1 y altura = 2



Comparación de ambos conos



Cono inscrito en una esfera

ISSN 2448 – 7945

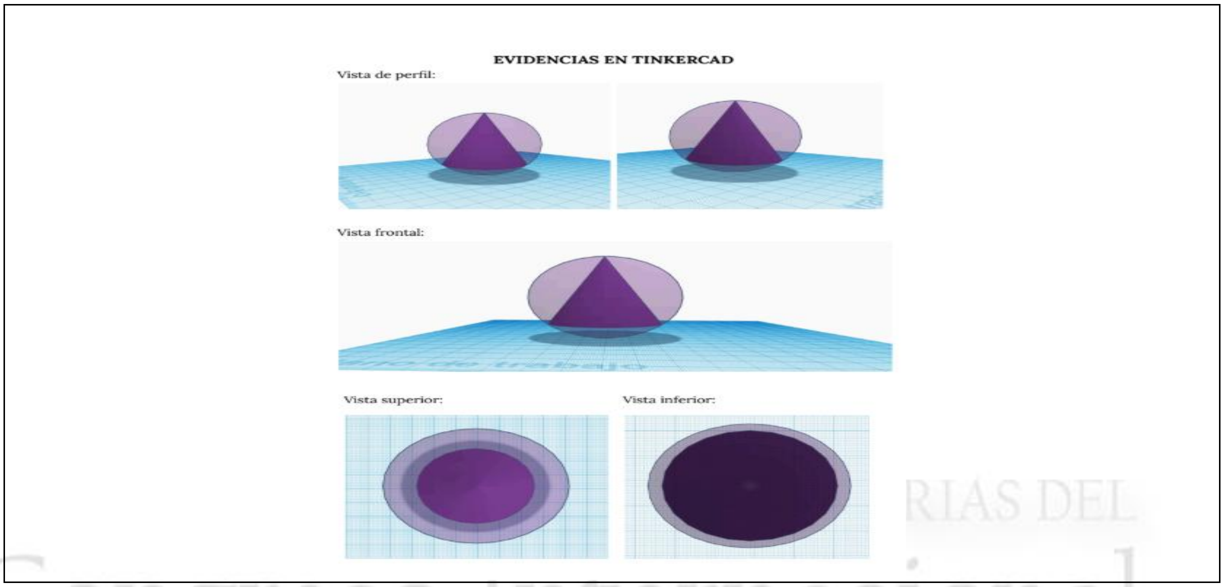


Figura 1. Semicono de volumen máximo inscritp en una esfera.

Se les solicitó a los integrantes de los equipos contestaran las siguientes preguntas, en las cuales se han resumido algunas respuestas.
Se revisaron 17 respuestas de los estudiantes, que contestaron a las preguntas.
1. **¿Cuál es tu nivel de comprensión sobre los conceptos fundamentales de Cálculo y Geometría Analítica?** La respuesta de los estudiantes fue favorable ya que contestaron lo siguiente:

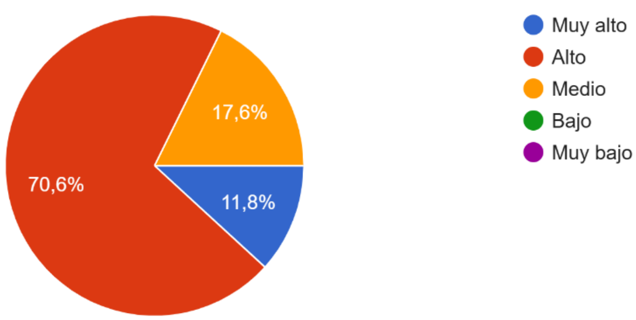


Figura 2. Respuesta a la pregunta sobre el nivel de comprensión de los conceptos de Cálculo y Geometría Analítica.

Se observa que las calificaciones más altas fueron en Alto, considerando el nivel de comprensión de los conceptos del curso. Sin embargo, no hubo calificaciones en bajo o muy bajo.
2. **Describe el reto específico que hayas abordado en tu proyecto utilizando conceptos de Cálculo o Geometría Analítica. ¿Qué pasos seguiste para resolverlo?**

ISSN 2448 – 7945

Los estudiantes refieren diferentes retos en sus proyectos. A continuación, se presentan algunos ejemplos de los desafíos que afrontaron:

En el proyecto de diseño de carreteras seguras, los estudiantes enfrentaron el reto de aplicar derivadas para calcular pendientes óptimas y ajustar radios de curvatura, lo que les permitió optimizar materiales y garantizar la seguridad vial.

Al trabajar en la representación gráfica de la silueta de Batman, descompusieron la figura en partes más simples usando ecuaciones y gráficas de cónicas, ajustando parámetros para lograr precisión.

También abordaron problemas de optimización, como calcular el volumen máximo de un cono inscrito en una esfera, lo que implicó analizar restricciones y límites. Estos desafíos fomentaron un aprendizaje activo y significativo, donde la colaboración y el uso de tecnología aditiva fueron fundamentales para resolver problemas complejos y aplicar conceptos matemáticos en contextos reales.

3. **En una escala del 1 al 5, ¿qué tan efectivo consideras el uso de tecnologías (como GeoGebra) para resolver problemas matemáticos?**

Se utilizó la siguiente escala Likert. (5) Muy Efectivo (4) Efectivo, 3) Neutral (4) Inefectivo (5) Muy infectivo

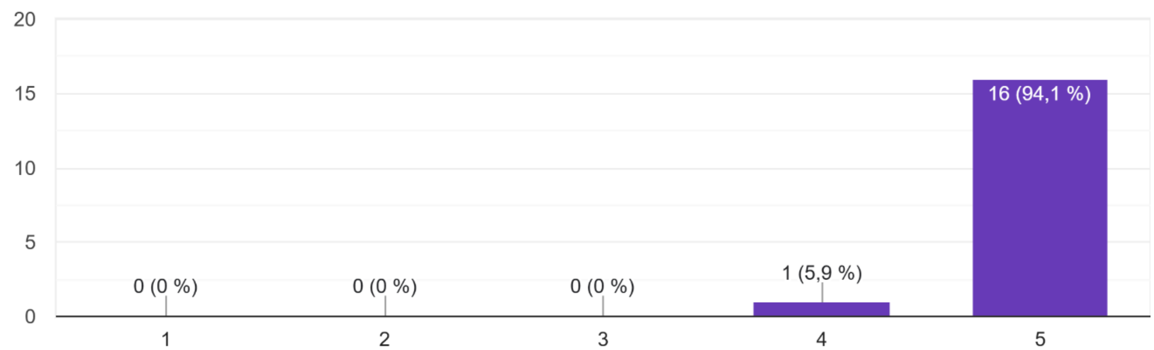


Figura 3. Respuesta de que tan efectivo consideras el uso de tecnologías para la resolución de problemas matemáticos.

Los estudiantes refirieron que les es muy efectivo y efectivo el uso de tecnologías para la resolución de problemas.

4. **¿Has utilizado impresión 3D para representar algún concepto matemático? Si es así, describe tu experiencia. Si no, por qué no lo hiciste.**

El 100% de los estudiantes que contestaron no habían utilizado la tecnología de Geogebra ni impresión 3D o tecnología aditiva.

Los estudiantes han compartido diversas experiencias y estrategias para abordar problemas complejos en Cálculo y Geometría Analítica. Algunos mencionan que comenzaron a trabajar con funciones desde el primer examen parcial, utilizando herramientas como GeoGebra para visualizar representaciones geométricas y facilitar la comprensión de conceptos. Las estrategias para resolver problemas incluyen la descomposición de estos en partes más simples, el análisis detallado de la situación, y la aplicación de derivadas y pendientes. Muchos estudiantes enfatizan la importancia de comprender la teoría antes de abordar ejercicios, así como el uso de recursos como video-clases, libros y ayudas en línea para reforzar su aprendizaje. En general, el enfoque se centra en la práctica constante, la revisión de apuntes y el uso de herramientas tecnológicas para mejorar la comprensión y resolver así problemas matemáticos de manera efectiva.

El trabajo colaborativo, hizo que entregaran sus evidencias.

5. **¿En qué medida consideras que las herramientas tecnológicas utilizadas en clase (GeoGebra, software de modelado) han mejorado tu comprensión? El 1 es el nivel más alto y el 5 el nivel más bajo.**

En la figura se muestra que el 64.7%, de la población de estudiantes de la asignatura de Cálculo y Geometría Analítica considera que, sí ha mejorado su comprensión y aprendizaje, mientras el resto manifiesta que no le ayuda, y que se debe a que le cuesta trabajar con las herramientas tecnológicas.

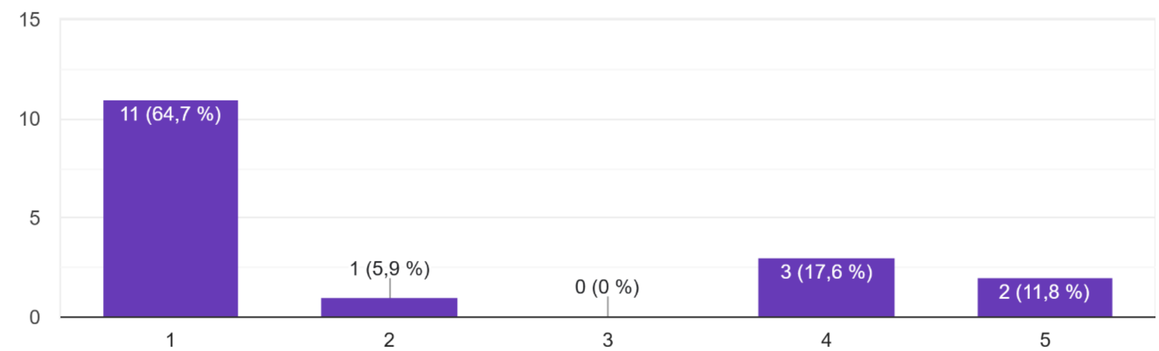


Figura 4. Respuestas de los estudiantes con respecto a la pregunta la consideración del uso de Geogebra para mejorar la comprensión del Cálculo y Geometría Analítica.

6. **Después de realizar tu proyecto como reto, cómo te sentiste. La calificación 1 significa nada satisfecho y 5 muy satisfecho.**

En la figura se observa que el 94.1% se sintió satisfecho y muy satisfecho.

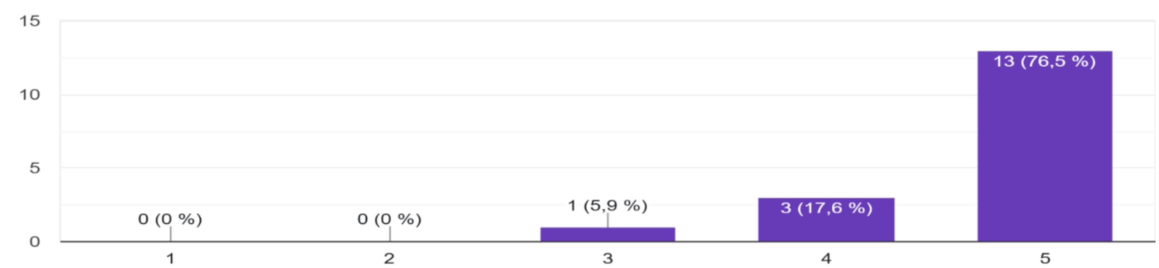


Figura 5. Respuesta a la pregunta después de realizar tu proyecto, cómo te sentiste.

7. **Después de realizar tu proyecto como reto, cómo te sentiste ¿Por qué?**

Después de realizar el proyecto como reto, los estudiantes expresaron una variedad de sentimientos positivos, así como satisfacción. Hubo interés en general.

Los alcances, después de aplicar el cuestionario es que se favorecieron las dimensiones:

Cognitiva: Los estudiantes refieren que pudieron vincular los conceptos vistos en clase con la práctica al resolver sus problemas de Cálculo.

Social: Los estudiantes pudieron trabajar colaborativamente, entregando el 99% de los proyectos en equipo.
Emocional: los estudiantes manifestaron satisfacción y se involucraron en problemas que les interesaron como reto, pues se veía como un juego lúdico e interesante. Sin embargo, algunos refieren que tuvieron frustración al inicio del trabajo pues tuvieron que investigar más para resolver los problemas.
Tecnológica: Los estudiantes pudieron aprender nuevas herramientas tecnológicas como Geogebra y utilizar las impresoras 3D; además manifestaron que les servirán más adelante.

4. Conclusiones y trabajo futuro

El uso del Aprendizaje Basado en Retos en Cálculo y Geometría Analítica mejora la comprensión conceptual de los estudiantes y desarrolla habilidades prácticas esenciales para su futuro académico y profesional. Los estudiantes refieren que comprenden y aprenden al combinar retos de la teoría con la práctica, y al utilizar tecnologías de la información y la comunicación. Sin embargo, se sienten desafiados ante situaciones innovadoras que hacen despertar su curiosidad y su creatividad.
La tecnología aditiva (impresión 3d) cada vez es más accesible para los estudiantes y pueden tener objetos tangibles y visualizarlos a escala, por lo que expresan interés de ver al reto como un juego de gran nivel, además, satisfacción, felicidad y tener aprendizajes significativos de los contenidos de la asignatura. Actualmente, la tecnología aditiva presenta retos, por un lado la capacitación total de estudiantes y docentes, así como los costos sean accesibles para todos los estudiantes.

6. Referencias

- Aprendizaje basado en retos. El proyecto como plato principal del aprendizaje. (s.f.). Obtenido de https://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/ecoescuela/pedagotic/aprendizaje-basado-en-retos/
- Bolaños, O. (s.f.). Aprendizaje basado en retos (ABR). Obtenido de https://eduteka.icesi.edu.co/pdfdir/crea-ruta-tic-aprendizaje-basado-en-retos.pdf
- De La Cruz Velazco, P. H., Poquis Velasquez, E., Valle Chavez, R. A., Castañeda Sánchez, M. I., & Sánchez Anastacio, K. R. (2022). Aprendizaje basado en retos en la educación superior: Una revisión bibliográfica. Horizontes Revista de Investigación en Ciencias de la Educación, 6(25). doi:https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v6i25.422
- Jean Piaget's Theory of Cognitive Development. (s.f.). Obtenido de https://www.earlyyears.tv/piagets-theory-of-cognitive-development/
- La teoría sociocultural de Vygotsky: ¿Cómo la aplicamos en clase? (2022). Obtenido de https://additioapp.com/la-teoria-sociocultural-de-vygotsky-como-la-aplicamos-en-clase/#:~:text=Lev%20Vygotsky%20sosten%C3%ADa%20que%20los,de%20vida%20rutinario%20y%20familiar.
- Martín, R. (s.f.). Aprendizaje Basado en Retos o ABR, ¿la evolución del ABP? Obtenido de https://blog.genially.com/aprendizaje-basado-en-retos/
- Servicio de Innovación Educativa de la UPM. Guía de Aprendizaje Basado en Retos. (2020). Obtenido de https://innovacioneducativa.upm.es/sites/default/files/guias/GUIA-ABR.pdf

Memorias del Congreso Internacional sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán
8 y 9 de mayo del 2025, Cuautitlán Estado de México
ISSN 2448 – 7945

SIMULADOR VIRTUAL DE SOLDADURA E INTERPRETACIÓN MATEMÁTICA DE 3 VARIABLES DEL PROCESO PARA MEDIR HABILIDADES

Eugenio Santiago Machuca Mejía[1,*]
Víctor M. Córdoba Lobo[2]
[1,2] Institución U.P.I.I.C.S.A del Instituto Politécnico Nacional

AP-POSM020

Resumen

Es evidente que el uso de un Simulador Virtual de Soldadura favorece el aprendizaje y el desarrollo de competencias a través de la interpretación matemática de los resultados en gráficas que arroja el propio software del Simulador Virtual. Resultados alineados a las variables medidas del propio proceso de soldadura, las cuales son; Velocidad promedio de desplazamiento del electrodo, altura promedio del electrodo a la zona de contacto y el ángulo promedio de inclinación del electrodo durante la generación de un cordón de soldadura en una prueba básica.
Por lo que la presente investigación tiene como finalidad determinar el aporte del Simulador Virtual de Soldadura en el desarrollo de las habilidades prácticas de los estudiantes de sexto semestre de Ingeniería Industrial de la UPIICSA en el proceso de Soldadura con electrodo revestido, a través de la medición promedio de las tres variables mencionadas anteriormente. Para poder lograr las habilidades prácticas, el Simulador Virtual y las variables del propio proceso deben ser prácticamente "reales" como lo menciona Boroni, G., & Vénere, M. (2002) "Para que el entrenamiento sea efectivo los operarios deberán disponer de la funcionalidad equivalente y en lo posible sentirse en el ambiente real" (s / p).
Por lo que se interpretaron 20 graficas de cada una de las 3 variable (velocidad promedio de desplazamiento del electrodo, altura promedio del electrodo a la zona de contacto y el ángulo promedio de inclinación del electrodo).

***Palabras clave**: Simulador, variables, gráficas, soldadura, virtual*

1. Introducción

Los usos de Simuladores Virtuales hoy en día se están convirtiendo en una necesidad esencial a cubrir en diferentes campos de aprendizaje y por supuesto que dentro de la educación superior no es la excepción con el propósito de lograr los objetivos educaciones de cada Unidad Académica como lo establece Herreta, A. D. O., Julio, R. F., & Ospino, A. P cuando menciona que "Los entornos virtuales de aprendizaje son herramientas que permiten en-caminar y controlar una forma de actividad pedagógica externa durante el proceso de aprendizaje" (p 198).
En específico durante el uso el Simulador Virtual de Soldadura que utilizaron alumnos de sexto semestre de la UPIICSA, permitió medir las variables de; Velocidad promedio de desplazamiento del electrodo, altura promedio del electrodo a la zona de contacto y el ángulo promedio de inclinación del electrodo con la finalidad de cuantificar su

[1*] *Autor para la correspondencia. E-mail: EMACHUCAM@IPN.MX*

ISSN 2448 – 7945

capacidad de adiestramiento práctico, analizando una serie de datos y gráficas que miden los datos obtenidos en tiempo real mientras se realiza el proceso de soldadura y comparándolos con los datos "ideales" con los que vienen calibrado en Simulador Virtual de Soldadura.

2. Metodología o desarrollo

La presente investigación busca establecer el aporte para el desarrollo de habilidades prácticas del proceso de soldadura por electrodo revestido utilizando un Simulador Virtual. Para obtener resultados satisfactorios de un proceso de soldadura real, en todo momento se deben cuidar tres variables, por lo que este Simulador Virtual permite medir estas tres variables. 20 estudiantes de sexto semestre de la UPIICSA realizaron este proceso de soldadura utilizando el Simulador Virtual de Soldadura lo que permitió obtener 20 graficas con los respectivos datos de las tres variables.

Cada uno de los 20 estudiantes realizaron una solo prueba de soldadura que consiste en ejecutar un cordón de soldadura de forma lineal. Para que el Simulador Virtual de Soldadura mida las variables del proceso con que el estudiante está realizando su cordón de soldadura, es necesario comenzar en un punto de inicio y en un punto final marcados y establecidos de forma virtual por el simulador.

Debido a la programación Interna del Simulador Virtual de Soldadura, de manera automática arroja el dato numérico medio de las tres variables del proceso (Velocidad promedio de desplazamiento del electrodo, altura promedio del electrodo a la zona de contacto y el ángulo promedio de inclinación del electrodo), al mismo tiempo está midiendo los datos propios de la ejecución de cada estudiante ya sean que estén arriba o debajo de la medida "ideal media".

Por cada alumno que realizó su cordón de soldadura, se obtiene una gráfica de cada una de las tres variables que determinan la calidad del propio cordón de soldadura. Es el propio Software del Simulador que arroja de manera automática dichas gráficas y las mediciones de las tres variables, por lo que se tomaron esos 20 datos y se construyó una matriz de resultados obtenidos.

Tabla 1. *Tres variables del proceso de soldadura por electrodo revestido y medida media ideal.*

No. Variable	Variable del Proceso	Medida media ideal (calibrado por el Software)
1	Altura promedio del electrodo a la zona de contacto	12 (mm)
2	Ángulo promedio de inclinación del electrodo	85 (grados)
3	Velocidad promedio de desplazamiento del electrodo	24 (cm/min)

Tabla 2. *Matriz de resultados de las tres variables del proceso de Soldadura.*

Número de estudiante	Altura promedio del electrodo a la zona de contacto	Ángulo promedio de inclinación del electrodo	Velocidad promedio de desplazamiento del electrodo
1	2	58	18
2	20	67	38
3	5	86	27
4	7	45	41
5	9	81	22
6	4	62	18
7	4	80	34
8	8	90	19
9	12	85	24
10	16	76	36
11	9	84	40
12	17	88	29
13	12	84	24
14	10	69	16
15	8	92	19
16	12	87	26
17	9	82	33
18	5	61	39
19	5	92	20
20	10	81	31

Es evidente que el uso del Simulador Virtual de Soldadura tiene varias ventajas y es muy notorio al momento de estar observando a los estudiantes que lo usan y ellos mismos son los que retroalimentan esta investigación con sus comentarios y puntos de vista, ente otras ventajas que ellos comentaron, mencionamos algunas; se sienten seguros al utilizar el simulador de soldadura porque están confiados que no recibirán alguna descarga eléctrica, no se flamearon los ojos y no sufrirán alguna quemadura, por otro lado alguno de ellos comento que nunca había realizado algún cordón de soldadura en la vida real, pero utilizando el simulador ya se sentía con más confianza y habilidad para usar un equipo rea. Algo similar comenta Ramos Tovar, D. R., & Salinas, S. A “Para que el entrenamiento con un simulador para aprendizaje de cirugías sea exitoso, debe garantizarse que las actividades que se llevan a cabo en la simulación brinden desarrollo de habilidades “estándar” necesarias para realizar cirugías satisfactoriamente. (p 46), cabe destacar que el comentario anterior es la utilización de un Simulador Virtual, pero de otra área de especialidad.

ISSN 2448 – 7945

3. Resultados

Las medidas "medas ideales" de las tres variables que son fundamentales para obtener un resultado adecuado de un cordón de soldadura, ya sea utilizando un Simulador Virtual o en la vida real, nos dan el parámetro de referencia para poder calificar de alguna manera que tanta habilidad práctica tienen los 20 estudiantes. Con los datos obtenidos podemos clasificar las habilidades prácticas para generar un cordón de soldadura con el proceso de electrodo revestido, la clasificación podría ser en estudiantes que cuenten con habilidad básica, habilidad intermedia o habilidad avanzada, dicha clasificación si es posible debido a que los parámetros de las tres variables ya están establecidos. Para tener nuevamente presente las tres variables y su medida "media ideal", se mencionan a continuación;

1. Altura promedio del electrodo a la zona de contacto – 12 mm.
2. Ángulo promedio de inclinación del electrodo – 85 grados.
3. Velocidad promedio de desplazamiento del electrodo - 24 cm/min.

Tabla 3. *Matriz de resultados de las tres variables del proceso de Soldadura obtenida de los 20 estudiantes participantes.*

Número de estudiante	Altura promedio del electrodo a la zona de contacto	Ángulo promedio de inclinación del electrodo	Velocidad promedio de desplazamiento del electrodo
1	2	58	18
2	20	67	38
3	5	86	27
4	7	45	41
5	9	81	22
6	4	62	18
7	4	80	34
8	8	90	19
9	12	85	24
10	16	76	36
11	9	84	40
12	17	88	29
13	12	84	24
14	10	69	16
15	8	92	19
16	12	87	26
17	9	82	33
18	5	61	39

19	5	92	20
20	10	81	31

Estudiantes clasificados con habilidad avanzada se encuentra de color verde en la tabla número 3 y fueron 3 estudiantes.

Estudiantes clasificados con habilidad intermedia se encuentra de color amarillo en la tabla número 3 y fueron 5 estudiantes.

Estudiantes clasificados con habilidad básica se encuentra de color azul en la tabla número 3 y fueron 12 estudiantes.

Otra de las ventajas del uso de este tipo de Simuladores Virtuales para entrenamiento y por supuesto como apoyo fundamental para el proceso enseñanza aprendizaje, es que arroja gráficas las cuales ya nos permite interpretar los datos numéricos de una forma más visual.

Figura 1. Ejemplo de gráfica que arroja el Software del Simulador de Soldadura en función de las mediciones de variables del proceso de soldadura

4. Discusión y/o análisis.

Los datos numéricos y gráficas que arroja el Simulador Virtual de Soldadura tienen un gran potencial para la toma de decisiones y seguimiento de avance de entrenamiento que va adquiriendo nuestros estudiantes. Es evidente que en su mayoría este grupo de estudiantes requieren más horas de entrenamiento ya que los porcentajes arrojados se encuentran de la siguiente manera

ISSN 2448 – 7945

Estudiantes con habilidad básica 60 %
Estudiantes con habilidad intermedia 25 %
Estudiantes con habilidad avanzada 15 %

5. Conclusiones

El uso de Simuladores Virtuales como apoyo para el proceso enseñanza aprendizaje es fundamental, ya que los resultados numéricos obtenidos en esta investigación nos permiten tomar decisiones acertadas para mejorar dicho proceso. Por otro lado, sin la obtención de estos datos numéricos y gráficas es un tanto complicado poder medir y visualizar el avance de la obtención de habilidades prácticas de nuestros estudiantes. Se puede realizar este estudio previo al entrenamiento con estas tecnologías y al finalizar el curso de entrenamiento, logrando así saber de una manera eficiente el logro de los objetivos educacionales de entrenamiento.

6. Referencias

Boroni, G., & Vénere, M. (2002). Un simulador distribuido para entrenamiento de operarios. *In VIII Congreso Argentino de Ciencias de la Computación (CACIC).*

Herreta, A. D. O., Julio, R. F., & Ospino, A. P. (2022). Importancia de los simuladores virtuales para la enseñanza-aprendizaje de la asignatura de química inorgánica en las escuelas de educación media. *Revista Cedotic,* 7(2), 191-208.

Ramos Tovar, D. R., & Salinas, S. A. (2016). Simuladores virtuales para entrenamiento de habilidades para laparoscopia. *Revista Ingeniería Biomédica,* 10(19), 45-55.

ISSN 2448 – 7945

METODOLOGÍAS INNOVADORAS EN LA PLANEACIÓN DIDÁCTICA DE MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN PRIMARIA

Soto Méndez Diana Elizabeth[*1], Beltrán Flores Aideé [2] y Ávila Talamantes Ever [3]
[1, 2 y 3] *Universidad Pedagógica Nacional del Estado de Chihuahua. Unidad Juárez. Camino Viejo a San José #8370. Col. Partido Iglesias. Cd. Juárez, Chihuahua.*

ID-POSM021

Resumen

En educación, las metodologías innovadoras se han consolidado como herramientas clave para transformar la enseñanza y el aprendizaje, especialmente en áreas como las matemáticas. La implementación de enfoques pedagógicos nuevos y creativos tiene el potencial de mejorar la comprensión de los estudiantes, promover su participación activa y fortalecer su razonamiento crítico. Sin embargo, la efectividad de estas metodologías depende en gran medida de cómo son percibidas e integradas por los docentes en su planeación didáctica. Por ello, esta investigación tiene como objetivo explorar la percepción de los docentes sobre la relevancia de las metodologías innovadoras en la planeación y enseñanza de las matemáticas en educación primaria, y cómo estas influyen en su práctica docente. La perspectiva metodológica de esta investigación se encuentra bajo el paradigma interpretativo, enfoque cualitativo de tipo exploratorio, método narrativo a partir de historias orales. Se utilizará el Atlas Ti para la organización de la información, así como la Interpretación Reflexiva a partir de la Bibliografía Anotada para el análisis de la información. Como parte de las conclusiones preliminares se rescata la importancia de considerar que el capital cultural puede establecer una variedad de percepciones sobre las metodologías innovadoras, las dificultades para implementar estas metodologías debido a restricciones curriculares, la falta de tiempo en el horario escolar y/o la necesidad de capacitación continua, así como la práctica pedagógica y la percepción de resultados en el aprendizaje de los alumnos.

Palabras clave: *Metodologías innovadoras, planeación didáctica, matemáticas.*

1. Introducción

La enseñanza de las matemáticas en la educación primaria es fundamental para el desarrollo de habilidades cognitivas y la resolución de problemas. Sin embargo, los métodos tradicionales a menudo no logran captar el interés ni fomentar una comprensión profunda en los estudiantes. Ante este desafío, la incorporación del Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP) dentro del modelo educativo de la Nueva Escuela Mexicana (NEM) ha provocado un ajuste en la práctica docente, especialmente en la planeación didáctica de la educación básica en México, incluido el nivel de primaria (Castro-Valle, 2022).

De ser una práctica regulada por una serie de condiciones organizadas programáticamente de manera estandarizada a nivel nacional —como las lecciones, los bloques y las asignaturas—, la práctica docente ha transitado hacia un modelo con mayor libertad y posibilidad de toma de decisiones. De esta forma,

[1] *Autor para la correspondencia. E-mail: dsoto@upnech.edu.mx

ISSN 2448 – 7945

ha cobrado relevancia en el ámbito educativo lo que se conoce como autonomía profesional. Dicha autonomía permite al docente decidir qué contenidos abordar, en qué momento y de qué manera, basándose en las necesidades y características que observa en su grupo escolar (Acosta-Pérez et al, 2024).

La Secretaría de Educación Básica (2023) define el Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP) como una metodología sociocrítica y activa que promueve el desarrollo de aprendizajes y experiencias a través de la planeación, organización, desarrollo y socialización de una producción realizada por los alumnos.

Con la propuesta metodológica de la Nueva Escuela Mexicana (NEM), el ABP se presenta en la educación primaria como la estrategia metodológica y didáctica central para la implementación del currículo en el aula. Esto ha exigido a las y los docentes realizar modificaciones inmediatas en su práctica, lo que ha convertido la aplicación de esta política educativa en un reto. La toma constante de decisiones genera, en muchos casos, cierta inseguridad al momento de planear los aspectos didácticos y metodológicos de los procesos de enseñanza y aprendizaje (González-Fernández y Becerra, 2021).

El ABP impulsa el desarrollo de proyectos áulicos innovadores, en los que niñas, niños y adolescentes (NNA) despliegan su potencial para resolver problemas de la vida cotidiana y de su comunidad, a través de la concreción exitosa de dichos proyectos. Esta metodología se presenta como una herramienta transformadora en la enseñanza de las matemáticas, promoviendo un enfoque activo, colaborativo y significativo en el aula (Villanueva et al, 2022).

Como metodología centrada en el estudiante, el ABP permite abordar los contenidos matemáticos desde situaciones reales y contextualizadas, facilitando que los alumnos no solo resuelvan problemas matemáticos, sino que también desarrollen competencias como la investigación, la creatividad, el trabajo en equipo y la toma de decisiones. Esta estrategia favorece una comprensión más profunda de los conceptos matemáticos al vincularlos con proyectos que tienen un propósito concreto y aplicación práctica en la vida cotidiana, además de hacer más atractiva y significativa la experiencia educativa.

La implementación de estas metodologías innovadoras puede representar un desafío para los docentes, quienes deben adaptarse a nuevas formas de organización del aula y a un enfoque centrado en el alumno. No obstante, los beneficios de una enseñanza dinámica y flexible justifican el esfuerzo requerido para reformular la planeación didáctica, con el objetivo de ofrecer una educación matemática más inclusiva, interactiva y alineada con los intereses y capacidades del estudiantado.

Este estudio presenta los beneficios y desafíos del Aprendizaje Basado en Proyectos en la planeación didáctica de matemáticas en la educación primaria,

ISSN 2448 – 7945

destacando su capacidad para mejorar la motivación y el rendimiento de los estudiantes, así como su potencial para fomentar un aprendizaje más auténtico y duradero. Asimismo, se analizan las estrategias y herramientas que el profesorado puede emplear para implementar esta metodología de manera efectiva, adaptándola a las necesidades y características de los estudiantes del siglo XXI.

2. Metodología

Este trabajo se enmarca dentro del paradigma interpretativo, bajo un enfoque cualitativo, ya que tiene como propósito identificar las experiencias de docentes al desarrollar su planeación didáctica utilizando metodologías basadas en el Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP), con el fin de analizar dichas experiencias e identificar los principales retos que enfrentan.

Por el nivel de análisis y el tipo de estudio, se trata de una investigación exploratoria, dado que la implementación de la Nueva Escuela Mexicana (NEM) es reciente. Asimismo, se adopta una corriente hermenéutica, ya que la interpretación, explicación y análisis tanto de la comunicación verbal como corporal resultan fundamentales en este enfoque.

El diseño de la investigación fue biográfico-narrativo, utilizando el método de narrativas, con un enfoque centrado en la recolección y análisis de historias orales. Esta elección metodológica permitió recuperar las voces y experiencias personales de las y los docentes, otorgando un sentido más profundo y contextualizado a sus vivencias en torno a la planeación didáctica basada en el Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP). Las técnicas e instrumentos de recolección de información consistieron en entrevistas a profundidad, diseñadas a partir de cuestionarios semiestructurados que facilitaron el diálogo abierto y la exploración de percepciones, emociones y reflexiones relacionadas con los cambios metodológicos impulsados por la Nueva Escuela Mexicana (NEM).

Las entrevistas se realizaron de manera presencial y, en algunos casos, a través de plataformas digitales, dependiendo de la disponibilidad de los participantes. El proceso de recolección se llevó a cabo durante un periodo de tres semanas, en el cual se generó un ambiente de confianza que permitió a las y los docentes compartir sus experiencias de forma libre y detallada.

Los participantes del estudio fueron docentes de educación primaria que laboran en diferentes escuelas públicas de Ciudad Juárez, Chihuahua, seleccionados mediante un muestreo intencional. Se procuró una muestra diversa en cuanto a años de experiencia, contexto escolar y grado académico atendido, con el objetivo de enriquecer el análisis con múltiples perspectivas.

Las narrativas obtenidas revelaron tanto los desafíos como las oportunidades que enfrentan los docentes al implementar el ABP, así como sus estrategias para

ISSN 2448 – 7945

adaptarse al nuevo enfoque curricular promovido por la NEM. Las historias compartidas por los docentes no solo ofrecieron una visión clara de los obstáculos percibidos, sino que también evidenciaron su disposición a la innovación y la adaptación dentro del entorno educativo.

3. Resultados

La implementación de la Nueva Escuela Mexicana (NEM) ha generado diversos retos en la elaboración de la planeación didáctica, originando transformaciones significativas en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Las y los docentes se enfrentan a un cambio de paradigma que impacta profundamente en su vida profesional. Ante esta revolución educativa, se ha observado una resistencia generada por el choque entre las prácticas tradicionales —sustentadas en lineamientos prescriptivos de los programas educativos que históricamente han conformado la escuela pública en México— y las nuevas posibilidades de acción pedagógica, en las que las y los maestros cuentan con mayor libertad para configurar curricularmente el trabajo en el aula.

Esta posibilidad de configuración, conocida en el nuevo modelo como autonomía profesional (SEP, 2022), ha despertado una serie de dudas e inquietudes en la mayoría del magisterio. Ahora, con base en sus propios criterios y una serie de subjetividades, a cada docente le corresponde elegir los proyectos educativos de saberes y pensamiento científico que implementará en su grupo escolar: los ejes articuladores, los contenidos, los procesos de desarrollo del aprendizaje, entre otros elementos.

Esto ha provocado una crisis paradigmática, al tener que tomar decisiones con base en su juicio profesional y experiencia, como seleccionar qué proyectos implementar y si será necesario desarrollar varios de manera simultánea. En consecuencia, las y los docentes enfrentan momentos constantes de incertidumbre e inseguridad, debido a los procesos de adaptación que esta autonomía exige. Para que el colectivo docente logre ejercer de manera efectiva dicha autonomía curricular, es indispensable el dominio de los programas sintéticos, la comprensión del proceso de construcción del programa analítico y la capacidad de trabajar colaborativamente en el Consejo Técnico Escolar, articulando las diversas visiones del grupo.

Esta situación representa un área de oportunidad importante, ya que aún no se observa un dominio generalizado de los programas y procesos requeridos. Esta dificultad se agudiza ante la falta de estrategias para abordar contenidos matemáticos dentro de los proyectos, pues se deben integrar múltiples contenidos y el programa sintético no presenta una estructura secuenciada o sistemática que facilite su implementación en el programa institucional. Asimismo, es necesario fortalecer la cultura de cooperación y empatía, esenciales para consolidar un trabajo colegiado efectivo.

Durante los procesos de diálogo con docentes también se identificó una preocupación recurrente en torno a la evaluación formativa, la cual es promovida por la NEM como eje central para potenciar el aprendizaje a través de proyectos educativos. Sin embargo, existen múltiples y a veces contradictorias concepciones entre el profesorado respecto a esta evaluación. Por ejemplo, algunos aún la asocian con la asignación de calificaciones numéricas, cuando en realidad este tipo de evaluación se distancia de dicha lógica. Esto evidencia una práctica arraigada en los colectivos docentes: evaluar únicamente para calificar y entregar informes a madres y padres de familia en términos cuantitativos.

No obstante, la diversidad de ideas, concepciones y criterios entre docentes va más allá del tema de la evaluación. En las escuelas convergen múltiples subjetividades y, en los últimos años, una creciente variedad de formaciones profesionales relacionadas con lo pedagógico, lo que ha diversificado las prácticas escolares. Esta diversidad se amplifica con la llegada de la autonomía profesional.

Por ello, es fundamental reconocer que cada docente es único, con sus propios criterios, conocimientos, formación profesional, capacidades, creencias y experiencias. Todos estos elementos configuran su práctica docente y, por tanto, se reflejan directamente en su planeación didáctica, especialmente en los procesos de enseñanza de las matemáticas. Esta diversidad da lugar a prácticas notablemente distintas: algunas innovadoras y exitosas, otras marcadas por carencias, desorganización o falta de orientación.

En este contexto, la autonomía profesional incide directamente en un elemento clave del proceso educativo: la planeación didáctica. Esta se ha convertido en un terreno cambiante que exige constantes adaptaciones y procesos de capacitación para el personal docente. Asimismo, ha dado lugar a una multiplicidad de formas de implementación en el aula: hay docentes que desarrollan un solo proyecto a la vez, otros optan por dos, e incluso se observó a una docente novel que llevaba hasta cuatro proyectos simultáneamente.

Una problemática común, y quizás la más crítica, es la toma de decisiones para el diseño de la planeación didáctica. Las y los docentes deben definir la metodología a utilizar, atender las carencias formativas del alumnado en habilidades básicas como lectura, escritura, literalidad, cálculo mental y aritmética, gestionar recursos de distinta índole para el desarrollo de los productos de los proyectos, dar seguimiento continuo a la evaluación formativa y, además, diseñar instrumentos que les permitan transformar cualidades en calificaciones que deben ser entregadas trimestralmente.

Frente a este panorama, se complejiza el establecimiento de criterios comunes y la toma de acuerdos para una planeación didáctica que logre promover eficazmente el aprendizaje.

ISSN 2448 – 7945

Por otro lado, la llegada de la nueva política educativa también ha promovido, en muchos casos, una democratización de las prácticas docentes, aunque en algunas escuelas esta transformación aún no se ha concretado. La participación activa del colectivo docente es indispensable para el desarrollo del programa analítico, el cual requiere la puesta en marcha de acciones medulares como el diagnóstico socioeducativo, el análisis de los programas sintéticos —en el caso de primaria, de las fases tres, cuatro y cinco—, así como la selección reflexiva de contenidos y procesos de aprendizaje. Todo ello promueve una participación constante del profesorado, permitiendo que sus propuestas respondan al interés, las características y las necesidades que observan en sus contextos escolares.

4. Discusión y/o análisis.

Los resultados indican que la mayoría de las y los docentes reconoce la importancia de integrar metodologías innovadoras en la enseñanza de las matemáticas. Entre los enfoques más mencionados destacan el Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP), el uso de recursos tecnológicos y la gamificación. Estas metodologías son percibidas como estrategias que fomentan el pensamiento crítico, la resolución de problemas y el compromiso del estudiantado con su propio proceso de aprendizaje.

No obstante, también emergieron diversas preocupaciones, algunos docentes manifestaron incertidumbre respecto a cómo adaptar dichas estrategias a los currículos establecidos, así como una falta de capacitación específica para su correcta aplicación. Estos hallazgos sugieren que la formación docente continua es un factor clave para la implementación efectiva de metodologías activas e innovadoras en el aula.

4.1. Influencia en la práctica docente

La percepción positiva de las y los docentes hacia las metodologías innovadoras se traduce, en algunos casos, en transformaciones dentro de su planeación didáctica. Se observó que aquellos con mayor formación en metodologías activas tienden a diversificar sus estrategias pedagógicas y a fomentar un aprendizaje más participativo en el aula. No obstante, una barrera recurrente es la carga administrativa, sumada a la autonomía curricular, que si bien otorga libertad al docente, también puede generar confusión ante la abundancia de información, contenidos y procesos de desarrollo y aprendizaje, especialmente en el área de matemáticas, dificultando así la aplicación continua de enfoques innovadores.

Asimismo, los docentes destacaron que el uso de tecnologías en la enseñanza de las matemáticas incrementa la motivación y comprensión del alumnado. Sin embargo, también expresaron que la falta de recursos tecnológicos en algunas instituciones representa un obstáculo significativo para su integración efectiva tanto en la planeación como en la práctica docente.

ISSN 2448 – 7945

4.2. Retos y oportunidades

Entre los principales retos identificados se encuentran: la necesidad de capacitación continua, la resistencia al cambio por parte de algunos actores educativos y la carencia de infraestructura adecuada. Por otra parte, se evidenciaron oportunidades para fortalecer la implementación de metodologías innovadoras, como el desarrollo de programas de formación profesional, el diseño de materiales didácticos alineados con estos enfoques, y la promoción de comunidades de aprendizaje entre docentes.

En síntesis, los hallazgos sugieren que, a pesar de los desafíos que implica la implementación de metodologías innovadoras en la enseñanza de las matemáticas, los docentes valoran positivamente su potencial para enriquecer la experiencia educativa. Se requiere un esfuerzo coordinado entre autoridades educativas, instituciones escolares y el propio magisterio, con el fin de superar las barreras existentes y maximizar los beneficios de estas metodologías en el aula.

5. Conclusiones

Las políticas educativas, como la propuesta por la Nueva Escuela Mexicana (NEM), exigen transformaciones tanto en el pensamiento como en la práctica docente. Por ello, es fundamental un acompañamiento constante que ayude a enfrentar los retos derivados de esta transformación. En el caso específico de este estudio, se identifican diversas áreas clave:

5.1. La planeación didáctica como requisito administrativo

Una gran parte del magisterio ha reducido la planeación didáctica a un mero requisito administrativo, elaborándola con el único fin de cumplir con su entrega. Esta situación desdibuja su función principal como herramienta para guiar el proceso de enseñanza y aprendizaje. La ausencia de retroalimentación directa por parte de los equipos directivos o de supervisión contribuye a que los docentes solo se concentren en cumplir con los formatos solicitados, dejando de lado el diseño de actividades significativas.

5.2. Desconocimiento del currículo vigente

Diversos docentes manifestaron desconocimiento del currículo vigente, lo que ha derivado en una planeación basada en el método de ensayo y error, esperando correcciones externas para hacer los ajustes correspondientes. Esto pone de manifiesto la necesidad de establecer procesos de acompañamiento que permitan al docente comprender y aplicar con claridad los lineamientos curriculares actuales, favoreciendo su desarrollo profesional.

5.3. Vinculación de contenidos

ISSN 2448 – 7945

El desconocimiento del currículo también dificulta la vinculación entre contenidos, especialmente en el área de matemáticas. En el marco de los proyectos sociocríticos propuestos por el ABP, los contenidos se abordan de forma integrada y no secuencial, lo que representa un reto para docentes acostumbrados a estructuras lineales. Por ello, se vuelve indispensable generar espacios de diálogo y trabajo colaborativo entre pares para lograr una articulación efectiva entre campos formativos.

5.4. Integración de actividades matemáticas

Las narrativas docentes reflejan la importancia de fortalecer el trabajo con contenidos matemáticos. Aunque estos están presentes en los proyectos, suelen abordarse de manera superficial. Esto ha generado resultados académicos poco satisfactorios, lo que evidencia la necesidad de desarrollar estrategias específicas que promuevan el pensamiento matemático en profundidad. Se propone, por tanto, el codiseño de actividades contextualizadas y pertinentes.

5.5. Contextualización

La NEM propone un enfoque contextualizado que tome en cuenta los intereses, saberes previos y realidades sociales del alumnado. Para que esta propuesta sea viable, resulta fundamental el diseño e implementación de diagnósticos escolares y grupales que orienten la práctica docente. Solo así es posible responder adecuadamente a las necesidades del contexto, permitiendo que el aprendizaje tenga sentido en la vida cotidiana del estudiantado.

5.6. Evaluación formativa

Uno de los aspectos más señalados por los docentes fue la necesidad de comprender y aplicar adecuadamente la evaluación formativa. Aunque reconocen su relevancia, muchos aún priorizan los resultados sobre los procesos, dejando de lado aspectos como las estrategias, herramientas y razonamientos utilizados por los estudiantes. Además, la falta de sistematización y organización en los registros evaluativos representa un área de oportunidad. Se recomienda establecer procesos de capacitación y acompañamiento para el uso eficaz de herramientas e instrumentos que permitan realizar una evaluación más justa, real y formativa.

Aunque la planeación didáctica es parte esencial del quehacer docente, muchos han dejado de verla como una herramienta estratégica para guiar el proceso de enseñanza y aprendizaje, especialmente en matemáticas bajo el enfoque del ABP. En lugar de ello, la perciben como una obligación administrativa. Por ello, es fundamental sensibilizar al personal docente, fomentar la autoconciencia y la autocrítica, y devolverle a la planeación su verdadero valor pedagógico, como medio para promover aprendizajes significativos, el pensamiento crítico y el desarrollo integral del alumnado.

6. Referencias

ISSN 2448 – 7945

Acosta-Pérez, L. S., Cariño-Sánchez, L., y Belkys, A. (2024). Planeación en el marco de la Nueva Escuela Mexicana: valoraciones y perspectivas de docentes normalistas. Eduscientia. Divulgación de la ciencia educativa, 13, 70-82.

Castro-Valle, L. (2022). Aprendizaje basado en proyectos para fortalecer el proceso de enseñanza aprendizaje. Polo del Conocimiento, 7(6), 2294-2309. https://doi.org/10.23857/pc.v7i6.4194

González-Fernández, M., y Becerra Vázquez, L. (2021). Estudio de caso del aprendizaje basado en proyectos desde los actores de nivel primaria. RIDE. Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo, 11(22), e021. https://doi.org/10.23913/ride.v11i22.859

Secretaría de Educación Pública [SEP]. (2023). La Nueva Escuela Mexicana (NEM): orientaciones para padres y comunidad en general. Subsecretaría de Educación Media Superior. Primera edición, p. 5.

Secretaría de Educación Pública [SEP]. (2022). Un libro sin recetas para la maestra y el maestro. Fase 3. Primera edición, ciclo 2023-2024. Dirección General de Materiales Educativos de la Secretaría de Educación Pública.

Villanueva Morales, C., Ortega Sánchez, G., y Díaz Sepúlveda, L. (2022). Aprendizaje Basado en Proyectos: metodología para fortalecer tres habilidades transversales. Revista de estudios y experiencias en educación, 21(45), 433-445. https://dx.doi.org/10.21703/0718-5162.v21.n45.2022.022

Memorias del Congreso Internacional sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán
8 y 9 de mayo del 2025, Cuautitlán Estado de México
ISSN 2448 – 7945

ECUACIONES DIFERENCIALES EN ECOLOGÍA. IMPLEMENTANDO UN EDUBLOG CON APOYO DE LA IA PARA SU APLICACIÓN

García Reyes Wendy Jaqueline[*1], Cervantes Sandoval Armando [2], Rivera García Patricia [3], y Perales Ávila Alejandro Josué [4]

[1234]*Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Estudios Superiores Zaragoza. Batalla 5 de Mayo 2, Ejército de Oriente, Iztapalapa, 09230 Ciudad de México, CDMX, México.*

AP-POSM023

Resumen

La falta de recursos didácticos sobre las aplicaciones matemáticas, hablando particularmente de ecuaciones diferenciales (ED) en procesos biológicos y ecológicos, comúnmente genera una desconexión entre la teoría y la práctica en los estudiantes de Biología. Por ello, se planteó desarrollar un entorno virtual de aprendizaje que reúna dicha información de forma accesible y clara en un Edublog. Se emplearon herramientas de inteligencia artificial y trabajo manual para generar material teórico desarrollando temas claves como son: el crecimiento y decaimiento exponencial, crecimiento logístico, Ley de enfriamiento de Newton y modelos de mezclas. Se elaboraron guías que resuelven paso a paso ejercicios y problemas aplicados de ED de primer orden. Los ejemplos fueron mecanografiados y dibujados a tableta con la aplicación Pages para digitalizarlos y mejorar el formato visual. Con el material anterior se desarrolló un Edublog en WordPress organizando el contenido en secciones temáticas, dentro del menú se integraron las explicaciones teóricas y las guías paso a paso. Finalmente, el Edublog se presentó a estudiantes de Matemáticas II de Biología en la Facultad de Estudios Superiores (FES) Zaragoza quienes exploraron el contenido y ofrecieron retroalimentación para ampliar y desarrollar más contenido. Este Edublog se complementó con un segundo recurso sobre técnicas de integración, ampliando el entorno virtual de aprendizaje. La utilidad del Edublog se evidenció en su empleo por estudiantes en presentaciones académicas, mostrando su utilidad como recurso de apoyo didáctico.

Palabras clave: *Matemáticas, ecuaciones, aprendizaje, guías, Edublog, ecología.*

1. Introducción

En los últimos años, la incorporación de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones (TIC) en la educación superior ha cobrado una gran importancia. Sánchez-Otero et al. (2019) señalan que, ya desde mediados de los años 80, se ha discutido el papel que estas tecnologías desempeñan en diversos sectores de la sociedad y su impacto en la educación. Las TIC no solo facilitan el acceso a información y recursos educativos, sino que también permiten la creación de entornos de aprendizaje más dinámicos e interactivos, lo que ha transformado los procesos de enseñanza y aprendizaje.

En este contexto, los Entornos Virtuales de Aprendizaje (EVA) emergen como una estrategia clave para integrar las TIC en la enseñanza. Gonzales del Solar, Osorio Castillo y Bernaola Miñano (2024) describen a los EVA como sistemas complejos que combinan elementos tecnológicos y pedagógicos con el objetivo de facilitar la

[1] **Autor para la correspondencia. E-mail: wendyjaqui08@gmail.com Tel. 55-12-91-03-46*

ISSN 2448 – 7945

enseñanza y el aprendizaje, ya sea en modalidades presenciales o híbridas. Estos entornos permiten que el aprendizaje sea más colaborativo, interactivo y adaptativo, lo cual resulta fundamental en la educación superior, donde los estudiantes deben enfrentarse a conceptos abstractos y complejos, como los que se encuentran en las asignaturas de matemáticas.

En los últimos años, los avances tecnológicos han impulsado aún más el desarrollo de estos entornos mediante la incorporación de herramientas basadas en inteligencia artificial (IA). Tóala Zambrano et al. (2024) enfatizan que la IA permite crear experiencias de aprendizaje personalizadas, adaptándose al ritmo y estilo de cada estudiante. Esta capacidad de adaptación es útil para abordar las dificultades que enfrentan los estudiantes en el aprendizaje de temas complejos, como las ecuaciones diferenciales (ED), que requieren una comprensión profunda y un pensamiento crítico. Además, herramientas digitales impulsadas por IA, como simuladores y software educativo, ofrecen una representación visual y práctica de conceptos, ayudando en su comprensión. Estas innovaciones no solo optimizan el proceso de aprendizaje, sino que también generan un entorno más motivador y dinámico.

En este sentido, las matemáticas desempeñan un papel clave en la enseñanza de conceptos abstractos al permitir modelar fenómenos complejos mediante representaciones simbólicas. Rivera Rojas, Guerra-González y Lemus Solorio (2023), destacan que los modelos matemáticos son esenciales para describir, analizar y predecir el comportamiento de sistemas en diversas áreas, como la ingeniería y las ciencias ambientales. Dichos modelos posibilitan la comprensión de diversos fenómenos ambientales como la contaminación, mitigar procesos contaminantes de la industria y escenarios similares donde, además de integrarse con técnicas de análisis de datos para extraer patrones relevantes.

La implementación de ED en la enseñanza atreves de entornos digitales, propician y aportan diversos recursos dinámicos que vinculen la teoría con la practica en ecuaciones de procesos biológicos y ecológicos. Para abordar esta problemática, se desarrolló un EduBlog que presenta de manera accesible conceptos clave como el crecimiento y decaimiento exponencial, el crecimiento logístico y la Ley de Enfriamiento de Newton, acompañado de guías paso a paso y material digitalizado.

2. Desarrollo.

2.1 Recopilación de información teórica

Se realizó una recopilación de información relacionada con los conceptos básicos de ecuaciones diferenciales de primer orden y su aplicación en la modelación de procesos ecológicos y biológicos. Para ello se revisaron artículos, libros disponibles en la biblioteca de la FES Zaragoza, Campus ll, y recursos en línea de uso libre a través del portal de búsqueda "cc search portal".

Para la creación del contenido didáctico, se combinaron herramientas de inteligencia artificial con trabajo manual para sintetizar y organizar parte de la información teórica seleccionada. Se crearon cuentas en plataformas como Chat GPT, Gemini y Copilot

ISSN 2448 – 7945

para evaluar sus versiones gratuitas y analizar su utilidad en la estructuración del contenido.

2.2 Elaboración del material de apoyo

Con base en la información teórica recopilada, se redactaron textos explicativos en Word sobre temas clave como el crecimiento y decaimiento exponencial, el crecimiento logístico, la Ley de enfriamiento de Newton y los modelos de mezclas, en un contexto biológico y ecológico.

2.2.1 Creación de guías paso a paso

Para comprender la aplicación de ecuaciones diferenciales de primer orden en un contexto biológico, se elaboraron guías paso a paso que desglosan la resolución de ejercicios de manera detallada. Se consultaron libros de autores como Fogiel M., Arterburn DR., Saff EB., Snider y Filio López E. para elegir problemas representativos en Biología y Ecología.
Como apoyo se empleo ChatGPT para obtener una guía preliminar sobre cómo desglosar los procedimientos paso a paso de algunos ejercicios. Esta herramienta ayudó a estructurar las soluciones de manera más clara para su presentación. Sin embargo, todas las soluciones fueron revisadas, corregidas y ajustadas independientemente del resultado de la IA, y posteriormente revisado, corregido y ajustado manualmente para asegurar su precisión y adaptabilidad al contexto del blog.
Luego de establecer la estructura de las explicaciones, los ejercicios fueron resueltos de manera manual y posteriormente mecanografiados. Se empleó la aplicación Pages para digitalizar los procedimientos paso a paso y mejorar la presentación visual.
Para validar la precisión y claridad de las soluciones, se consultó a expertos en matemáticas, quienes realizaron observaciones y sugerencias de las soluciones en las guías. Se incorporaron sus observaciones antes de su inclusión en el Edublog.

2.3 Desarrollo del Edublog

Con el material de apoyo listo, se pasó al desarrollo del prototipo de Edublog utilizando la plataforma WordPress. El contenido se estructuro en secciones temáticas dentro de un menú interactivo para facilitar la navegación del usuario, estos se organizaron de acuerdo con los temas para abordar las aplicaciones de las ecuaciones diferenciales lineales (EDL).
En el contenido de los menús se añadió textos previamente elaborados en Word, los cuales incluyeron explicaciones teóricas, ejemplos resueltos y ejercicios. Las soluciones de los ejercicios previamente elaborados fueron añadidos en sus respectivas secciones, tanto mecanografiado como en su versión digital manuscrita, también se diseñó una cintilla personalizada para el encabezado del blog empleando PowerPoint.

3. Resultados

ISSN 2448 – 7945

3.1 Recopilación de información teórica

Aunque existe abundante información sobre cálculo diferencial e integral, la cantidad de materiales de acceso abierto enfocados en modelación matemática aplicada a la biología es limitada. La mayoría de los recursos están orientados a disciplinas como la ingeniería y la química, lo que resalta la necesidad de adaptar ejemplos con un enfoque biológico.
La búsqueda realizada en CC Search Portal y Google, utilizando los términos “entornos virtuales de aprendizaje”, “modelos matemáticos”, “ecuaciones diferenciales lineales” y sus aplicaciones en biología y ecología, arrojó escasos resultados. No obstante, se identificaron recursos relevantes sobre ecuaciones diferenciales y entornos virtuales de aprendizaje (EVA), los cuales sirvieron como base teórica para el desarrollo del Edublog.
El uso de herramientas de inteligencia artificial permitió analizar la claridad y precisión de las respuestas en la síntesis de definiciones. Las comparativas realizadas mostraron que ChatGPT destacó por ofrecer explicaciones detalladas, mientras que Gemini proporcionó definiciones concisas, pero con menor flexibilidad en preguntas abiertas, y Copilot generó respuestas de nivel intermedio. Además, el uso de GitMind facilitó la organización y estructuración de conceptos mediante mapas conceptuales, ayudando a relacionar los temas que posteriormente fueron abordados en el Edublog.

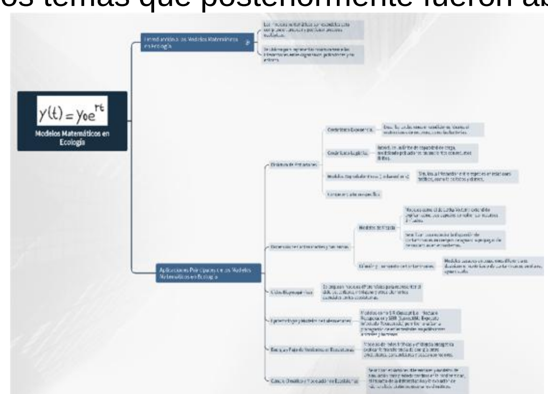


Figura 1. Mapa Conceptual sobre Modelos Matemáticos en Ecología y sus Aplicaciones.

3.2 Elaboración de material de apoyo

A partir de la información recopilada, se redactaron breves textos explicativos sobre modelos matemáticos aplicados a procesos ecológicos, abarcando cuatro temas principales: crecimiento y decaimiento exponencial; crecimiento logístico; la ley de enfriamiento de Newton y el modelo de mezclas. Estos textos fueron redactados para ser breves y concisos, adaptándose con las necesidades de los estudiantes actuales, que buscan el acceso rápido a la información.
En el apartado de las guías paso a paso, se incorporaron ejercicios adaptados a contextos biológicos y ecológicos, extraídos de bibliografía académica. Tras una

ISSN 2448 – 7945

revisión por parte de expertos en matemáticas, se realizaron ajustes en los ejemplos, corrigiendo resultados y modificando la redacción de los procedimientos. Para la presentación visual de las guías, algunos ejemplos fueron elaborados manualmente en una tableta digital utilizando la herramienta Pages y luego editados en Word, con el objetivo de dar claridad y dinamismo visual en el material.

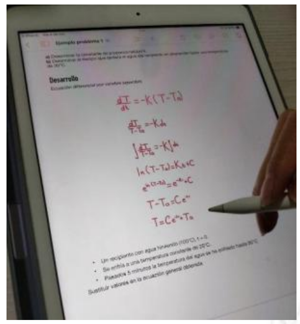


Figura 2. Modelo de mezclas mecanografiado y dibujado en tableta.

3.3 Desarrollo del Edublog

El Edublog titulado "**Aplicaciones de Ecuaciones Diferenciales",** elaborado en WordPress, presenta un enfoque sobre la aplicación de ecuaciones diferenciales ordinarias en áreas relacionadas con Biología y Ecología. El contenido se organizó en seis secciones:

Presentación: Introduce la modelación matemática y su relación con el cálculo integral y ED de primer orden, mencionándose sus aplicaciones en el área químico-biológica.

Crecimiento y Decaimiento: Se explica el comportamiento poblacional en términos de crecimiento exponencial y logístico, así como la disminución de poblaciones bajo un modelo de decaimiento, proporcionando expresiones matemáticas y ejemplos con soluciones detalladas paso a paso.
Abarca tres subsecciones:

- **Crecimiento Exponencial**
- **Decaimiento Exponencial.**
- **Crecimiento Logístico**

Ley de Enfriamiento: Presenta la ecuación diferencial que describe el cambio de temperatura de un objeto en relación con su entorno. Se enfoca en aplicaciones biológicas y forenses, abarca 2 subsecciones:

- **Ley de Newton.**
- **Ejemplo Ley de Enfriamiento.**

Modelo de Mezclas: Explicación del modelo con enfoque en dispersión de contaminantes. Las 2 subsecciones cubren:

- **Tipo de modelos.**
- **Mezclas con un Componente.**

ISSN 2448 – 7945

Créditos: Se añadieron los nombres de los autores que contribuyeron en el desarrollo del Edublog.

Para el encabezado del blog, se diseñaron cintillas personalizadas utilizando PowerPoint, ajustando el tipo de letra y composición de los elementos gráficos.

El prototipo del Edublog se presentó a estudiantes de la asignatura de Matemáticas II de la carrera de Biología en la FES Zaragoza, destacando la importancia de las ecuaciones diferenciales en biología y se mostró la estructura del blog con las secciones teóricas y los ejercicios con enlaces a guías paso a paso. La retroalimentación obtenida de los estudiantes indicó la necesidad de incluir más ejemplos con soluciones detalladas, por lo que se amplió el contenido del blog, aumentando la cantidad de ejercicios resueltos. En respuesta a estos comentarios, se amplió el contenido del blog, aumentando los ejercicios resueltos: crecimiento exponencial (de 4 a 6), decaimiento exponencial (de 1 a 3), crecimiento logístico (de 1 a 3) y modelo de mezclas (de 1 a 2). El blog se utiliza como recurso didáctico en el curso de matemáticas II, en la carrera de Biología, encontrando referencias a él tanto en presentaciones como en trabajos escritos, lo que da evidencia que el recurso está siendo aprovechado para la comprensión y aprendizaje de los conceptos revisados. Se encuentra disponible para su uso en: https://blogceta.zaragoza.unam.mx/vbioedo/, el cual se complementa con un blog sobre cálculo integral ubicado en https://blogceta.zaragoza.unam.mx/cintegral/ y el aula virtual del curso (figura 2).

Figura 3. Recursos y Material de Apoyo. Entorno Virtual de Aprendizaje para Cálculo y Ecuaciones Diferenciales en Biología.

4. Discusión y/o análisis.

Este Edublog ofrece un recurso accesible y especializado para la aplicación de ecuaciones diferenciales en ecología, ayudando en el aprendizaje autónomo de los estudiantes. Se complementa con otro centrado en técnicas de integración y un aula

ISSN 2448 – 7945

virtual del curso de Matemáticas ll. La interconexión de estos recursos promueve la comprensión de los conceptos matemáticos fundamentales para la modelación matemática en Biología y Ecología, proporcionando a los estudiantes contexto de su aplicación en problemas reales.
El uso de herramientas de IA permite organizar y estructurar los temas y la secuencia de los contenidos, aunque las versiones finales de la información dependen de la revisión de los autores y de otros profesores que imparten la asignatura.
El desarrollo de guías paso a paso, revisadas por expertos, garantiza la pertinencia de los contenidos y promovió que los estudiantes las utilizaran como material de apoyo. La evidencia de su uso en presentaciones académicas y en trabajos escritos sobre crecimiento exponencial indica su utilidad y aplicabilidad del Edublog en distintos contextos educativos.
Se están explorando más herramientas de IA que pueden enriquecer el impacto visual de los materiales desarrollados, logrando con esto acercarse más a la forma en la que los estudiantes de hoy consultan y se apropian de la información. Resaltando que los contenidos siguen siendo desarrollados y revisados por los expertos del área.

5. Conclusiones

El proyecto contribuyó a la construcción de un entorno virtual de aprendizaje que integra materiales sobre ecuaciones diferenciales y técnicas de integración, proporcionando un recurso accesible, especializado y complementario para la comprensión de conceptos matemáticos aplicados en Biología y Ecología, lo que refuerza el aprendizaje autónomo de los estudiantes, para la aplicación de los modelos matemáticos.
La retroalimentación de los estudiantes permitió identificar las áreas de mejora, tales como la incorporación de más ejercicios prácticos y la optimización de la presentación de algunos contenidos. Estas observaciones han permitido ajustar y ampliar el material disponible, asegurando su utilidad dentro del entorno virtual de aprendizaje. Su uso en presentaciones y trabajos académicos indica que el blog no solo facilita la comprensión de los temas, sino que también fomenta su integración en el desarrollo académico de los estudiantes.
La IA está proporcionando una amplia gama de posibilidades que facilitan el desarrollo de material con un alto impacto visual, pero la calidad y cantidad de información sigue siendo responsabilidad de los expertos del área. De la misma forma que su uso en el aula es responsabilidad del profesor.

Agradecimientos

Se agradece al PAPIME, UNAM, por su apoyo al proyecto PE212024.

6. Referencias

ISSN 2448 – 7945

Gonzales del Solar, J., Osorio Castillo, E. M., & Bernaola Miñano, L. M. (2024). Diseño y gestión de entornos virtuales de aprendizaje en la educación superior. Horizontes. Revista De Investigación En Ciencias De La Educación, 8(33), 969–991. https://doi.org/10.33996/revistahorizontes.v8i33.777

Rivera Rojas, J. L., Guerra-González, R., & Lemus Solorio, M. A. (2023). Importancia de los modelos matemáticos y sus diversas aplicaciones en la ingeniería y ciencias ambientales. Milenaria, Ciencia Y Arte, (21), 40–42. https://doi.org/10.35830/mcya.vi21.337

Sánchez-Otero, Madelin, García-Guiliany, Jesús, Steffens-Sanabria, Ernesto, & Palma, Hugo Hernández-. (2019). Pedagogical Strategies in Teaching and Learning Processes in Higher Education including Information and Communication Technologies. Información tecnológica, 30(3), 277-286. https://dx.doi.org/10.4067/S0718-07642019000300277

Tóala Zambrano, M. M., Giler Sarmiento, J. A., & Gutiérrez García, J. L. (2024). Las matemáticas y el uso de la inteligencia artificial (IA). UNESUM - Ciencias. Revista Científica Multidisciplinaria, 8(3), 16–23.

ISSN 2448 – 7945

DISEÑO MODELADO DE UN SISTEMA AUTOMÁTICO DE MEDICIÓN DE FLUJO DE GRANOS DE ARROZ

Rodríguez Galeotte Abraham*[1], Castillo Sánchez Martín Darío [2]
[1,2]*Instituto Politécnico Nacional, UPIITA. Av. IPN 2580, La Laguna Ticomán,07340. Gustavo A. Madero. CDMX.*

AP- POSM024

Resumen

En el presente trabajo se desarrolla un sistema automático experimental de medición de flujo volumétrico de grano de arroz controlado mediante una interfaz digital. El sistema controla la variación de volumen del producto ensilado, para proveer el flujo volumétrico deseado mediante un dispositivo de apertura y cierre controlado electrónicamente. El control del flujo se basa en la caracterización del comportamiento dinámico del grano, el cual se modela como un flujo de fluido. El sistema cuenta con una interfaz hombre-máquina, la cual proporciona información del proceso como el tipo de grano y el flujo a manejar o despachar. La interfaz lleva a cabo la interrelación del comportamiento dinámico del grano, el control automático del dispositivo y el procesamiento de datos, para proveer el flujo volumétrico requerido. El sistema es experimental para medición y dosificación de grano de arroz y se compone de un modelo a escala con una capacidad de 70 kilogramos.

***Palabras clave**: Diseño, Modelado, Granos, Flujo, Procesamiento, Medidor.*

1. Introducción

Un proceso que es de vital importancia en las áreas portuarias en el abastecimiento de granos es la agilización en el manejo del material granular de los lugares de abastos, debido a que actualmente el proceso de dosificación requiere una gran cantidad de procesos y recursos, lo que da origen a altos costos. El proceso actual de suministro a furgones, cisternas, camiones e incluso bultos, se hace al tanteo, el traslado pesado se realiza alejado de la salida del producto, por lo que es vital e imprescindible realizar un sistema medidor de flujo. Por lo tanto. el diseño de este sistema automático de dosificación de grano va enfocado a satisfacer la necesidad de distribuir material granular en una forma continua en línea, el objetivo es desarrollar un sistema automático experimental de dosificación y medición de flujo volumétrico de grano de arroz en línea, capaz de cuantificar el flujo de forma automática, con la ayuda de un dispositivo de apertura y cierre controlado electrónicamente, a fin de eliminar el proceso de pesaje mediante básculas.

2. Metodología o desarrollo.

2.1 Características de los medios granulares

[1] **Autor para la correspondencia. E-mail: egaleotti1935@hotmail.com*

ISSN 2448 – 7945

Un medio granular se puede definir como un conjunto de partículas, similares entre sí, que interactúan de un modo disipativo. El tamaño de las partículas que conforman un medio granular puede abarcar varios órdenes de magnitud: desde el orden del milímetro (granos de arena y arroz) hasta el orden del metro (coches y rocas). A los sistemas de partículas de tamaño menor que 0.3 mm se les llama “polvos", y tienen propiedades específicas. Por eso, muchos polvos tienen un comportamiento gobernado por fuerzas cohesivas. A los sistemas de partículas intermedias los consideramos como medios granulares "secos", no cohesivos: las únicas fuerzas relevantes son las inerciales y a veces un campo externo (la gravedad.

2.2 Densidad

El tamaño de la partícula es una de las características más importantes de un elemento granular. Un problema importante es la distribución de las partículas que afectan la fluidez de los elementos granulares. Otro problema es la densidad, ya que los granos son compresibles; la densidad global es referida a especificaciones adicionales como: pérdida de densidad global, densidad global de compactación por golpeo, o densidad global compactada.

2.3 Ángulo de reposo

La forma más fácil de conocer la fluidez de un elemento granular es la medida del ángulo de reposo. Los sólidos particulados, como los líquidos, fluyen; Si repetimos el experimento con un polvo, harina, por ejemplo, observaremos que el reposo se alcanza con una protuberancia superficial cónica como se observa en la figura 1a. El ángulo que forma la superficie lateral del cono con la horizontal es distinto en los diferentes sólidos y se conoce como “ángulo de reposo” (véase figura 1b). De forma ordinaria, son iguales el ángulo de reposo del producto escurrido (figura 1b) a que el del producto vertido (figura 1c).

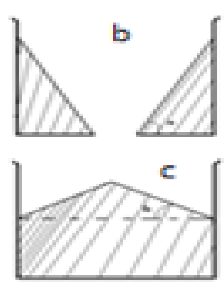


Figura 1a. Ángulos de reposo del producto vertido.
Figura 1b y 1c. Ángulos de reposo del producto drenado y vertido (b)

En la tabla 1, se observan los ángulos de reposo de diversos alimentos; es de hacer notar que se ven afectados por la densidad, el tamaño, la distribución por tamaños y las características superficiales de las partículas.

ISSN 2448 – 7945

Tabla 1. Ángulo de reposo de varios alimentos granulares, Ravenet (1979.]

Granos	θ	Granos	θ
Arroz	*20*	Azúcar granulado	35
Maíz	*21*	Chocolate en polvo	40
Cebada	23	Harina	45

Por lo tanto, se afirma que con un ángulo mayor al de reposo, habrá mayor libertad en el flujo del elemento granular. Donde una regla empírica Ravenet (1977), es: elementos granulares con ángulo de reposo menor de 40º fluirán libremente mientras que elementos granulares con ángulos de 50º o más tendrán problemas de flujo.

2.4 Presiones en el medio granular

Ya en 1852, Hagen advirtió que, como consecuencia inmediata de la ley de Coulomb, la presión en el fondo de un contenedor lleno de arena no depende de la altura de este. Esto se debe al efecto de formación de arcos que transmiten las fuerzas a las paredes de tal forma que las capas inferiores no soportan todo el peso de las superiores, como se observa en la figura 2.

3. Resultados

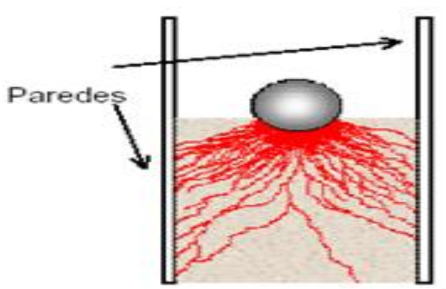


Figura 2. Corte transversal de un cilindro con un material granular.

En rojo se ve la distribución de las fuerzas.
a) Las tensiones son uniformes a lo largo de cualquier sección horizontal del material.
b) Las componentes vertical y horizontal del tensor de tensiones son las principales.
Varios autores han realizado correcciones a estos postulados, Walker (1966), Zurigel (2013). Sin embargo, los resultados de Janssen han sido de gran utilidad. Considérese un balance de fuerzas sobre una sección transversal del lecho granular, ubicado a una profundidad z, como se muestra en la figura 3.

ISSN 2448 – 7945

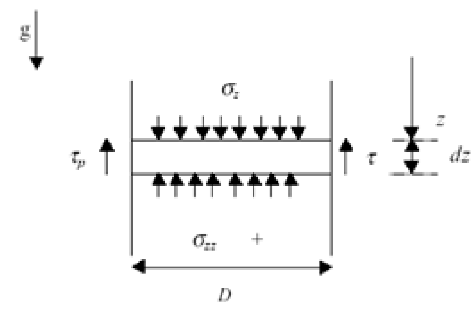


Figura 3. Tensiones en un elemento cilíndrico

El balance de fuerzas resulta:

$$\frac{\pi D^2}{4}\sigma_{zz} + \frac{\pi D^2}{4} g\rho_m \, dz = \frac{\pi D^2}{4}(\sigma_{zz} + d\sigma_{zz}) + \pi D \, dz \, \tau_p$$ **Ecuación (1).**

Tomando el límite cuando dz tiende a cero, se tiene:

$$\frac{d\sigma_{zz}}{dz} + \frac{4\tau_p}{D} - g\rho_m = 0$$ **Ecuación (2)**

$$\tau_p = \mu_p \sigma_{rr}$$ **Ecuación (3)**

Dado que el material es no cohesivo se puede escribir la ecuación 3.
Donde *μp* es el coeficiente de fricción interna entre el material y la pared, tenemos:

$$\sigma_{rr} = K\sigma_{zz}$$ **Ecuación (4)**

$$\frac{d\sigma_{zz}}{dz} + \frac{4\mu_p K}{D}\sigma_{zz} = g\rho_m$$ **Ecuación (5)**

Donde K es conocida como la constante de Janssen. Substituyendo la ecuación (1) y (2) en la ecuación (3), se obtiene:
Teniendo en cuenta que a z =0, la tensión es nula (superficie libre), la solución para esta ecuación diferencial ordinaria de primer orden se muestra en la ecuación

$$\sigma_{zz} = \frac{g\rho_m D}{4\mu_p K}\left[1 - \exp\left(-\frac{4\mu_p K z}{D}\right)\right]$$ **Ecuación (6)**

$$Q = \frac{dN(t)}{dt}$$ **Ecuación (7)**

3.1 Caudal

Si N(t) es el número de partículas que salen del silo en función del tiempo, se define el caudal como, ecuación 7. En sistemas granulares el caudal es independiente de la altura de la columna. La ecuación 8, define el caudal en la zona donde Q es constante. Se ha verificado experimentalmente, Ferreira (2000), que el caudal en un silo 3-D (ecuación8), es proporcional a,

$$Q \approx n_p \sqrt{g}\,(d - cr)^{2.5} = B(d - cr)^{2.5}$$ **Ecuación (8)**

Donde *nP* es el número de partículas por unidad de volumen, d el diámetro del orificio de salida del silo, *r* el radio medio de las partículas y c un factor adimensional que permite considerar que una fracción del orificio de salida no es utilizada. La turbina Pelton fue creada y patentada en 1889 por el norteamericano Lester Allan Pelton.

ISSN 2448 – 7945

4. Discusión y análisis

4.1 Sensores de nivel

Otra área de interés en el desarrollo del prototipo es el poder medir la altura del grano contenido dentro del silo, para poder así sacar una relación de presión y altura, como se muestra en la figura 4. Se han encontrado varios tipos de sensores de nivel en el mercado, figura 5.

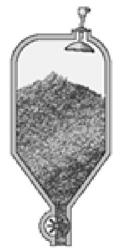


Figura 4. Sensor de nivel.

Figura 5. Sensores de nivel tipo radar.

Se debería de tomar en cuenta las siguientes consideraciones:

- Reflexión del grano
- Tipo de señal a ocupar, puede ser por ondas sonoras de alta frecuencia entre el rango de 20 a 40 Hz.

4.2 Desarrollo

La interfaz hombre-máquina está constituida por la construcción de un panel de control, así como de la programación para poder controlar al sistema, es decir tener un control logístico y algebraico de todo el proceso. El instrumento para ser programado es un microcontrolador AVR de ATMEL®, esto por ser económicos y con un set de instrucciones reducidas. Con el propósito de controlar el teclado y un LCD de 4x16 (4 líneas de 16 caracteres) se optó por escoger al microcontrolador ATMEGA8535. El software para la programación es a través de CODEVISION AVR®.

4.3 Configuración de teclado y lcd

En el dispositivo de entrada funciona de la siguiente manera, la configuración de las teclas para que necesiten pocas líneas de entradas en la detección de la que se ha presionado, como se observa en la figura 6.

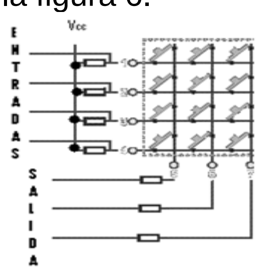


Figura 6. Teclado

ISSN 2448 – 7945

4.4 Sensor de presión

El sensor de presión PMC 131 A32F1A2S, el cual se muestra en la figura 7, es un transductor de presión, qué mide presiones absolutas y manométricas de gases, vapor y líquido. Se realizaron varios experimentos para tratar de censar la presión del grano.

4.5 Dispositivo de nivel

El sensor de altura consiste en un medidor ultrasónico de distancias de bajo costo desarrollado por la firma DEVANTECH Ltd®. que se muestra en la figura 8

4.6 Dispositivo magnético

El sensor magnético que ocupamos para medir las r.p.m. en la turbina es el US5881 que es un switch unipolar de efecto hall-de baja sensibilidad. El funcionamiento eléctrico se muestra en la figura 9.

Figura 7. Transductor de presión

Figura 8. Sensor de altura ultrasónico SRF05

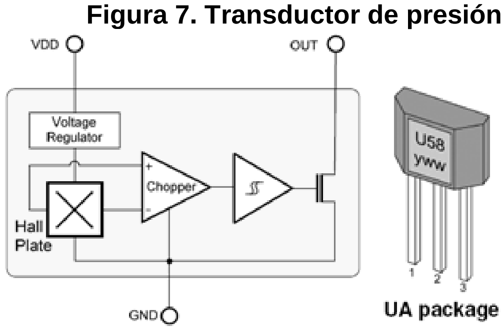


Figura 9. Diagrama del REDD SWITC

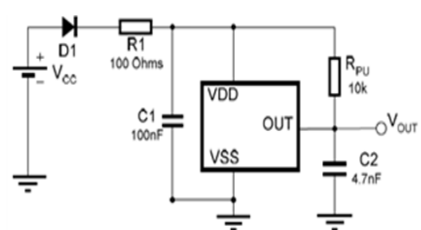


Figura10. Circuito para el sensor para evitar ruido y regreso de corriente

4.7 Dispositivo medidor de flujo granular

Con el medidor de flujo de grano se obtiene una cuantificación aproximada de la velocidad de salida de este, debido a la separación entre la boquilla de salida y los álabes de la turbina que es mínima, este espacio que ocupa el arroz al tener contacto con los álabes de la turbina, para producir el movimiento de esta, es de 5.7cm aproximadamente. El número de álabes requeridos para la turbina se seleccionó mediante la experimentación con el objetivo de tener un buen desempeño al ser impulsada por el flujo de arroz. Finalmente se optó por reducir su número, dejando solo seis repartidos cada 60°, en la circunferencia que utilizamos como núcleo, figura 11.

ISSN 2448 – 7945

4.8 Diseño de la compuerta

La construcción de la compuerta está realizada en base al diámetro de salida de la tolva por lo que se construyó con un diámetro de 5.7 cm y consta de dos partes cilíndricas barrenadas en sus caras laterales por un rectángulo respectivamente, este barrenado tiene el propósito de contener el dispositivo mecánico hecho de acrílico encargado del paso del grano. Como se observa en la figura 12.

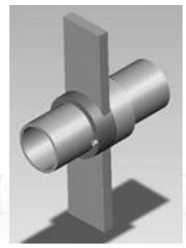


Figura 11. Turbina Pelton de 6 alabes **Figura 12. Dibujo de la compuerta**

La caída del flujo de grano es controlada por un pistón neumático de la firma GUSS &ROCH®. Activado electrónicamente por un solenoide piloto de la misma firma. El pistón se encarga de cerrar y abrir la compuerta mediante la admisión y expulsión de aire. Analizando los diámetros de las salidas y en base a la teoría de construcción de silos se observó que los diámetros de las boquillas de los conos calculadas a escala están fuera de las medidas recomendadas por la bibliografía 0.02m y 0.03m, para solucionarlo se hizo la relación geométrica tomando en cuenta los diámetros de entrada y salida del silo real obteniendo una constante. El ángulo que forman la mayoría de los granos es de aproximadamente 27°. Los granos húmedos o el grano muy pequeño producen pendientes ligeramente más planas. La tolva de descarga en la parte inferior del silo debe tener forma cónica con pendiente mayor al ángulo de reposo, en caso contrario, no se presenta el deslizamiento del grano. Los depósitos más pequeños necesitan pendientes mayores a causa de la fricción que se presenta en los extremos de la tolva. Con los diámetros calculados en base a la constante, determinamos el ángulo del cono de 45° de inclinación con lo cual se logra un deslizamiento eficaz de los granos en nuestro caso del arroz. De acuerdo con la información presentada anteriormente y descartando los primeros escalamientos, las medidas del prototipo de silo se muestran en la Figura 13.

ISSN 2448 – 7945

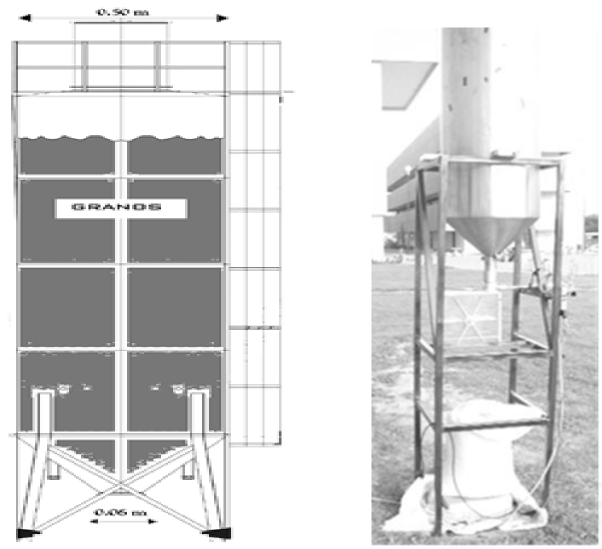


Figura 15. Medidas del silo tomando en cuenta la relación de diámetros y prototipo final.

5. CONCLUSIONES

Este prototipo experimental busca ofrecer una ventaja sobre los actuales métodos existentes en el mercado, que realizan la medición repetitiva utilizando básculas, debido a que realiza la medición del flujo volumétrico de grano en línea, es decir, el dispositivo entrega la cantidad de grano que se le haya especificado, por medio de la interfaz hombre-máquina, de una forma rápida, confiable y versátil. Cabe mencionar que por la simplicidad del dispositivo es posible expandir más de una medición en línea, todo controlado por un sistema central. En la realización del prototipo se llevaron a cabo varios experimentos en los cuales se observó que el chorro de arroz no era muy compacto o uniforme, lo que no producía un flujo de salida homogéneo porque en la boquilla de la tolva se produce una turbulencia, debido al choque de las partículas de arroz, por este motivo es que se colocó un tubo en el interior de la boquilla del silo para uniformizar la salida del chorro de arroz, esto permite que no haya una gran dispersión de los granos a la salida, siendo ésta un poco más compacta. Cabe mencionar que esto se hizo para poder uniformizar la salida del flujo, ya que en el área de salida de grano tenía pequeñas variaciones. Se debe de mencionar que el prototipo experimental funciona con un error del 5%, esto posiblemente al tiempo de abertura y cierre de nuestra compuerta, y de la distancia a la que está colocado el medidor tipo turbina de la salida del silo.

6. REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

Ravenet Juan (1977). SILOS. Flujo de vaciado de sólidos. Formación de bóvedas. Efectos. Ed. Editores Técnicos Asociados, S.A. España.

Ravenet Juan (1979). SILOS. Teoría investigación y construcción. Ed. Editores Técnicos Asociados, S.A. España.

ISSN 2448 – 7945

Parisi Daniel R. (2000). “Simulación de Reactores Sólido – Gas” Tesis de Doctorado en Cotutela. Universidad de Valencia, España.

Zuriguel Ballaz Iker D. (2013). “Flujo y atascos de un medio granular en la descarga de silos” Tesis de Doctorado en Física. Universidad de Navarra. España.

Ferreira L, Flores J. Solovey (2000). “Oscilador de Masa Variable” Estudio y aplicación de medios granulares. Universidad de Buenos Aires. Argentina.

Rein Soto Guillermo –Yarritu, de Andrés Martínez Ángel. (2016). “Simulación Numérica de Transporte de Material Granular por Vibración”. Universidad Pontificia de Comillas Madrid. España.

MARCO DE CARGA PARA MAQUINA UNIVERSAL DE ENSAYOS DEL LABORATORIO DE MATERIALES DE IPN UPIITA

Abraham Rodríguez Galeotte[1, *], [1]Alfonso Campos Vazquez[2]
[1]*Instituto Politécnico Nacional. Av. IPN 2580, La Laguna Ticomán.07340. Gustavo A. Madero. CDMX*

AP-POSM025

Resumen

El presente trabajo de investigación tiene como objeto aprovechar las máquinas universales de ensayos del laboratorio de materiales de la UPIITA IPN, donde se plantea la posibilidad de ejercer cargas que simule cargas en cilindros de pared delgada para realizar análisis de esfuerzos. En el estudio de los esfuerzos en una sección transversal de cilindros sometidos a presión interna no se utiliza el método de fotoelasticidad; ya que el cilindro debe estar cerrado para poder aplicar la presión. El marco de carga deberá generar presión uniforme a los anillos, para generar franjas isocromáticas en el material fotoelástico adherido a la probeta facilitando el conteo de las franjas (Frocht Max M. 2013). La presión se aplicará al interior del material de modo que expanda el tubo sometido a ensayo para generar los esfuerzos que se medirán con el método fotoelástico. Se cuenta con una pieza inicial de la cual se partirá para realizar el diseño final, como se verá a lo largo de este desarrollo y de acuerdo con los métodos de análisis y modelado se puede decir que el sistema es factible y funcional para el propósito requerido. Se pretende un dispositivo o marco de carga que se pueda colocar en una máquina de ensayo universal de fácil colocación y uso con las siguientes especificaciones: Medidas 150 x 250 x 300 mm. Peso 25 Kg. Probetas de 280 mm de diámetro con expansión radial de 3 mm máximo. Se utilizó un campo oscuro con objeto de apreciar mejor las franjas isocromáticas en el material fotoelástico.

Palabras clave: *Marco, Carga, Materiales, Fotoelástico, Cilindros.*

1. Introducción

Las máquinas de prueba universales se utilizan para evaluar materiales como plásticos, metales, elastómeros y compuestos. Esto significa que se utilizan para muchos propósitos y en muchas industrias, incluidas las industrias: automotriz, aeroespacial, electrónica, manufactura, biomédica, etcétera. Las máquinas de prueba universales se utilizan durante varias etapas del desarrollo del producto; durante la fase de investigación y desarrollo, pueden usarse para determinar que materiales deben usarse. Después de la producción, los laboratorios de control de calidad los utilizan para verificar la calidad de un producto antes de que salga al mercado

Un marco de carga brinda un espacio de prueba amplio, flexible y abierto para distribuir una variedad de tamaños de muestra. Las pruebas mecánicas realizadas con marcos de carga revelan características importantes de las muestras, tales

1 **Abraham Rodríguez Galeotte. E-mail: abrrodriguez@ipn.mx Tel. 555729600, Ext 56882.*

como su rigidez, su fuerza y su durabilidad, y con frecuencia provocan su falla para determinar su límite elástico, su resistencia final y su resistencia a la fatiga. El rango de las muestras de prueba se extiende de los materiales y los subcomponentes hasta los componentes y los productos completos. (Sciammarella, César A. 2013)

El marco de carga surge de la necesidad de aplicar presión uniforme a los anillos probeta a analizar, se debe diseñar un mecanismo que sea capaz de realizar el ensayo de presión interna para generar franjas isocromáticas en el material fotoelástico adherido a la probeta y así poder realizar el conteo de las franjas (Frocht Max M. 2013). La presión debe ser aplicada en el interior del material de modo que expanda el tubo sometido a ensayo para generar los esfuerzos que se medirán con el método fotoelástico.

2. Metodología o desarrollo

Los anillos probeta a analizar trabajan en un sistema cerrado por lo que el desarrollo del marco de carga debe generar una presión interna durante el ensayo para así ser capaz de generar franjas isocromáticas en el material fotoelástico adherido a dichos anillos realizando el conteo de las franjas. La presión aplicada en el interior del material expande el tubo generando los esfuerzos que se medirán con el método antes mencionado. (R.C Hibbeler. 2016).

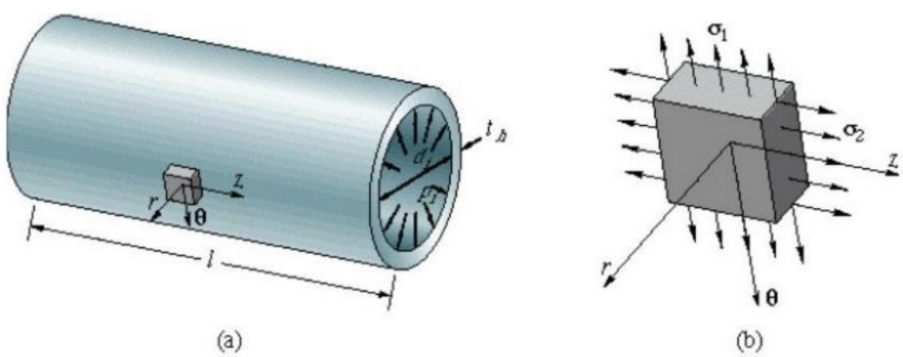


Figura 1. Cilindro de pared delgada

Debido a la necesidad que representa contar con un marco de carga como éste, es necesario determinar si realmente es factible su construcción.

Se define una pieza inicial de la cual se partirá para realizar el diseño final, como se verá a lo largo de este desarrollo y de acuerdo con los métodos de análisis y modelado se puede decir que el sistema es factible y funcional para el propósito requerido.

Se pretende un dispositivo o marco de carga que se pueda colocar en una máquina de ensayos universal que sea de fácil colocación y uso, estableciendo las siguientes especificaciones:

ISSN 2448 – 7945

Espacio y restricciones	***150 x 250 x 300 mm***
Peso	***25 Kg. Aprox.***
Capacidad	***Probetas de diámetro 280 mm de diámetro***
Movimientos	***Expansión radial de la probeta 3 mm máximo***.

Ambiente ***Se recomienda realizar las pruebas en campo oscuro con objeto de apreciar mejor las franjas isocromáticas en el material fotoelástico.***

Se concibe el siguiente modelo de marco de carga:

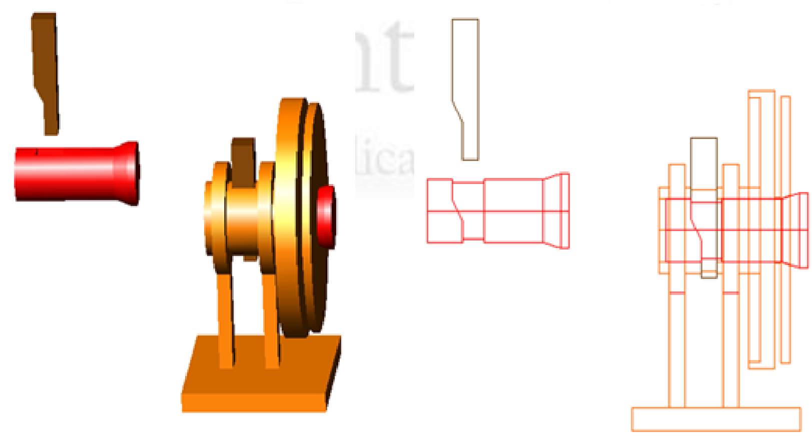


Figura 2. Diseño propuesto del dispositivo de sujeción.

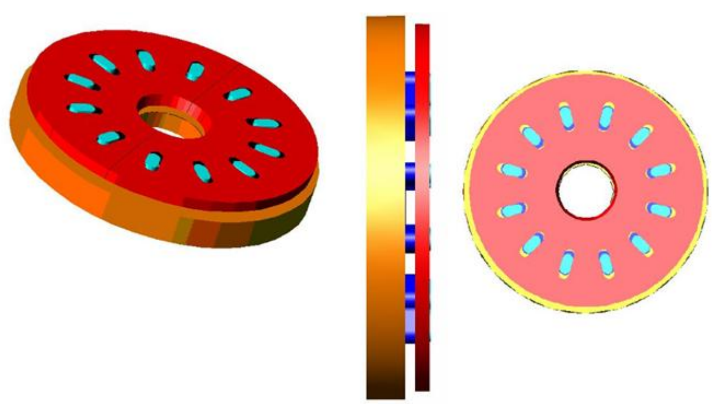


Figura 3. Diseño propuesto del disco expandible.

3. Resultados

Para poder establecer la presión que recibirá la probeta se realiza el siguiente análisis estático:

ISSN 2448 – 7945

3.1 Análisis estático.

Diagrama de cuerpo libre (leva):

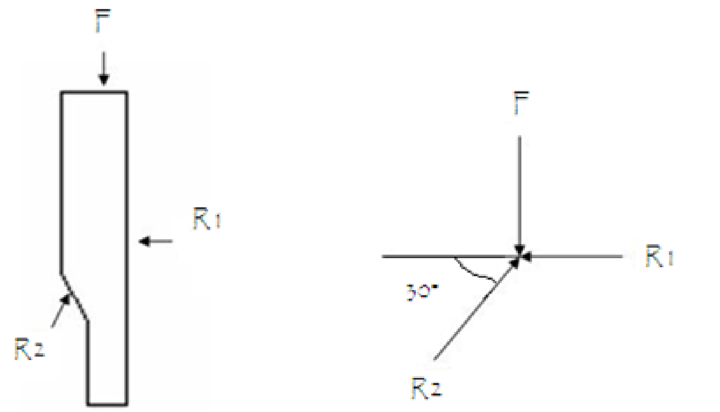


Figura 4. Diagrama de cuerpo libre de la leva.

$$\sum Fy = 0 = F - R_2\,sen30°$$ **Ecuación (1)**

$$R_2 = F/sen\ 30° = 2F$$ **Ecuación (2)**

Con esta reacción podemos seguir con el análisis del transmisor de potencia donde se realiza el contacto de las superficies de la leva con el transmisor para realizar el movimiento longitudinal. R_2 representa la fuerza de entrada para el siguiente análisis como se muestra a continuación.

Diagrama de cuerpo libre (transmisor parte trasera, desplazamiento horizontal).

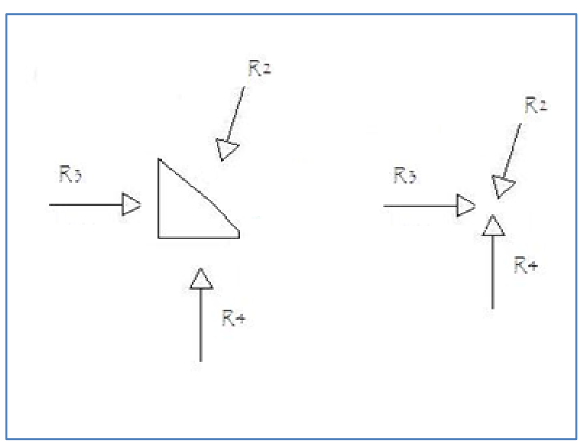


Figura 5. Diagrama de cuerpo libre del transmisor de la parte trasera.

ISSN 2448 – 7945

$$\sum Fx=0=R_3 - R_2\ sen30° = 2$$ **Ecuación (3)**

$$con\ R_2 = 2F$$

$$R_3 = 2Fcos30°=1.732F$$

Conociendo la reacción ***R₃*** podemos seguir con el análisis del transmisor de potencia en la sección angular para conocer la fuerza que se aplica a la probeta. Así tenemos el siguiente diagrama.

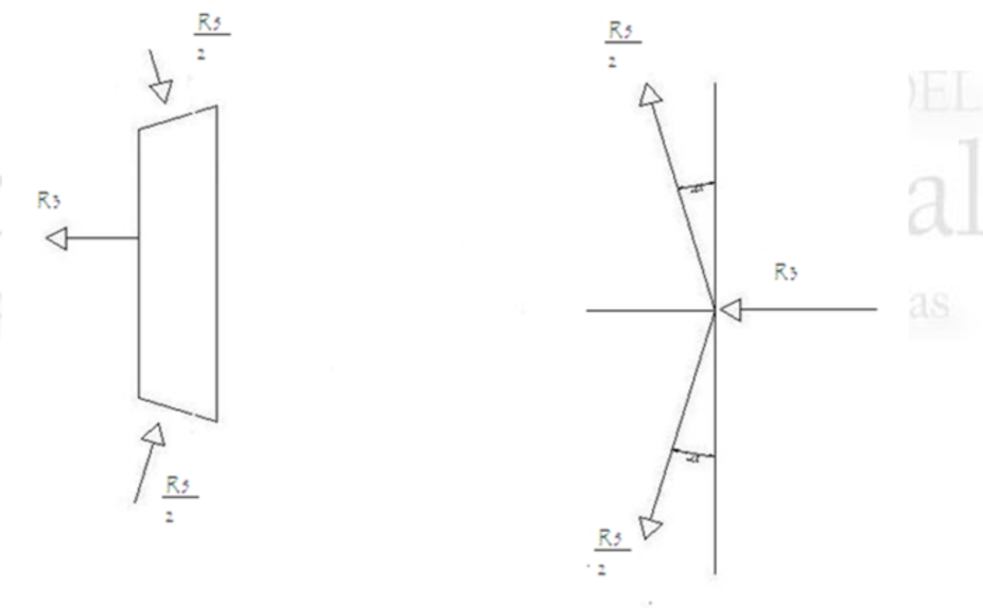


Figura 6. Diagrama de cuerpo libre del transmisor de potencia.

$$\sum F_{x=}0 = R3 - 2\frac{R5}{2}sen30 \qquad 1.73F = R5sen30 \qquad R5 = \frac{1.73F}{sen30} = 3.464F$$

Ecuación (4)

4. Discusión y/o análisis.

Sí el aro tiene un diametro de 226mm, entonces:

$$A = \pi d * 0.00953 = 6.745 * 10^{-3}m^2$$ **Ecuación (5)**

$$Presión\ aro = Pa = \frac{3.464F}{6.745*10^{-3}} = 513.6F\ \ Pa$$ **Ecuación (6)**

Por lo tanto, si conocemos la fuerza de entrada que se aplica al marco de carga podemos sustituir en las reacciones del análisis anterior hasta conocer la presión aplicada al aro probeta, que como se muestra será de 513.6F dada en Pascales. Fig. (7).

Figura 7. Diagrama de cuerpo libre del transmisor de potencia.

4.1 Modelado. Sectores Circulares.

Como se puede observar, la presión en la parte interna de los sectores circulares es mayor debido a que el área de contacto con el dispositivo es mucho menor que el área de contacto exterior con el disco.
El esfuerzo de cedencia de este material es de 565 MPa, por lo tanto, se tiene un factor de seguridad 4.28. Como se muestra en la figura 8.

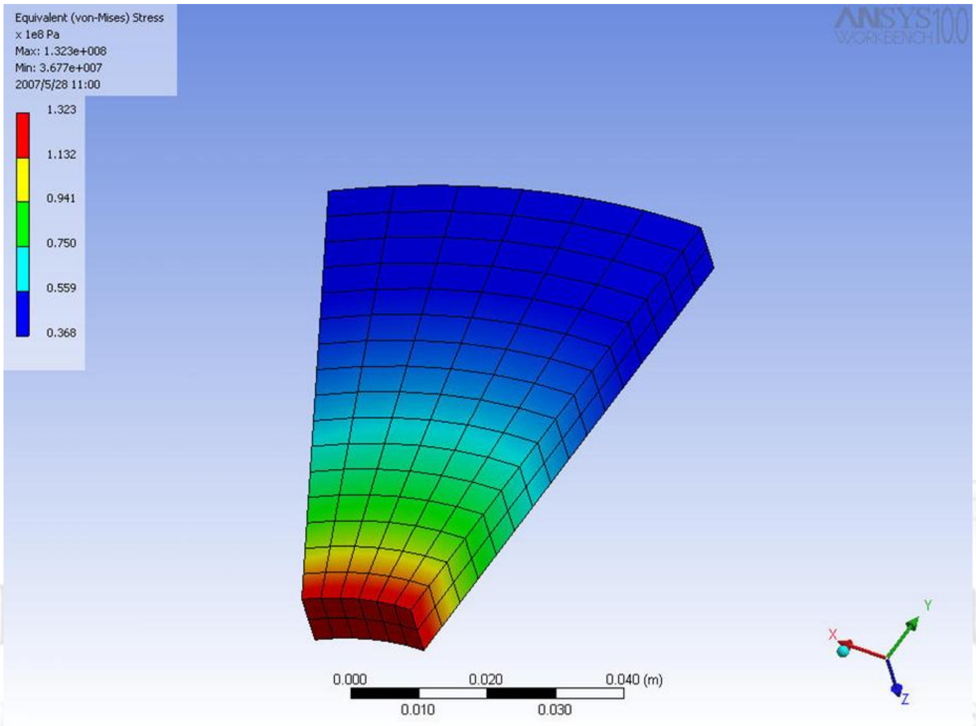


Figura 8. Modelado de la sección circular.

Figura 9. Resultado del análisis fotoelástico.

5. Conclusiones

Se puede concluir que el resultado del diseño y manufactura del marco de carga, así como el período de pruebas y puesta a punto, se tuvieron resultados positivos, por lo tanto, este dispositivo será de mucha utilidad en el diseño y manufactura de proyectos terminales de alumnos y docentes, además de servir de apoyo al área de posgrado e investigación de la UPIITA.

ISSN 2448 – 7945

6. Referencias

Frocht Max M. (2013). Photoelasticity, (1era. Ed.) Pergamon

R.C Hibbeler. (2016). Mecánica de Materiales (3ra ed.). Pearson.

Sciammarella, César A. (2013). Experimental Mechanics of Solids. (1era. Ed.). Wiley

Memorias del Congreso Internacional sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán
8 y 9 de mayo del 2025, Cuautitlán Estado de México
ISSN 2448 – 7945

ANÁLISIS NUMÉRICO EXPERIMENTAL EN ELEMENTOS MECÁNICOS Y ESTRUCTURALES EN PRENSAS DE ESTAMPADO

Abraham Rodríguez Galeotte[1, *], [1]Alfonso Campos Vazquez[2]
[1,2]*Instituto Politécnico Nacional. Av. IPN 2580. La Laguna Ticomán. 07340 Gustavo A. Madero. CDMX*

AP-POSM026

Resumen

El presente trabajo de investigación pretende analizar el comportamiento elástico de materiales mecánicos y estructurales determinando esfuerzos y deformaciones mediante dos métodos, el numérico con elemento finito ayudado con ANSYS y experimental con fotoelasticidad, compararlos, validar resultados y establecer la geometría más adecuada de los componentes. En el proceso de formado de hojas metálicas con relativa frecuencia ocurren fracturas en los bastidores de las prensas debido a la concentración de esfuerzos, en ciertas regiones críticas de la estructura. Debido a la geometría complicada de los bastidores no existen métodos analíticos simples para calcular las magnitudes de dichos esfuerzos, es por ello que se pretende aplicar métodos experimentales y numéricos. El cálculo de los esfuerzos de mayor magnitud será determinado mediante el método fotoelástico, comparando los resultados con el método numérico de elementos finitos, para reforzar las secciones críticas y así reducir el peso de la estructura haciendo más funcional. El análisis será complementado usando varios valores de radios en las regiones de concentración de esfuerzos para observar si la variación es lineal.
La fotoelasticidad es una técnica experimental que utiliza la birrefringencia del material para examinar la distribución de esfuerzos dentro del modelo mediante la utilización de un polariscopio. La magnitud y dirección de esfuerzos a cualquier punto pueden ser determinadas por el examen del modelo de la franja y relacionado a la probeta o prensa estudiada.
El método de los elementos finitos MEF es un método numérico, la cual es una herramienta de simulación por computadora aplicada al diseño.

Palabras clave: *Análisis, numérico, elementos, fotoelasticidad, estampado, prensas.*

1. Introducción

La mecánica de materiales es la rama de la mecánica aplicada que trata del comportamiento de los cuerpos sólidos sometidos a diversos tipos de carga (Hibbeler, 2020). El objetivo principal de la mecánica de materiales es determinar los esfuerzos, deformaciones unitarias y desplazamientos en elementos mecánicos y estructurales. Si se pueden encontrar esas cantidades para todos los valores de las cargas hasta las que causan la falla se obtendrá una representación completa del comportamiento mecánico de estos elementos y estructuras. Entender el comportamiento mecánico es esencial para el diseño seguro de todos

1 *Abraham Rodriguez Galeotte. E-mail: abrodriguez@ipn.mxm Tel. 55-57-29-60-00, Ext. 56882*

ISSN 2448 – 7945

los tipos de componentes, en máquinas, motores, barcos, edificios, puentes, naves espaciales, etc.
La fotoelasticidad es una técnica experimental para realizar pruebas a un modelo, y utilizando la birrefringencia del material para examinar la distribución de esfuerzos dentro del modelo mediante la utilización de un polariscopio (Phillips 1998). La magnitud y dirección de esfuerzos a cualquier punto pueden ser determinadas por el examen del modelo de la franja y relacionado a la probeta o prensa estudiada. De una forma clara el análisis fotoelástico consiste en lo siguiente:
1.-Se construye un modelo que se sesea analizar con un material fotoelástico, (en nuestro caso policarbonato)
2.-Se aplican las cargas que deberán actuar sobre el modelo y se ilumina con luz polarizada.
3.-Al observar el modelo a través de un filtro polarizante se observa en los dos tipos de franjas:
Franjas de diversos colores llamadas isocromáticas y franjas negras o blancas, dependiendo del campo en el que estamos trabajando llamadas isóclinas. Las primeras están relacionadas con la magnitud de los esfuerzos, pues varían su posición con la intensidad de la carga. Las segundas se relacionan con la dirección de los esfuerzos.
El método de los elementos finitos MEF es un método numérico para la resolución aproximada de diversos problemas que surgen en diversas ramas de la ingeniería y de la ciencia. Actualmente el MEF es una de las herramientas más potentes en la simulación por computadora aplicada al diseño.

2. Metodología o desarrollo

Todos los sistemas que simulan los procesos reales los podemos dividir en: discretos, compuestos por un numero finito de componentes, continuos, donde el número de componentes no está definido porque la subdivisión se puede continuar infinitamente. Los problemas discretos en muchos casos pueden ser resueltos con la ayuda de la computadora. Pero los problemas continuos no, dada la capacidad finita del ordenador. Para superar esta dificultad se recurre a la discretización de los problemas continuos, transformándolos en discretos. Esta es la principal idea del MEF. Al analizar un problema de mecánica se establecen las relaciones entre las fuerzas y los desplazamientos en cada parte de la estructura de la pieza analizada. (Ley de Hooke). Y luego las partes se ensamblan exigiendo el equilibrio en cada punto de conexión. Así se origina un sistema de ecuaciones para los desplazamientos desconocidos. (Saeed M., 2020)

Desarrollo experimental. Fotoelasticidad.

Las franjas isóclinas aparecen siempre que cualquier dirección de tensión principal coincida con el eje de polarización del polarizador. Por consiguiente, proporcionan la información sobre las direcciones de las tensiones principales en el modelo. Cuando se combinan con los valores de esfuerzos principales del modelo de tensión las franjas isóclinas mantienen la información necesaria la solución completa de un problema bidimensional. Ventajas Y desventajas de este método de análisis de esfuerzos:

• Facilidad de uso
• Costo muy bajo en relación con otros procesos
• Adaptable a fenómenos estáticos y dinámicos

Plas desventajas son:
• Se necesita un modelo
• Necesita cálculos tediosos para obtener los esfuerzos principales en puntos internos
• Poco práctico y costoso para el análisis de componentes muy grandes

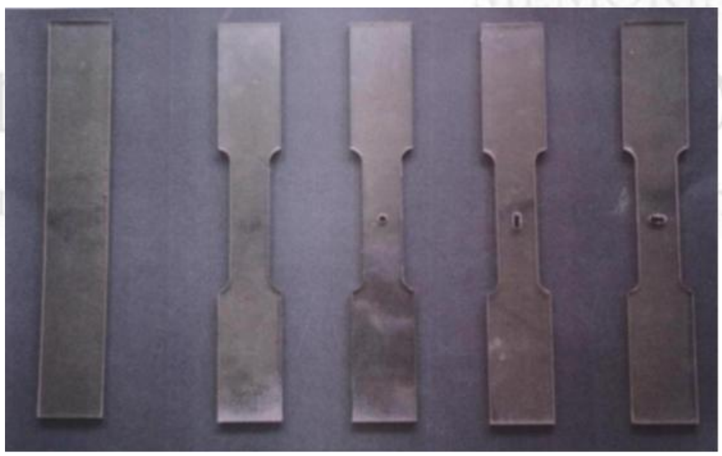


Figura 1. Modelos utilizados en fotoelasticidad para pruebas a tensión

Se elaboraron probetas fotoelásticas, los cuales simularán bastidores de prensas de estampado tipo "C", como se muestra en la figura 1.

Figura 2. Modelos fotoelásticos de bastidores tipo "C"

ISSN 2448 – 7945

El polariscopio se utiliza principalmente para determinar el carácter óptico de materiales de gemas transparentes a translúcidos; en otras palabras, determina si una piedra es monorrefractiva (SR), doblemente refractiva (DR) o es un agregado (AGG). El polariscopio no se utiliza con materiales opacos. (Rodríguez Achach, 2019).

Figura 3. Polariscopio utilizado en el laboratorio de metrología de UPIITA.

Al propagarse un haz de luz polarizada a través de un medio birrefringente de espesor d, éste se separa en dos componentes ortogonales que se propagan en los planos x e y, que son las direcciones de los esfuerzos principales en el punto considerado. Debido a los diferentes índices de refracción, existirá un retardo relativo entre ambos rayos que está dado por:

$$Retardo\ relativo = d(n_x - n_y) \qquad \textbf{Ecuación (1)}$$

siendo nx, ny los índices de refracción del material en los ejes principales. El cambio relativo en el índice de refracción es proporcional a la diferencia entre los esfuerzos principales:

$$n_x - n_y = K\left(\sigma_x - \sigma_y\right) \qquad \textbf{Ecuación (2)}$$

siendo K el coeficiente óptico de deformación del material. Al combinar esta ecuación con la de retardo relativo obtenemos

$$Retardo\ relativo = dK(\sigma_x - \sigma_y) \qquad \textbf{Ecuación (3)}$$

Expresando el retardo relativo como una fracción de la longitud de onda, Nλ, siendo N el orden de la franja, obtenemos:

$$\frac{N\lambda}{Kd} = \sigma_x - \sigma_y \qquad \textbf{Ecuación (4)}$$

el cociente f = λ/K se denomina valor de la franja y es una constante para cada material que se determina experimentalmente.
Para los marcos de carga, se utiliza una prensa universal para los ensayos con el objetivo de obtener los esfuerzos.

Figura 4. Prensa universal utilizada en el laboratorio de metrología de UPIITA.

3. Resultados por el método experimental. Fotoelasticidad.

3.1Elementos estructurales.

Figura 5. Elemento a tensión con barreno circular al centro, presenta 5 franjas y un máximo esfuerzo normal de 5.84 MPa con una carga de 223 N.

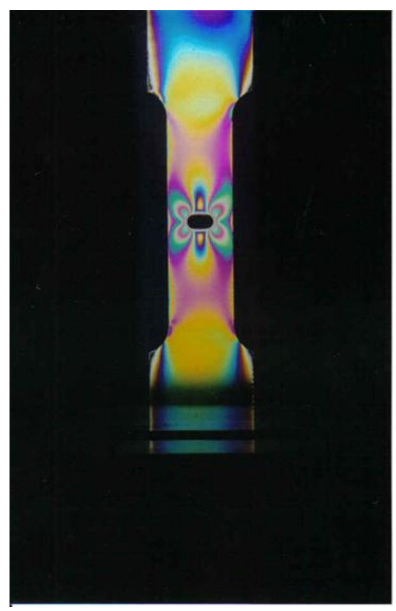


Figura 6. Elemento a tensión con barreno elíptico perpendicular a la aplicación de una carga de 98.1N, presenta 3 franjas y un máximo esfuerzo normal de 3.8 MPa.

ISSN 2448 – 7945

Elementos mecánicos.

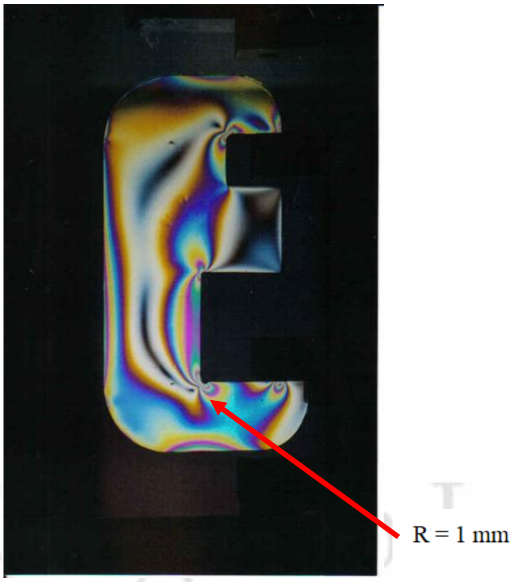


Figura 7. Bastidor de prensa tipo “C” con un radio de 1mm, presenta 4 franjas y un máximo esfuerzo normal de 4.67 MPa con una carga de 24N.

Figura 8. Bastidor de prensa tipo “C” con un radio de 6 mm, presenta 7 franjas y un máximo esfuerzo normal de 8.18 MPa con una carga de 100N.

3.2 Desarrollo numérico. Método del elemento finito.

Se modelan los elementos, aplican condiciones de frontera y carga, resuelve el sistema y se obtienen los esfuerzos.

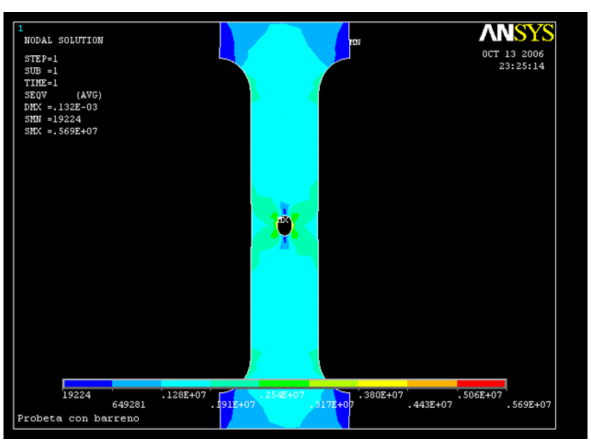


Figura 9. Elemento a tensión con barreno circular al centro, presenta un esfuerzo máximo normal de 5.69 MPa con una carga de 223N.

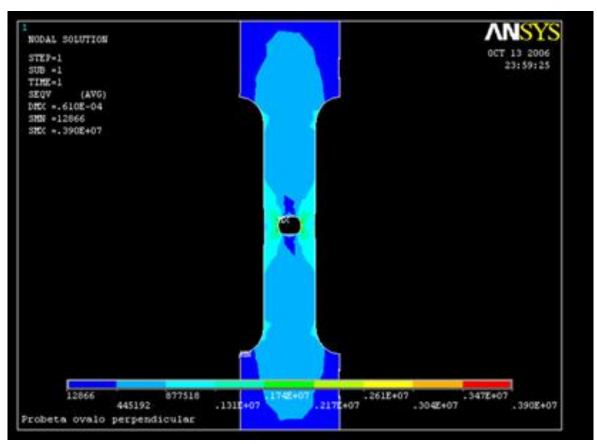


Figura 10. Elemento a tensión con barreno elíptico perpendicular a una carga de 98.1N, presenta un máximo esfuerzo normal de 3.9 MPa

ISSN 2448 – 7945

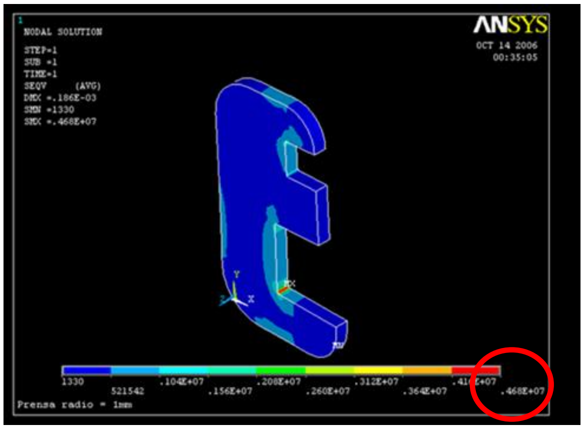


Figura 11. Bastidor de prensa tipo "C" con un radio de 1mm, un máximo esfuerzo normal de 4.68 MPa con una carga de 24N.

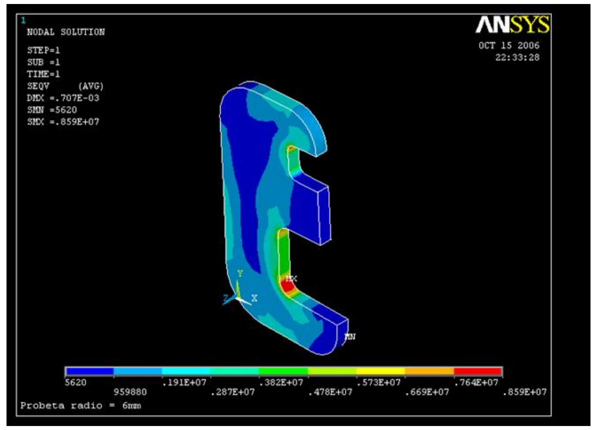


Figura 12. Bastidor de prensa tipo "C" con un radio de 6 mm, un máximo esfuerzo normal de 8.59 MPa con una carga de 100N.

4. Discusión y/o análisis.

Tabla 1. Comparación de resultados. Análisis experimental V.S. Análisis numérico.

Elemento		Carga(N)	Análisis experimental (MPa)	Análisis numérico(MPa)
PROBETAS	Sin barreno	314	3.5	3.75
	Con barreno	223	5.84	5.69
	Ovalo paralelo	226	4.67	4.53
	Ovalo perpendicular	98.1	3.8	3.9
BASTIDORES	r = 1 mm	22	4.67	4.68
	r = 2 mm	32	4.67	4.49
	r = 4 mm	70	7.013	7.01
	r = 6 mm	100	8.182	8.59

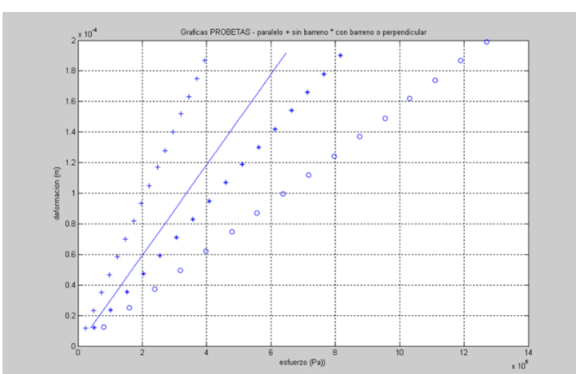


Figura 13. Gráfica de probetas a tensión

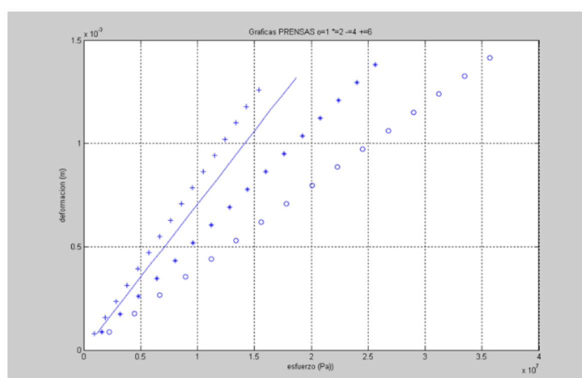


Figura 14. Gráfica de bastidores de prensa tipo "C".

5. Conclusiones

El presente trabajo se apegó a la teoría de la elasticidad lineal, así como a la interacción entre concentradores de esfuerzos en las probetas, la variación de estos, cuando se cambian los radios en bastidor de la prensa y en las diferentes condiciones de barrenos en los elementos a tensión. Finalmente se presentan las gráficas comparativas del comportamiento de probetas y prensas por bastidor graduales. Cada gráfica en la parte superior indica la simbología utilizada para diferenciar los cuatro tipos de concentradores de esfuerzos, así como los radios en el caso de las prensas. Al variar radios en los bastidores de prensa se determinó la distribución y variabilidad de los esfuerzos; resultando que el de menor concentración de esfuerzos fue con el bastidor de radio 6mm, pero la geometría no lo permitía, puesto que con ese radio se presentaban concentraciones de esfuerzo más altas en otras partes del elemento, por lo que, se determinó que el radio óptimo es de 4mm debido a que la concentración de esfuerzos es de un valor aceptable y la geometría es adecuada, caso contrario en el bastidor de 1mm se presentaron concentraciones de esfuerzos mayores, por lo que esa geometría queda fuera de diseño. Con respecto a los elementos a tensión, de los cuatro casos estudiados, se obtiene que cuando existe un barreno elíptico en dirección de la carga el elemento resistirá mayor fuerza es decir la concentración de esfuerzos disminuye; caso contrario cuando se tiene barreno elíptico perpendicular a la carga se tiene menor capacidad de aplicación de fuerza. Es importante siempre utilizar un método alterno a otro para diseño y análisis de elementos mecánicos y estructurales, ya que el estar seguro de los resultados obtenidos nos da la capacidad de asegurar el buen desempeño de dichos componentes, es este caso se usó fotoelasticidad y elemento finito, como se puede observar en la tabla de resultados, los valores obtenidos por un método y otro son bastante cercanos, con lo que consideramos que los análisis son correctos, aún más importante validamos esos resultados y concluimos que los procedimientos seguidos en la utilización de los métodos fueron los correctos.

6. Referencias

- Hibbeler R.C. (2018). *Mecánica de Materiales* (9na. ed.). Pearson.
- Phillips, J. W. (1998), *Photoelasticity*, (2da. ed). University of Illinois.
- Saeed M. (2020). *Finite element analysis, Theory and application with ANSYS*. (5ta. Ed). Prentice Hall.
- Klaus –Jürgen B. (2014). *Finite element procedures*. (2da. ed). Prentice Hall.
- Larry J. S. (1991). *Applied finite element analysis*. (2da ed). John Wiley and Sons.
- Doyle James F. y Phillips J. W. (1989). *Manual On Experimental Stress Analysis.* (5ta ed.). Society for Experimental Mechanics.
- Erasto Martínez González. (1972). *Determinación y análisis de distribución de esfuerzos por el método fotoelástico.* [Tesis de licenciatura. ESIME IPN.]
- Rodríguez-Achach M. (2019). Design and construction of a low cost circular polariscope. *Revista Facultad de Ingeniería*, Universidad Autónoma de Yucatán, Vol. 23

ISSN 2448 – 7945

LA HISTORIA DE LA MATEMÁTICA COMO RECURSO DE DEMOCRATIZACIÓN DE ESTA DISCIPLINA

Cecilia Crespo Crespo[1], Carlos Oropeza Legorreta[2] y José Juan Contreras Espinosa[3]
[1]*Universidad de Buenos Aires. José Evaristo Uriburu 950. Buenos Aires, Argentina.*
[2,3]*Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán UNAM. Carr. Cuautitlán – Teoloyucan Km. 2.5, San Sebastián Xhala, 54714 Cuautitlán Izcalli, Edo. de México*.

AP-POSM027

Resumen

Tras la implementación de los tres primeros ciclos del Círculo de Lectura “Descifrando las matemáticas a través de la lectura” llevada a cabo durante el segundo semestre 2023 y los dos semestres del 2024, realizamos un análisis de las características de las lecturas que fueron incluidas en esta experiencia en función de los objetivos planteados. Su objetivo fue: “Entender el valor de las matemáticas en la vida cotidiana explorando y analizando obras literarias relacionadas con esta disciplina” (Crespo Crespo, Núñez, Oropeza Legorreta, 2024). Consideramos que la creación de un círculo de lectura acerca de la matemática constituye una manera de democratizar la matemática ofreciendo la posibilidad de reconocer el uso y presencia del conocimiento matemático por parte de distintos grupos humanos.
Las lecturas fueron elegidas a partir de intereses manifestados por los participantes o temáticas surgidas en los encuentros quincenales del círculo. La Historia de la Matemática estuvo presente de manera directa o indirecta en casi todos los encuentros a través de comentarios que surgieron de participantes o coordinadores del círculo y permitían comprender a la matemática como una construcción sociocultural. Esta visión fue remarcada por varios de los participantes que expresaron que las lecturas les permitieron descubrir o reafirmar la percepción de la manera en que los distintos escenarios socioculturales influyen en la construcción del conocimiento matemático. La Historia de la Matemática dio la posibilidad de identificar la presencia y características de la matemática en diversos escenarios y de aprender a encontrarla en nuestro entorno.

Palabras clave: *Lectura, historia, virtual, democratización, difusión.*

1. Introducción

Durante el segundo semestre 2023 y los dos semestres 2024, se llevaron a cabo los primeros tres ciclos del Círculo de Lectura “Descifrando las matemáticas a través de la lectura”, organizados desde la UNAM FES Cuautitlán.
Este proyecto surgió con el objetivo de brindar un espacio de encuentro virtual destinado a compartir y comentar ideas matemáticas de diversa índole surgidas a partir de la lectura que convocara a profesores, investigadores, alumnos o profesionales interesados en la matemática y su presencia en nuestro entorno (Oropeza Legorreta, Crespo Crespo y Contreras Espinosa, 2023).

1*Autor para la correspondencia. E-mail: Cecilia Crespo Crespo, crccrespo@gmail.com, Tel:+5491122726500*

ISSN 2448 – 7945

El objetivo planteado desde su inicio fue: "Entender el valor de las matemáticas en la vida cotidiana explorando y analizando obras literarias relacionadas con esta disciplina" (Crespo Crespo, Núñez, Oropeza Legorreta, 2024).

La modalidad de círculo de lectura ofreció un escenario propicio para favorecer la democratización de la matemática (Cantoral, 2013), pues favorece el reconocimiento el uso del conocimiento matemático por parte de diversos grupos humanos cuando aprenden, abordan y enfrentan situaciones que involucran el conocimiento matemático en igualdad con el poder de saber, representar, y validar, la forma de construir conocimiento por la comunidad matemática. Por una parte, esto se logra porque "los clubes de lectura que afloran en la cotidianeidad del lector contemporáneo, se construyan sobre elementos tan esenciales de la actividad humana como el leer y el conversar" (Carreño Montero, 2015, p. 41).

La Historia de la Matemática se hizo presente de manera directa o indirecta en casi todos los encuentros a través de comentarios que surgieron de participantes o coordinadores del círculo y permitían comprender a la matemática como una construcción sociocultural. De esta manera, se puso de manifiesto la dimensión cultural de las Matemáticas y su notable impacto en el desarrollo de la humanidad (Gonzalez Urbaneja, 2004).

2. Metodología o desarrollo

El Círculo de Lectura está planificado en ciclos de siete encuentros cada uno. Estos encuentros se realizan con una regularidad quincenal para permitir que los participantes tuvieran tiempo suficiente para la lectura de la publicación propuesta para el encuentro correspondiente, pero sin perder la cercanía temporal entre encuentros. Las reuniones se realizan por Zoom y gracias al apoyo institucional, se transmiten simultáneamente a través del canal oficial de YouTube de la FES Cuautitlán. Una semana antes de cada encuentro se comparte con los interesados en participar una publicación: artículo o capítulo de libro.

Los encuentros están abiertos a la participación de quienes se interesen, siendo la única condición pedida, la lectura previa de la publicación propuesta. Cada encuentro, de aproximadamente 1 hora de duración y posee una coordinación compartida entre varios de los participantes, para prever la posibilidad de algún inconveniente tecnológico que pudiera surgir de la virtualidad. Un coordinador plantea un interrogante relacionado con la lectura como disparador de respuestas, ideas, opiniones y puntos de vista. A partir de él, los participantes van pidiendo la palabra y se genera un espacio de intercambio y debate. El encuentro se cierra con una recapitulación de las ideas principales surgidas y de reflexiones acerca de las mismas realizada por los coordinadores del encuentro y en algunas oportunidades, dejando a los participantes, orientaciones para seguir pensando.

3. Los encuentros de cada ciclo y sus lecturas. Resultados

3.1 Primer Ciclo del Círculo de Lectura

ISSN 2448 – 7945

En el Primer Ciclo del Círculo de Lectura, se incluyeron lecturas de distinta naturaleza: artículos en revistas científicas y de divulgación y capítulos de libros (Tabla 1).

Tabla 1.
Lecturas del Primer Ciclo del Círculo de Lectura

Encuentro	Lectura
1	González Díaz, R. (1999). Evariste Galois. *Revista del Instituto de Matemática y Física 2* (4), 10-17.
2	Corbalán, F. y Sanz, G. (2011). *La Conquista del Azar*. Capítulo 2, 36-41.
3	Luque Ordóñez, J. (2022). El número áureo en la naturaleza y en las artes. *Revista Digital de Acta 120,* 1-17.
4	Capistrán, M., Capella, A. y Christen, A. (2020). Modelos matemáticos predictivos y pronósticos de demanda hospitalaria por brotes epidémicos de COVID-19. *Ciencia 71*, 72-79.
5	Tomasini, C. (s/f). El orden geométrico y la proporción en el arte de la Cultura Olmeca. *Revista de Ciencia y Tecnología 5*, 89-100.
6	Pérez Gómez, R. (2004). Un matemático pasea por la Alhambra. En *Números, formas y volúmenes en el entorno del Niño*. España: Ministerio de Cultura y Deporte, 81-94.
7	Girón González-Torre, F. (2018). Matemáticas y Música. *Boletín de la Academia Malagueña de Ciencias* 21, 45-57.

El primero seleccionado se refirió a la vida de Evariste Galois, pues se partió de la idea de que la vida y obra de este matemático, por su carácter revolucionario e idealista daba pie a un acercamiento a la visión humanista de la matemática.
La segunda lectura también fue con un sesgo histórico, ya que abordó aspectos de los orígenes del tratamiento del azar, unidos en oportunidades a lo lúdico.
La cuarta lectura se orientó a la manera en la que aparecen los estudios de modelización epidemiológica, a partir de una realidad que había involucrado a todos los participantes: la pandemia del COVID. En este encuentro se discutieron los distintos factores que tuvieron en cuenta estos modelos matemáticos y la manera en que habían sido vividos estos por parte de los participantes.
Los otros encuentros se centraron en la presencia de la matemática en la naturaleza y en el arte, a partir de distintas manifestaciones como la pintura, la escultura, la arquitectura y la música.
La historia, la mirada a nuestro alrededor y la comprensión de la presencia de la matemática en los distintos escenarios socioculturales, permitió que los participantes pudieran hacer sus aportes desde sus distintas formaciones y experiencias. Además, la comunidad UNAM Cuautitlán, publicó acerca de la experiencia (Elizondo Alvarado, 2023), mostrando la integración de los temas abordados en uno de los encuentros del Círculo de Lectura desde el área del diseño gráfico.

3.2 Segundo Ciclo del Círculo de Lectura

En el Segundo Ciclo del Círculo de Lectura, se continuó con la selección de lecturas que proveyeran diversidad de temáticas y de tipos de publicaciones. Se fueron eligiendo las lecturas sobre la base de intereses manifestados por los participantes.

ISSN 2448 – 7945

Algunas lecturas fueron artículos publicados en revistas cuyos destinatarios eran docentes, otras, capítulos de publicaciones realizadas por universidades (Tabla 2).

Tabla 2.
Lecturas del Segundo Ciclo del Círculo de Lectura

Encuentro	Lectura
1	Granchetti, H; Ponteville, C. y Nuñez, M. (2017). Una Imagen vale más que mil datos: Las Representaciones Gráficas en la Enseñanza de la Estadística. *Unión 51,* 236-249.
2	Arguedas, V. (2014). Luca Pacioli forjador de grandes obras. *Revista Digital: Matemática, Educación e Internet,* 14 (2), 1-6.
3	Padrón, E. (2003). De cómo la geometría entrelaza ciencia y arte: Historia de un poliedro. En*: Un paseo por las matemáticas.* Publicaciones del Dpto. de Matemáticas de la Universidad del País Vasco, 173 – 193.
4	Miriam Agosto, M.; Lanzillotto, C.; Ávila, M. y Pérez de Lanzetti, G. (2016). Acústica gráfica: aplicación geométrica y matemática de las cónicas y superficies en el espacio en el diseño y verificación de condiciones de eco en una sala. *10º Encuentro de Docentes de Matemática en Carreras de Arquitectura y Diseño de Universidades Nacionales del Mercosur*.
5	Lezaun, M. (2006). ¿Qué tiempo va a hacer? *Unión 5*, 37-47.
6	Fedriani Martel, R. y Tenorio Villalón, A. (2010). Matemáticas del más allá: el infinito. *Unión 21*, 37-58.
7	Macho Stadler, M. (2007). Las matemáticas de la literatura. En: R. Ibáñez y M. Macho Stadler (Comp.), *Un paseo por las matemáticas*. Publicaciones del Dpto. de Matemáticas de la Universidad del País Vasco, 173–193.

La lectura del primer encuentro de este ciclo estuvo centrada en la importancia del lenguaje gráfico para expresar ideas y mostrar resultados. Se hizo a la utilización de distintos tipos de gráficas y cómo aparecieron, muchas veces fuera de escenarios matemáticos, pero mostrando tal potencial que luego se han seguido utilizando.
La segunda lectura nos acercó a la vida y obra de un pensador polifacético cuyas ideas influyeron en la matemática renacentista, así como en otras disciplinas.
En el tercer encuentro de este ciclo y retomando algunas de las ideas de la lectura anterior, se discutió sobre los poliedros y la geometría en las ciencias y en el arte a través del tiempo.
La lectura siguiente trató sobre la acústica y la aplicación geométrica y matemática de las cónicas y superficies en el espacio en el diseño y verificación de condiciones de eco en una sala. En este encuentro se hizo referencia a construcciones del entorno de los participantes que aprovechan estos estudios.
El quinto encuentro se centró en la modelización matemática del clima y la evolución de la forma de trabajo de la meteorología. Los participantes compartieron refranes típicos de sus regiones sobre el clima y mostraron e hicieron referencia a dispositivos diversos que se utilizaban para predecir fenómenos meteorológicos.
El infinito en sus distintas manifestaciones fue el núcleo de atención de las participaciones en el sexto encuentro de este ciclo. Se hizo referencia al atractivo del

infinito en distintos momentos históricos por parte de pensadores y a su aparición en el pensamiento de los niños.

El último encuentro de este ciclo hizo un recorrido por la presencia de la matemática en la literatura, tanto en carácter temático como brindando herramientas para la escritura.

Al igual que en el ciclo anterior, la matemática fue reconocida como una construcción de carácter sociocultural por los participantes de cada encuentro, pues cada vez se fue afianzando entre ellos la idea de que mirando la historia de la humanidad, se puede comprender que el surgimiento de los conceptos matemáticos está ligado a las necesidades de la sociedad.

3.3 Tercer Ciclo del Círculo de Lectura

El tercer ciclo tuvo las lecturas que convocaron a sus encuentros, artículos publicados en revistas científicas con distintos destinatarios, en memorias de congresos y capítulos de libros (Tabla 3). En algunos casos se retomaron temáticas que ya se habían tratado en encuentros anteriores, profundizando alguno de sus aspectos o completando algunas ideas que se habían planteado y resultaron de interés, o bien dándoles un enfoque diferente.

Tabla 3.

Lecturas del Tercer Ciclo del Círculo de Lectura

Encuentro	Lectura
1	Perez-Enriquez, R., y Perez-Enriquez, R. (2019). La Mona Lisa de Leonardo da Vinci y la Flor de la Vida: Una aproximación geométrica. *SAHUARUS, Revista Electrónica de Matemáticas*, 4(1), 45-56.
2	Stewart, I. (2001). Fichas, cuentas y tablillas En *Historia de las matemáticas en los últimos 10.000 año*s. (pp. 12-23). Crítica.
3	Hernández Fernández, I., Mateos Contreras, C., y Núñez Valdés, J. (2010). ¿Perderse en un laberinto? No con las matemáticas. *Unión 21*, 69-85.
4	Zoido Zamora, R. J. (2023). Curvas y superficies en la arquitectura. *Segundo Congreso Internacional de Matemáticas en la Ingeniería y la Arquitectura,* 87-112.
5	García Cruz, J. A. (2009). Cartografía, matemáticas y navegación: El arte de encontrar puerto. En *La Proporción: arte y matemáticas* (pp. 25-46). Editorial Grao.
6	Suárez-Meaney, T.; Reséndiz López, H.; Arriaga Carbajal, J. Chías Becerril, L. (2022). La medición de la dimensión fractal en las ciudades, una aproximación para conocer su eficiencia en movilidad. En: E. Espinosa Dorantes, C. Göbel y S. González Arellano (Comp.), *La interdisciplina en el estudio de la forma urbana. Análisis y diagnósticos de la forma urbana*. Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco, México. División de Ciencias y Artes para el Diseño.
7	Nápoles Valdés, J. y Palomá Parra, L. (2012). Fractales a nuestro alrededor. *VIDYA*, 32 (1), 97-112.

La primera lectura de este ciclo volvió a analizar la relación entre el arte renacentista y la matemática, centrándose en una pintura de Leonardo Da Vinci, pero buscando en ella aspectos no tan conocidos. A partir de esta lectura se dispararon participaciones sobre el arte y la manera en la que la pintura hace uso de nociones geométricas, pero también de otras áreas de la matemática.

El segundo encuentro versó sobre la aparición de los números en distintas culturas, los sistemas de numeración y la operatoria y su importancia para todas las disciplinas.

El tercer encuentro trató de los laberintos, su presencia, su carácter lúdico y artístico y la matemática que involucra su construcción y su resolución. Los participantes de este encuentro hicieron referencia a momentos en los que habían encontrado estos algoritmos o conceptos en sus estudios.

En el cuarto encuentro, la lectura se refirió a aspectos matemáticos de las construcciones características de movimientos arquitectónicos en los que las curvas y las superficies les dan un carácter distintivo. Se mostraron imágenes edificios y construcciones diversas de las ciudades en las que viven algunos participantes y otras que son emblemáticas de estos estilos en los que la matemática les da su carácter inconfundible.

La lectura del quinto encuentro de este ciclo se refirió a la relación entre la matemática y la navegación, no solo a través del trazado de mapas, sino también de los instrumentos que ayudaron a la navegación y los que aún se utilizan con tal fin. Algunos participantes mostraron algunos de estos instrumentos e hicieron referencia a distintos tipos de mapas correspondientes a cartografía de distintas épocas.

Los dos últimos encuentros abordaron lecturas sobre fractales, en un caso referida a la modelización del crecimiento urbanístico, en el otro a la presencia de fractales en la naturaleza o en el arte. La comprensión del surgimiento de la geometría fractal a fines del siglo XX y su aplicación actual a aspectos diversos de artes y ciencias mostró una vez más a la matemática como y una ciencia viva y que responde a intereses de carácter social.

4. Discusión y/o análisis

En cada uno de los encuentros que hemos presentado, los participantes realizaron comentarios desde sus distintas formaciones y experiencias, enriqueciendo el espacio. Participaron profesores y estudiantes no solo del área de matemática sino de otras disciplinas como diseño gráfico, comunicación, medicina e informática entre otras, provenientes de distintas instituciones de México y Argentina. Algunos realizaron contribuciones de sus realidades y entornos, reflejándolas en propuestas didácticas, relaciones con sus campos laborales o aportes profesionales. La idea de aprender a mirar el entorno y la realidad propia para descubrir en él a la matemática fue manifestada en múltiples oportunidades. Los hechos históricos ayudaron a este aspecto de la contribución del Círculo de Lectura a los participantes.

“La Historia de la Matemática permite conocer las cuestiones que dieron lugar a los diversos conceptos, las intuiciones e ideas de donde surgieron, el origen de los términos, lenguajes y notaciones singulares en que se expresaban, las dificultades que involucraban, los problemas que resolvían, el ámbito en que se aplicaban, los métodos

y técnicas que desarrollaban, cómo fraguaban definiciones, teoremas y demostraciones, la ilación entre ellos para forjar teorías, los fenómenos físicos o sociales que explicaban, el marco espacial y temporal en qué aparecían, cómo fueron evolucionando hasta su estado actual, con qué temas culturales se vinculaban, las necesidades cotidianas que solventaban" (González Urbaneja, 2004, p.18).
La Historia de la matemática va más allá de nombres y fechas, muestra cómo la sociedad tuvo la necesidad de la matemática y cómo la matemática está presenta en cada escenario sociocultural, en cada producción humana. Estas ideas han sido manifestadas por varios participantes de nuestro Círculo de Lectura en los sucesivos encuentros de los primeros tres ciclos que acabamos de describir.

5. Conclusiones

En cada encuentro del Círculo de Lectura, la historia permitió comprender la manera en la que la matemática se hace presente en la sociedad. La mayoría de las lecturas no tuvieron un carácter histórico, pero en algún momento de cada encuentro surgieron aspectos históricos y sociales que sin duda aportaron al carácter de este proyecto como actividad democratizadora de la matemática.
El interés que se ha demostrado ante cada instancia de esta convocatoria, se debe a que fue posible transmitir una concepción de la matemática que va más allá de los libros de texto, que lleva a encontrar su presencia en cada una de nuestras actividades tanto académicas como cotidianas.
La Historia de la Matemática ha contribuido a las reflexiones planteadas en cada lectura, ante cada pregunta formulada.
La estructura cooperativa de las actividades del Círculo de Lectura, favorecieron al intercambio libre y respetuoso de ideas que se enriquecen del acervo disciplinar y la experiencia de cada uno de los participantes.

Agradecimientos

Los autores agradecen toda la colaboración y apoyo recibidos durante 2024 al Secretario General de la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, el Dr. Benjamín Velasco Bejarano y la Lic. Claudia Vanessa Joachin Bolaños, responsable de la Coordinación de Extensión y Difusión Universitaria por el apoyo en el desarrollo y difusión del proyecto en la página institucional y a través del canal oficial de YouTube de la FES Cuautitlán; en este mismo sentido agradecemos al Lic. Iván Núñez Consuelos, responsable de la Unidad de Superación y Asuntos del personal Académico de la FES Cuautitlán, por su apoyo y participación en la gestión del proyecto durante 2024.

6. Referencias

Cantoral, R. (2013). *Teoría socioepistemológica de la matemática educativa: estudios sobre construcción social del conocimiento*. Barcelona: Gedisa.

Carreño, O. (2015). *El eco de las lecturas. Introducción a los clubes de lectura*. Santiago de Chile: Dirección de Bibliotecas, Archivos y Museos.

Crespo Crespo, C.; Núñez, I.; Oropeza Legorreta, C. (2024). *Primer ciclo del Círculo de Lectura "Descifrando las matemáticas a través de la lectura".* Memorias del Congreso Internacional sobre la Enseñanza y aplicación de las Matemáticas 8(5).

Elizondo Alvarado, M. (2023). La Alambra, tema de interés en círculo de lectura. *Gaceta UNAM Comunidad, 20*, p.23.

González Urbaneja, P. (2004). La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza. *Suma 45,* 17-28.

Oropeza Legorreta, C., Crespo Crespo, C. y Contreras Espinosa, J. (2023). *Círculo de lectura: un encuentro virtual para compartir ideas matemáticas*. Cartel presentado en la XXVI Escuela de Invierno en Matemática Educativa. Durango, México.

ISSN 2448 – 7945

TRANSFORMACIÓN DEL APRENDIZAJE MATEMÁTICO MEDIANTE INTELIGENCIA ARTIFICIAL: UN ESTUDIO EXPERIMENTAL CON CHATGPT

Trejo Trejo Elia*[1], Trejo Trejo Natalia[2]
[1,2]*Universidad Tecnológica del Valle del Mezquital. Carretera Ixmiquilpan-Capula, Km. 4, Nith, 42300 Ixmiquilpan, Hgo.*

EN-POSM030

Resumen

Este estudio evalúa el impacto de ChatGPT en el desarrollo de habilidades cognitivas avanzadas, como la comprensión conceptual, la resolución de problemas y el pensamiento crítico, en estudiantes universitarios inscritos en un curso de álgebra. Utilizando un diseño experimental, 60 estudiantes de una universidad mexicana fueron asignados aleatoriamente a un grupo experimental, que utilizó ChatGPT como herramienta de apoyo, y a un grupo de control, que empleó métodos tradicionales. Durante ocho semanas, ambos grupos participaron en sesiones regulares, evaluándose su progreso mediante pruebas pre y post intervención con instrumentos validados y una alta consistencia interna (α = 0.85). Los resultados muestran que el grupo experimental logró mejoras significativas en todas las habilidades evaluadas, con tamaños del efecto de moderado a grande (Cohen's d: 0.65 a 0.85). El análisis de varianza (ANOVA) confirmó un efecto principal significativo de la intervención ($p < 0.001$), sin interacciones con el nivel inicial de habilidad, lo que sugiere que ChatGPT es igualmente efectivo para estudiantes con diferentes competencias previas. Estos resultados destacan la capacidad de ChatGPT para proporcionar retroalimentación adaptativa y promover un aprendizaje más interactivo y centrado en el estudiante. A pesar de los hallazgos prometedores, las limitaciones incluyen el tamaño restringido de la muestra, la corta duración de la intervención y la ausencia de análisis cualitativos. Se recomienda realizar estudios más amplios y longitudinales en diversos contextos educativos. Este trabajo evidencia el potencial transformador de ChatGPT para personalizar el aprendizaje y mejorar los resultados académicos en la educación superior.

Palabras clave: *Inteligencia, Matemáticas, Cognición, Aprendizaje, Tecnología, Innovación.*

1. Introducción

La inteligencia artificial (IA) ha evolucionado de ser una innovación emergente a consolidarse como una herramienta transformadora en diversos campos, incluida la educación. Su capacidad para abordar desafíos complejos mediante la personalización del aprendizaje, la mejora en la toma de decisiones y la provisión de recursos adaptativos la posiciona como un recurso esencial para el desarrollo de

1 *Trejo Trejo Elia. E-mail: elitret@gmail.com Tel.7711512042*

ISSN 2448 – 7945

competencias avanzadas en el siglo XXI (Holmes et al., 2019). En el ámbito educativo, especialmente en el nivel superior, la IA ha demostrado ser un aliado valioso para potenciar habilidades cognitivas fundamentales como la comprensión conceptual, la resolución de problemas y el pensamiento crítico, competencias indispensables para el desempeño académico y profesional en un mundo cada vez más globalizado y competitivo (Chinn et al., 2021).

En este contexto, ChatGPT se presenta como una alternativa innovadora al permitir interacciones en tiempo real, proporcionar retroalimentación adaptativa y promover la reflexión crítica de los estudiantes sobre sus procesos de aprendizaje. Estas características hacen de ChatGPT una herramienta prometedora para mejorar la enseñanza, particularmente en disciplinas como las matemáticas, donde los estudiantes suelen enfrentar dificultades relacionadas con la aplicación práctica de conceptos abstractos (Floridi & Chiriatti, 2020).

Diversos estudios han destacado el impacto positivo de las tecnologías interactivas en el desarrollo de competencias complejas. Investigaciones previas demuestran que las herramientas basadas en IA facilitan la comprensión conceptual, fomentan la metacognición y mejoran las estrategias de resolución de problemas al involucrar a los estudiantes en experiencias de aprendizaje dinámicas y personalizadas (Leikin & Sriraman, 2022; Woolf, 2021). En matemáticas, estas tecnologías no solo apoyan la adquisición de conocimientos técnicos, sino que también promueven la creatividad y el pensamiento crítico al ofrecer un entorno flexible para la exploración y el análisis (Schoenfeld, 2014).

A pesar de los resultados prometedores, persisten vacíos en la literatura científica sobre la implementación de herramientas como ChatGPT en contextos universitarios. Aunque existen evidencias sobre la eficacia de los sistemas de tutoría inteligente en niveles educativos básicos, el impacto específico de estas tecnologías en el desarrollo de habilidades cognitivas avanzadas en la educación superior sigue siendo un área poco explorada (Holmes et al., 2019; Zawacki-Richter et al., 2019). Esto resulta especialmente relevante en matemáticas, donde las demandas cognitivas son más complejas y requieren un enfoque pedagógico que combine una conceptualización profunda con la aplicación práctica de conceptos en contextos reales.

El presente estudio busca abordar esta brecha investigativa al analizar el impacto de la integración de ChatGPT en la enseñanza de matemáticas a nivel superior, en particular la investigación se acotó a la enseñanza del álgebra. A través de un diseño experimental, se compararán las diferencias en el desarrollo de habilidades cognitivas entre estudiantes que utilizan esta herramienta y aquellos que emplean métodos tradicionales. Este análisis no solo contribuirá a la literatura existente al proporcionar evidencia empírica sobre la eficacia de las tecnologías basadas en IA en la educación superior, sino que también ofrecerá nuevas perspectivas sobre cómo estas herramientas pueden transformar las prácticas pedagógicas, optimizar los resultados

ISSN 2448 – 7945

de aprendizaje y preparar a los estudiantes para enfrentar los desafíos de un entorno académico y profesional cada vez más exigente.

2. Desarrollo

El estudio adoptó un enfoque cuantitativo con un diseño experimental, utilizando un grupo de control y un grupo experimental para evaluar el impacto del uso de ChatGPT en el desarrollo de habilidades cognitivas en estudiantes de un curso universitario de álgebra. La investigación se llevó a cabo en una universidad mexicana durante un período de ocho semanas, con una muestra total de 60 estudiantes de entre 18 y 21 años. Los participantes fueron seleccionados mediante un muestreo aleatorio estratificado para garantizar la representatividad, y posteriormente asignados aleatoriamente a dos grupos: un grupo experimental (n=30) y un grupo de control (n=30).

Para garantizar la validez interna del estudio, se definieron criterios de inclusión que consideraban a estudiantes inscritos en cursos de matemáticas, con habilidades básicas en el uso de tecnología y que otorgaron su consentimiento informado a través de un protocolo aprobado por un comité de ética institucional. Los estudiantes con experiencia previa en el uso de herramientas similares a ChatGPT fueron excluidos para evitar sesgos en los resultados. Se verificó la equivalencia inicial entre ambos grupos en términos de género, edad y rendimiento académico previo.

Previo a la intervención, se administró una evaluación inicial (pretest) que medía habilidades cognitivas en tres áreas clave: comprensión conceptual, resolución de problemas y pensamiento crítico. La evaluación incluyó preguntas de opción múltiple, problemas matemáticos contextualizados y preguntas abiertas. Los ítems fueron diseñados y validados por un panel de expertos en educación matemática y pilotados en un grupo independiente para asegurar claridad y pertinencia. La consistencia interna de las pruebas se confirmó mediante el coeficiente de Cronbach, alcanzando un valor de 0.85, lo que respalda la fiabilidad de los instrumentos.

La intervención se desarrolló durante ocho semanas, con sesiones programadas de 45 minutos, tres veces por semana. Los estudiantes del grupo experimental utilizaron ChatGPT como herramienta de apoyo, interactuando directamente con la plataforma para recibir explicaciones, resolver problemas y obtener retroalimentación adaptativa en tiempo real. ChatGPT se configuró con prompts específicos diseñados para abordar los temas del curso, y se registraron las interacciones para un análisis cualitativo secundario. Por su parte, el grupo de control continuó con un enfoque tradicional de enseñanza, asistiendo a clases, resolviendo ejercicios y tareas diseñados para ser equivalentes en contenido y dificultad a los propuestos en el grupo experimental. Ambos grupos fueron monitoreados por instructores capacitados, quienes siguieron protocolos específicos para garantizar la estandarización de las actividades.

ISSN 2448 – 7945

Al finalizar la intervención, se aplicó nuevamente la misma evaluación (postest) utilizada en el pretest, lo que permitió medir el progreso en las habilidades cognitivas de cada participante. Las pruebas se administraron en condiciones controladas y se implementaron medidas para evitar sesgos de calificación, como el anonimato en las respuestas. Los resultados obtenidos se analizaron utilizando el software estadístico SPSS. Se llevaron a cabo análisis descriptivos para calcular medias y desviaciones estándar, así como pruebas t de Student para muestras independientes, con el objetivo de comparar las diferencias entre las puntuaciones pre y post intervención en los dos grupos, considerando un nivel de significancia de $p < 0.05$. Adicionalmente, se utilizó un análisis de varianza (ANOVA) para evaluar posibles interacciones entre las variables independientes (tipo de intervención) y las variables dependientes (habilidades cognitivas). Se calculó el tamaño del efecto utilizando Cohen's d, interpretando los valores obtenidos según los estándares establecidos: $d < 0.2$ como efecto pequeño, $0.2 \leq d < 0.5$ como efecto moderado, y $d \geq 0.5$ como efecto grande.

3.Resultados y Discusión

El presente análisis evalúa el impacto de uso de ChatGPT en el desarrollo de habilidades cognitivas en estudiantes de un curso de álgebra universitaria. Los resultados se muestran en seguida y se presentan de manera comparativa entre el grupo experimental, que utilizó ChatGPT, y el grupo de control, que recibió una enseñanza tradicional. Las habilidades evaluadas incluyen comprensión conceptual, resolución de problemas y pensamiento crítico.

3.1. Análisis Descriptivo

Los datos descriptivos indican mejoras en las habilidades cognitivas en ambos grupos, siendo más pronunciadas en el grupo experimental (Tabla 1). El grupo experimental mostró un progreso sustancial en las tres habilidades cognitivas evaluadas, mientras que el grupo de control presentó mejoras marginales. Estos resultados iniciales son consistentes con investigaciones previas que destacan la eficacia de herramientas basadas en inteligencia artificial para personalizar el aprendizaje y proporcionar retroalimentación adaptativa (Holmes et al., 2019; Cai et al., 2020; Leikin & Sriraman, 2022).
Los resultados confirman que el uso de ChatGPT contribuye significativamente al desarrollo de habilidades cognitivas avanzadas en matemáticas, superando las limitaciones de los métodos tradicionales. En particular, los avances en resolución de problemas y pensamiento crítico resaltan el potencial de la inteligencia artificial para fomentar la reflexión metacognitiva y la transferencia de conocimientos a contextos prácticos, como lo sugieren Woolf (2021) y Leikin y Sriraman (2022).

ISSN 2448 – 7945

Tabla 1.

Descripción de los Resultados Pre y Post Intervención para Ambos Grupos.

Habilidad Cognitiva	Grupo	Pretest (M ± SD)	Postest (M ± SD)
Comprensión Conceptual	Experimental	6.6 ± 0.8	8.1 ± 0.7
	Control	6.5 ± 0.9	6.8 ± 0.8
Resolución de Problemas	Experimental	6.2 ± 0.9	8.2 ± 0.6
	Control	6.0 ± 0.8	6.3 ± 0.7
Pensamiento Crítico	Experimental	6.3 ± 0.7	8.1 ± 0.7
	Control	6.2 ± 0.8	6.4 ± 0.8

Nota: M=Media; SD=Desviación estándar.

3.2. Pruebas t de Student para Muestras Independientes

Para determinar la significancia estadística de las diferencias entre los grupos, se aplicaron pruebas t de Student para muestras independientes (Tabla 2). Las pruebas t confirman que las diferencias observadas en las puntuaciones postest entre el grupo experimental y el grupo de control son altamente significativas ($p < 0.001$) en todas las habilidades evaluadas. Los valores de Cohen's d indican efectos de magnitud moderada a alta, lo que refuerza la eficacia de ChatGPT como herramienta para mejorar el aprendizaje personalizado. Este hallazgo coincide con lo reportado por Floridi y Chiriatti (2020), quienes señalaron el potencial de los modelos de lenguaje para facilitar la reflexión crítica y el desarrollo cognitivo.

Tabla 2.

Resultados de las Pruebas t para Comparación entre Grupos.

Habilidad Cognitiva	Diferencia de Medias (Post-Pre)	t	df	p	Cohen's d
Comprensión Conceptual	1.5	5.21	58	< 0.001	0.65
Resolución de Problemas	2.0	6.89	58	< 0.001	0.85
Pensamiento Crítico	1.8	5.67	58	< 0.001	0.70

3.3. Análisis de Varianza (ANOVA)

Se realizó un ANOVA para evaluar posibles interacciones entre el tipo de intervención y el nivel inicial de habilidad cognitiva. Los resultados se resumen en la Tabla 3. El análisis confirma que la intervención con ChatGPT tuvo un efecto significativo en el desarrollo de habilidades cognitivas ($p < 0.001$), mientras que no se encontraron interacciones significativas con las puntuaciones iniciales del pretest. Esto sugiere que ChatGPT es efectivo para estudiantes con diferentes niveles de habilidad inicial, consolidando su utilidad en contextos educativos diversos, como lo subrayan Zawacki-Richter et al. (2019).

Tabla 3.

Resultados del ANOVA para Efectos Principales e Interacciones

Fuente de Varianza	SS	df	MS	F	p
Intervención	45.32	1	45.32	28.67	< 0.001
Habilidad Cognitiva (Pre)	3.24	1	3.24	2.05	0.157
Interacción (Intervención x Pretest)	1.76	1	1.76	1.12	0.294
Error	91.52	56	1.63		
Total	141.84	59			

La ausencia de interacción significativa en el ANOVA refuerza la versatilidad de ChatGPT, validando su eficacia en estudiantes con niveles iniciales diversos. Esto amplía la aplicabilidad del estudio y respalda la adopción de herramientas basadas en inteligencia artificial en la educación superior. Sin embargo, los resultados también evidencian que los métodos tradicionales, aunque útiles en ciertos contextos, no son suficientes para abordar las demandas cognitivas complejas de los estudiantes actuales, como lo advierte Hattie (2009).

En conjunto, los hallazgos sugieren que ChatGPT puede transformar las prácticas pedagógicas tradicionales, ofreciendo un aprendizaje más adaptativo, interactivo y centrado en el estudiante. No obstante, es necesario realizar estudios adicionales con muestras más amplias y diseños longitudinales para validar estos resultados en diferentes contextos educativos y disciplinas.

Este estudio presenta varias limitaciones que deben considerarse al interpretar los resultados. El tamaño de la muestra, restringido a 60 estudiantes de una única institución universitaria mexicana, limita la generalización de los hallazgos a otros contextos educativos. Además, la duración de la intervención, de solo ocho semanas, ofrece una visión preliminar del impacto de ChatGPT en el desarrollo de habilidades cognitivas, pero no permite evaluar su influencia a largo plazo. La dependencia tecnológica, en particular el acceso a dispositivos y conectividad estable, puede haber influido en los resultados y plantea desafíos para implementar esta herramienta en entornos con recursos limitados. También, la falta de un análisis cualitativo complementario impide una comprensión más profunda de las interacciones de los estudiantes con ChatGPT y de sus percepciones hacia esta tecnología.

Futuras investigaciones deberían considerar ampliar el tamaño y la diversidad de la muestra para evaluar la aplicabilidad de los resultados en distintos niveles educativos y contextos socioculturales. Diseños longitudinales podrían analizar el impacto sostenido del uso de ChatGPT en habilidades cognitivas y su relación con la retención del aprendizaje. Asimismo, se recomienda incluir enfoques mixtos que combinen análisis cuantitativos y cualitativos, como entrevistas o análisis de interacciones, con el fin de enriquecer la comprensión de los procesos de aprendizaje. Finalmente, sería valioso explorar la efectividad de ChatGPT en otras disciplinas académicas y desarrollar estrategias para su implementación en entornos con recursos tecnológicos limitados, maximizando así su potencial inclusivo y transformador en la educación.

5. Conclusiones

Este estudio demuestra que el uso de ChatGPT en la enseñanza de matemáticas en nivel superior tiene un impacto significativo y positivo en el desarrollo de habilidades cognitivas avanzadas, como la comprensión conceptual, la resolución de problemas y el pensamiento crítico. Los resultados respaldan la hipótesis de que la inteligencia artificial puede ser una herramienta eficaz para personalizar el aprendizaje y promover la reflexión crítica en estudiantes universitarios.

El grupo experimental, que utilizó ChatGPT, mostró avances sustanciales en comparación con el grupo de control, confirmando la eficacia de esta tecnología para superar las limitaciones de los métodos pedagógicos tradicionales. La capacidad de ChatGPT para ofrecer retroalimentación inmediata y adaptativa fue clave para fomentar un aprendizaje más profundo y significativo.

Sin embargo, las limitaciones identificadas subrayan la necesidad de realizar estudios adicionales con muestras más grandes, intervenciones de mayor duración y en diversos contextos educativos. También se recomienda explorar enfoques mixtos que combinen análisis cuantitativos y cualitativos para obtener una comprensión más integral del impacto de las tecnologías basadas en inteligencia artificial en la educación.

Finalmente, este trabajo ofrece una base sólida para futuras investigaciones que busquen optimizar las prácticas pedagógicas mediante la integración de herramientas de inteligencia artificial, contribuyendo al desarrollo de estrategias de enseñanza más inclusivas, adaptativas y efectivas.

6. Referencias

Cai, J., Morris, A., Hwang, S., & Hohensee, C. (2020). Improving the teaching and learning of early algebra through a functional approach: A cross-national study. *Journal of Educational Research, 113*(3), 196–210. https://doi.org/10.1080/00220671.2020.1716204

Chinn, C. A., Rinehart, R. W., & Buckland, L. A. (2021). Cognitive development in STEM education: A framework for research and practice. *Educational Psychologist, 56*(3), 149–163. https://doi.org/10.1080/00461520.2021.1917349

Floridi, L., & Chiriatti, M. (2020). GPT-3: Its nature, scope, limits, and consequences. *Minds and Machines, 30*(4), 681–694. https://doi.org/10.1007/s11023-020-09548-1

Hattie, J. (2009). *Visible learning: A synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. Routledge.

Holmes, W., Bialik, M., & Fadel, C. (2019). *Artificial intelligence in education: Promises and implications for teaching and learning*. Center for Curriculum Redesign. http://curriculumredesign.org/wp-content/uploads/AI-in-Education-CCR.pdf

Leikin, R., & Sriraman, B. (2022). Creativity and giftedness in mathematics education. *Springer International*. https://doi.org/10.1007/978-3-030-60942-5

Schoenfeld, A. H. (2014). Mathematical problem solving. *Mathematical Thinking and Learning, 16*(1), 15–36. https://doi.org/10.1080/10986065.2014.870503

Woolf, B. P. (2021). *Building intelligent interactive tutors: Student-centered strategies for revolutionizing e-learning*. Morgan Kaufmann. https://doi.org/10.1016/C2020-0-00358-4

Zawacki-Richter, O., Marín, V. I., Bond, M., & Gouverneur, F. (2019). Systematic review of research on artificial intelligence applications in higher education: Current trends and future directions. *International Journal of Educational Technology in Higher Education, 16*(1), 39. https://doi.org/10.1186/s41239-019-0171-0

PROPUESTA DE TRABAJO DIDÁCTICO EN LA ORGANIZACIÓN DE LA CLASE DE MATEMÁTICAS UTILIZANDO APRENDIZAJE COOPERATIVO

Urrutia Vargas Celina Elena [1 *], Aguilar Márquez Armando [2], Pineda Becerril Miguel de Nazareth [3], Guzmán Tinajero Pedro[4]

[1,2,3,4]*Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, UNAM. Carretera Cuautitlán-Teoloyucan Km. 2.5, Colonia San Sebastián Xhala. Cuautitlán Izcalli, Estado de México, C. P. 54714.*

ID-POSM031

Resumen

En el presente trabajo se propone una clase basada en el aprendizaje cooperativo como una opción de enseñanza diferente a la tradicional, donde la participación del alumno suele ser pasiva.El docente de matemáticas, en la planeación de su clase, debe analizar desde el contexto por ejemplo las características de la escuela y sus alumnos, el salón de clase hasta el tema a tratar, la estrategia a implementar de tal manera que propicie las condiciones favorables de la experiencia del estudiante en su proceso de aprendizaje en la práctica cotidiana en el aula. Objetivo: Al terminar la situación didáctica, el alumno será capaz de resolver ejemplos de las leyes de cerradura, asociativa y conmutativa de la suma, así como de la asociativa de la multiplicación de los números complejos. *La fundamentación del aprendizaje cooperativo es desde la perspectiva de Lev Seménovich Vigotsky. Se presentan los antecedentes, justificación, la metodología se inicia con la formación de equipos (a los alumnos se les asigna rol de coordinador, verificador, relator, animador), el profesor es mediador, la estrategia, preparación y la presentación grupal, se propicia la retroalimentación mediante la discusión de lo que se aprendió (sobre logros, deficiencias y oportunidades de mejora), la evaluación por parte del profesor y autoevaluación de los estudiantes.* En conclusión, el trabajo en equipos estructura el contenido de la enseñanza, lo que resulta en un aprendizaje significativo.

Palabras clave: *Aprendizaje, cooperativo, complejos, cerradura, asociativa, conmutativa.*

1. Introducción

En la actualización del trabajo docente una meta importante por alcanzar es el aprendizaje significativo, éste exige la integración de los conocimientos de una forma distinta para cambiar la impartición de la clase de matemáticas tradicional (en donde el profesor acostumbra a trabajar solo) a una más dinámica, en donde él funciona como mediador. En el aula se enfrenta con la apatía del estudiante, debido al aprendizaje repetitivo y mecánico. “Existen varios factores que contribuyen a las dificultades motivacionales en los estudiantes de nivel superior. Uno de ellos consiste en que el estudiante se centra sólo en obtener una calificación, y no aprender” (Amaya & Prado ,2007 p.61).

[1] * *Autor para la correspondencia. E-mail: celinaelena@yahoo.com.mxTel. 5556231886*

ISSN 2448 – 7945

Según Bruner (1988) “La incapacidad del hombre moderno para entender las matemáticas y las ciencias no depende tanto de una atrofia de sus habilidades, cuanto de nuestro fracaso para saber cómo enseñar estas materias” (p.161). Se busca que el alumno aborde los conocimientos con secuencia y orden en donde el aprendizaje tenga lugar en el contexto de forma colaborativa reflexiva y crítica dando como resultado un estudiante motivado. De acuerdo con Ferreiro y Espino (2009) “La situación de aprendizaje cooperativo favorece el crecimiento del grupo y de cada uno de los integrantes mediante el desafío de enfrentar lo nuevo, explorar lo desconocido y construir sus propios conocimientos en equipo” (p.132). El aprendizaje cooperativo según (OpenAI, 2025, p.1) “es una metodología educativa en la que los estudiantes trabajan en grupos pequeños para maximizar su propio aprendizaje y el de sus compañeros. Esta estrategia promueve la interdependencia positiva, la responsabilidad individual y el desarrollo de habilidades sociales”. En la teoría de Vigotsky, el aprendizaje se da, de acuerdo con Garza y Leventhal (2000), “por reestructuración: el sujeto de aprendizaje no sólo recibe los inputs y los organiza de acuerdo con una correspondencia, sino que los transforma, les imprime un significado y una interpretación que genera cambios en la misma realidad” (p. 53). Se propone el aprendizaje cooperativo en equipos como instrumento para estructurar el contenido de la enseñanza en una clase de números complejos, en el contexto de la Universidad, con estudiantes cursando primer semestre donde el tema es una base o cimiento para los conocimientos matemáticos que adquirirán en su carrera.

2.Justificación

La presente propuesta surge de la experiencia en años de impartir las diferentes asignaturas de matemáticas en las diferentes carreras de Ingeniería, además que en los salones de clase las nuevas generaciones de alumnos universitarios son cada vez más exigentes en sus necesidades de aprendizaje con experiencias y problemáticas diversas, así como sus habilidades para acceder a la información (son nativos digitales, crecieron con internet, utilizan tecnología en su educación y vida diaria),una clase tradicional no es suficiente para captar la atención de estos alumnos. La propuesta es una clase de matemáticas donde el aprendizaje cooperativo propicie el ambiente de aprendizaje significativo a largo plazo estructurado lógicamente y organizado, además el proceso de enseñanza sea una situación educativa centrada en el alumno, donde se tome en cuenta sus distintos estilos de aprendizaje para fomentar la construcción del pensamiento crítico, al trabajar en equipos se promueva una participación activa y aprendan para enseñar a los demás y a ellos mismos, así poder por tanto construir comunidades de aprendizaje. “Por supuesto que la esencia original del planteamiento *de Vigotsky* está presente: la necesaria ayuda del otro para aprender, no de cualquier ayuda, sino de aquella que medie entre el sujeto que aprende y el contenido de enseñanza” (Ferreiro & Espino 2009, p.73)

ISSN 2448 – 7945

3. Metodología

Al desarrollar la clase de números complejos en matemáticas se inicia estructurándola para que los alumnos trabajen juntos, logrando una interdependencia positiva, con la organización de pequeños grupos, sí bien es un tema extenso el enfoque se da en las operaciones y leyes del álgebra de complejos. Trabajar la aplicación del saber es ayudar a los estudiantes de acuerdo con Parra y Sainz (2005) “Es principalmente a través de la resolución de una serie de problemas elegidos por el docente como el alumno construye su saber, en interacción con los otros alumnos” (p.58).

3.1 Los equipos de trabajo

El número de miembros del equipo debe pequeño para poder profundizar en el tema se sugiere que sean cuatro miembros, aunque existen diferentes formas para la formación de equipos la agrupación al azar es la mejor forma de conjuntar a los estudiantes para el trabajo colaborativo, según Garza y Leventhal (2000) “agrupe a sus alumnos mediante un método arbitrario (por ejemplo, en orden alfabético)” (p.114). Una opción para asignar los roles de cada miembro del equipo en nuestra situación didáctica es mediante propuestas y consenso de todos los alumnos, de acuerdo a Ferreiro y Espino(2009)“el papel: coordinador(dirige), verificador (registra), relator(controla),animador(promueve)”(p.143).Según Díaz (2006) “de ahí la importancia en esta aproximación de los procesos de andamiaje por parte del enseñante y los compañeros, la negociación mutua de significados y la construcción conjunta de saberes” (p.20). Cada miembro del equipo es responsable de aprender y ayudar a prender a sus compañeros. De acuerdo a Zarzar (2015) “Lo que hace poderoso al aprendizaje cooperativo es la interacción entre los estudiantes” (p.20).

3.1.2 El profesor como mediador

En el aula se requiere un cambio de enfoque del profesor de matemáticas en su enseñanza, debido a que él es una piedra angular en la mejora educativa, además debe evitar dar la clase de manera frontal tipo conferencia, Según Estévez (2002) “parece obvio, tiene consecuencias decisivas en la práctica y, en primer lugar, implica replantear la figura del profesor; no hay que concebirlo como mero ejecutor de planes y programas de estudio, sino como un profesional de la docencia” (p.19). El profesor prepara el material en secciones manejables y relevantes, proporciona el objetivo temático y la información en forma escrita del tema de números complejos con ejemplos puntuales de las leyes a estudiar y operaciones. Debe estar atento a que todos los miembros de los diferentes equipos funcionen en armonía, estableciendo reglas tales como respeto, no interrumpir cuando un miembro del equipo habla, no burlase de la participación de sus compañeros, además indicar cuando un equipo ya termino la tarea asignada, controlar el tiempo para la actividad. Debe explorar y respaldar las iniciativas de sus estudiantes.

3.1.3 El material

ISSN 2448 – 7945

Estimados alumnos se pide leer cuidadosamente la siguiente información de la unidad de estudio números complejos (C).

En esta clase estudiaremos que existen ecuaciones cuadráticas como $x^2+1=0$; que no tienen solución en los números reales, sin embargo, introduciendo los números complejos todas las ecuaciones cuadráticas tienen solución. La línea de tiempo nos dice según Barnett et al. (2000), “Descartes de Francia introdujo los términos *real e imaginario;* Euler de Suiza usó i para $\sqrt{-1}$; Gauss de Alemania introdujo el término número complejo” (p.48). Su definición es según Sydsaeter et al. (2012) “el sistema de los números complejos es el conjunto de todos los símbolos de la forma a + b i, donde a y b son números reales”. (p.737).

Operaciones de números complejos

Ecuación 1 $(a+bi)+(c+di)=(a+c)+(b+d)i$

Ecuación 2 $(a+bi)-(c+di)=(a-c)+(b-d)i$

Ecuación 3 $(a+bi)\ (c+di)=(ac-bd)+(ad+bc)i$

Ejemplo: Sean Z_1= 2+3i Z_2= 1+2i Z_3= 4+5i encontrar Z_{1+} Z_2; (Z_1) (Z_3) ;(Z_{1+} Z_2) Z_3

Ecuación 4 $(z_1+z_2\ )=(2+3i)+(1+2i)=3+5i$

Ecuación 5 $(z_1)(z_3)=(2+3i)(4+5i)$

$(8\ +10i+12i+15i^2\ )=8+22i+15(-1)=-7+22i$

Ecuación 6 $(z_1+z_2)(z_3)=(3+5i)(4+5i)=-13+35i$

Leyes del algebra compleja

Sea que Z_1, Z_2 y $Z_3 \in$ C, entonces

“Ley de la cerradura Z_{1+} $Z_2 \in$ C y Z_1 $Z_2 \in$ C

Ley conmutativa de la suma:

Ecuación 7 $(z_1+z_2\ )=(z_2\ +z_1)$

Ley asociativa de la suma:

Ecuación 8 $z_1+(z_2+z_3)=(z_1+z_2)+z_3$

Ley asociativa de la multiplicación:

Ecuación 9 $z_1(z_2\ z_3)=(\ z_1\ z_2)z_3$” (León, 2011, p.58)

ISSN 2448 – 7945

Sean $Z_1 = 2+3i$ $Z_2= 1+2i$ $Z_3= 4+5i$ comprobar las leyes anteriores

Ley de cerradura: Ecuación 10 $(z_1 + z_2) = (2 + 3i) + (1 + 2i) = 3 + 5i$

Ley asociativa de la suma:

Ecuación 11 $z_1 + (z_2 + z_3) = (z_1 + z_2) + z_3$

$$(2 + 3i) + (1 + 2i + 4 + 5i) = (3 + 5i) + (4 + 5i)$$

$$7 + 10i = 7 + 10i$$

Ley conmutativa de la suma:

Ecuación 12 $(z_1 + z_2\ ) = (z_2\ + z_1)$

$$(2 + 3i) + (1 + 2i) = (1 + 2i) + (2 + 3i)$$

$$3 + 5i = 3 + 5i$$

Ley asociativa de la multiplicación:

Ecuación13 $z_1(z_2z_3) = (z_1z_2)z_3$

$$(2 + 3i)((1 + 2i)(4 + 5i)) = ((2 + 3i)(1 + 2i))(4 + 5i)$$

$$51 + 8i = 51 + 8i$$

3.1.3 La aplicación

Existen en la literatura diferentes estrategias del aprendizaje cooperativo, según Ferreiro y Espino (2009) “una de las más reconocidas entre otras es el Rompecabezas (Jigsaw II)” (p.149). La estrategia de aprendizaje cooperativo donde el alumno se vuelve agente activo de su aprendizaje y del grupo en la estrategia Jigsaw “cada pieza (estudiante) es esencial para la realización y comprensión de la tarea (producto), lo que provoca una gran implicación y mejores resultados globales. A su vez, favorece la interdependencia positiva, la interacción, la fluidez y la competencia social” (Google.com,2025, p.1).

Objetivo: al terminar la situación didáctica el alumno será capaz de resolver ejemplos de las leyes de cerradura, asociativa y conmutativa de la suma, asociativa de la multiplicación de los números complejos.

Actividad:

ISSN 2448 – 7945

En clase el profesor forma los equipos, da instrucciones, proporciona el material, indica la tarea a realizar para presentar en la plenaria y el tiempo que tienen para la situación didáctica, cuando los equipos trabajan el profesor se pasa por salón supervisando el trabajo y califica mediante rubrica sobre la cooperación de los alumnos en su equipo, evalúa y promueve una autoevaluación, por último, realiza el juego de construyendo la torre del castillo para motivar y para asegurar la asimilación del tema.

Se forman los equipos de cuatro miembros al azar (se les pide que busquen un nombre o dibujo que los represente) y se distribuyen en el salón de clases**.**

1. En cada equipo por consenso se designan los roles de coordinador, verificador, relator, animador.
2. A continuación, en cada equipo los estudiantes, reciben, se reparten el material del tema los números complejos, proporcionado por el profesor y que preparó con antelación.
3. En base a la información en cada equipo se lee, procesa, sintetiza, toma notas, discute el tema de números complejos y se enseña a sus compañeros.
4. Cada equipo prepara una presentación (así cada estudiante se convierte en un maestro experto) como evidencia del aprendizaje (con los elementos mínimos como título, texto, nombre del equipo, fecha) de lo aprendido para todos los demás equipos de la clase.
5. Se realiza una sesión plenaria donde se propicia la comunicación y el diálogo.
6. Retroalimentación mediante la discusión de lo que se aprendió (sobre logros, deficiencias y oportunidades de mejora)
7. Se realiza una autoevaluación (reflexión sobre su propio aprendizaje,50%)
8. Se realiza evaluación grupal (presentación del trabajo en equipo,50%)
9. Por último, para trasformar la dinámica del aula y mejorar la experiencia de aprendizaje, se realiza el juego:

   Los números complejos “Construyendo la torre del castillo"

   - El profesor elabora tarjetas con problemas de suma, resta, multiplicación y leyes del álgebra compleja (una operación por tarjeta) y las distribuye a cada equipo.
   - Los estudiantes en sus respectivos equipos trabajan para resolver una tarjeta a la vez.
   - Cada vez que resuelven una operación correctamente, reciben una pieza de la torre del castillo (bloques).
   - El equipo que construya la torre del castillo más alta, al final del tiempo gana un reconocimiento por parte del profesor.

4. Resultados

El trabajo en equipo fomenta la interacción, el pensamiento crítico, el respeto hacia sus compañeros, mientras los estudiantes consolidan su comprensión de las operaciones y las leyes de cerradura, asociativa y conmutativa de la suma además asociativa de la multiplicación de números complejos.

5. Conclusiones

El aprendizaje cooperativo es viable de utilizar en la unidad temática de números complejos, en la propuesta se trabajan operaciones de suma, resta y multiplicación ,se demuestran algunas de las leyes del álgebra de complejos, como el tema es extenso también en la propuesta se pueden tratar los temas de números complejos en forma polar y Euler, además de cálculo de raíces de los mismos números, debido a que se logra vincular los saberes previos con los conocimientos nuevos, el sentido de pertenecía, ser solidarios, la consolidación del conocimiento y la motivación o interés del alumno para un aprendizaje significativo a largo plazo.

6. Referencias

- Amaya, J., & Prado, E. (2007). *Estrategias de aprendizaje para universitarios un enfoque constructivista.* México: Trillas.
- Barnett,R.A., Ziegler,M.R., & Byleen, K.E. (2000). *Precálculo funciones y gráficas*. México: Mc Graw-hill /internacional editores, 4^0 edición.
- Bruner, J. (1988). *Desarrollo cognitivo y educación, selección de textos por Jesús Palacios.* España: Morata,5^0 edición (2004).
- Díaz Barriga, F., (2006). *Enseñanza situada: vínculo entre la escuela y la vida.* México: Mc Graw-hill interamericana.
- Estévez, E. (2002). *Enseñar a aprender estrategias cognitivas.* México: Editorial Paidós Mexicana, Reimpresión (2005).
- Ferreiro, R. &, Espino, M. (2009). *El ABC del Aprendizaje cooperativo, trabajo en equipo para aprender y enseñar.* México: Editorial Trillas, 2ª edición, (reimpresión 2013).
- Garza, R., & Leventthal, S. (2000). *Aprender cómo aprender.* México: Editorial Trillas.
- León, J. (2011). *Álgebra*. México: Editorial Patria. Primera edición.
- Parra, C., & Saiz, I. (2005). *Didáctica de las Matemáticas, aportes y reflexiones.* Buenos Aires: Paidós (educador), 10ª reimpresión.
- Sydsaeter, K., Hammond, P., & Carbajal, A., (2012). *Matemáticas para el análisis económico*. 2ª edición. España: Pearson Educación.
- Zarzar, C. (2015). *Planeación didáctica por competencias*. México: Editorial Patria. 1ª edición.
- Google.com.Morales,J. (2017).*Mejor lo repartimos y aprendemos juntos : El métodoJigsaw,* recuperado 25 febrero 2025 https://core.ac.uk/download/pdf/235856704.pdf
- Open AI. (2025). Johnson, D. W., Johnson, R. T., & Holubec, E. J. (1994). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Asociación para la Supervisión y el Desarrollo Curricular. Recuperado 25 febrero 2025. *ChatGPT* https://chat.openai.com/

PAPIME 103424: INTELIGENCIA ARTIFICIAL Y TEORÍA ELECTROMAGNÉTICA

Guzmán Tinajero Pedro[1 *], Castro Fuentes Aide[2], Yañez Hernández Adriana [3], Osorio Galicia Ramón[4], Hernández Gómez Víctor Hugo [5]
[1,2,3,4,5]*Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. Carretera Cuautitlán-Teoloyucan Km 2.5 San Sebastian Xhala, Estado de México.*

EN-POSM032

Resumen

En este trabajo se presentarán algunos de los resultados del proyecto PAPIME PE103424: Elaboración de material didáctico para la asignatura de Teoría Electromagnética. Para ello, se incluirá un breve resumen sobre la inteligencia artificial generativa y su aplicación en la elaboración de las prácticas de laboratorio para dicha asignatura. Se analizarán los resultados obtenidos hasta el momento y se establecerán los posibles alcances futuros de esta herramienta, concluyendo con las consideraciones pertinentes.

Palabras clave: *Inteligencia, Artificial, Maxwell, Electromagnetismo, Laboratorio, PAPIME.*

1. Introducción

Según OpenAI. (2025), el concepto de Inteligencia Artificial (IA) se remonta a la década de 1950, cuando Alan Turing propuso la idea de que las máquinas podían simular cualquier aspecto de la inteligencia humana. Por otra parte, la inteligencia artificial generativa (IAG), un subcampo de la IA, ha experimentado un notable desarrollo a lo largo de los años, revolucionando la forma en que interactuamos con la tecnología. Este campo se centra en la capacidad de las máquinas para generar contenido nuevo, como texto, imágenes y música, a partir de patrones y datos existentes.

De acuerdo a Microsoft. (2025), fue en la década de 1960 cuando se realizaron los primeros avances significativos en la inteligencia artificial generativa. En 1966, Joseph Weizenbaum desarrolló ELIZA, un programa de procesamiento de lenguaje natural que simulaba una conversación con un psicoterapeuta. Aunque ELIZA no era un sistema generativo en el sentido moderno, sentó las bases para el desarrollo de modelos posteriores en el campo del procesamiento de lenguaje natural.

1[*] *Autor para la correspondencia. E-mail: pgconacyt@gmail.com Tel. 56231887*

Ambas fuentes coinciden en que el verdadero auge de la inteligencia artificial generativa se produjo en la década de 2010 con la introducción de los Modelos Generativos Adversariales (GAN) por Ian Goodfellow en 2014. Estos modelos utilizan dos redes neuronales: un generador, que crea contenido, y un discriminador, que evalúa la autenticidad del contenido generado. Otro avance importante fue el desarrollo de modelos de lenguaje de gran escala, como GPT-3, desarrollado por OpenAI en 2020.

En 2025, se espera que varios modelos y empresas de inteligencia artificial generativa sean clave en el panorama tecnológico. OpenAI continuará desarrollando modelos de lenguaje avanzados, como GPT-5, con mejoras en generación de texto, traducción y comprensión del lenguaje natural. Además, las empresas como Google y Meta están invirtiendo en modelos multimodales, capaces de generar y comprender texto, imágenes, audio y video, fundamentales para experiencias inmersivas. Las plataformas de IA generativa como servicio (GenAIaaS) de Microsoft Azure, Amazon Web Services y Google Cloud facilitarán el acceso a estos modelos para diversas aplicaciones.

Por otro lado, China ha emergido como un competidor importante, con empresas como Baidu, que ha desarrollado el modelo ERNIE; Alibaba, que ofrece soluciones de IA generativa en la nube; Tencent, con inversiones en juegos y entretenimiento; Huawei, que integra IA generativa en productos como teléfonos y servicios en la nube; y ByteDance, que aplica esta tecnología en la creación de contenido para TikTok.

Ante esta cantidad de desarrollos tecnológicos, la educación superior debe adaptarse para formar profesionistas con una visión más clara del alcance de las nuevas tecnologías. Por ello, la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) se está preparando para competir de manera clara y asertiva frente a los retos futuros. Cabe mencionar que muchos alumnos ya cuentan con acceso a la inteligencia artificial desde sus dispositivos personales.

Por ejemplo, En la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán (FESC), perteneciente a la UNAM, la inteligencia artificial es una herramienta que los estudiantes de ingeniería utilizan cotidianamente ya sea para resolver tareas, generar textos o imágenes, e incluso desarrollar códigos capaces de mover equipos y máquinas a distancia.

La UNAM ha respondido a los retos actuales, mostrado un continuo interés en el desarrollo de programas de apoyo a la docencia, entre los cuales destaca el Programa de Apoyo a Proyectos para la Innovación y Mejoramiento de la Enseñanza (PAPIME), impulsado por la Dirección General de Asuntos del Personal Académico (DGAPA).

ISSN 2448 – 7945

Como indica la DGAPA (2025), el principal propósito del PAPIME es promover la innovación educativa a través de la creación de materiales didácticos, la integración de tecnologías en el proceso de enseñanza-aprendizaje, la actualización de planes de estudio y la capacitación del profesorado.

En este tenor, la planta académica de la FESC se ha comprometido a participar para alcanzar las metas institucionales; por mencionar un ejemplo, el Claustro de profesores de Teoría Electromagnética, perteneciente al Departamento de Física. Este claustro ha utilizado la IA en sus trabajos de desarrollo.

En el presente artículo se han considerado algunos de los resultados obtenidos por los participantes académicos del PAPIME 103424, titulado: "Elaboración de material didáctico para la asignatura de Teoría Electromagnética". En este caso, abordamos cómo el uso de la IA ha beneficiado el aprendizaje de nuestros alumnos.

2. Metodología o desarrollo

2.1 La Teoría Electromagnética

La Teoría Electromagnética constituye un pilar fundamental de la física, ya que se encarga del estudio de la interacción entre las partículas cargadas y los campos eléctricos y magnéticos. Su desarrollo permitió unificar los fenómenos eléctricos y magnéticos dentro de un marco teórico coherente. Los fundamentos experimentales de esta teoría fueron establecidos por Michael Faraday a través de sus investigaciones sobre la inducción electromagnética. Posteriormente, en 1865, James Clerk Maxwell formalizó su descripción mediante un conjunto de ecuaciones matemáticas que rigen estos fenómenos.

Las ecuaciones de Maxwell establecen la relación entre los campos eléctricos y magnéticos con sus respectivas fuentes materiales, como el potencial eléctrico, las corrientes eléctricas y la densidad de carga. Estas ecuaciones también permitieron formular el concepto de energía electromagnética, una noción innovadora para su época. Además, Maxwell integró la óptica dentro del marco del electromagnetismo al demostrar que la luz es una onda electromagnética, consolidando así la conexión entre ambos campos, lo que se refleja de forma significativa en la ingeniería moderna.

De acuerdo con Guzmán Tinajero et al. (2024), las ecuaciones de Maxwell pueden ser sintetizadas en cuatro ecuaciones integrales y cuatro ecuaciones diferenciales. Estas ecuaciones describen la interrelación de los campos eléctricos y magnéticos, como se muestra en la Tabla 1.

ISSN 2448 – 7945

Tabla 1. Ecuaciones de Maxwell

Ecuación	Forma Integral	Forma Diferencial
I	$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint \left[\vec{J} + \frac{\partial}{\partial t}\varepsilon\vec{E}\right] dS$	$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial}{\partial t}\varepsilon\vec{E}$
II	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\iint \vec{B} \cdot d\vec{s}$	$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \mu\vec{H}}{\partial t}$
III	$\varphi_E = \oiint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\varepsilon_0}$	$\vec{\nabla} \cdot \varepsilon\vec{E} = \rho_v$
IV	$\varphi_B = \oiint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$	$\vec{\nabla} \cdot \mu\vec{H} = 0$

Fuente: Guzmán Tinajero et al (2024).

Por todo lo anterior, la enseñanza de la teoría electromagnética debe actualizarse, incorporando herramientas como la inteligencia artificial para reforzar el conocimiento. Aunque las ecuaciones establecidas por Maxwell siguen vigentes, hoy existen más recursos que pueden hacerlas más accesibles para los estudiantes, como la creación de imágenes o videos, por mencionar algunos ejemplos.

2.2 La parte experimental

El claustro de Teoría Electromagnética trabaja de manera constante en la actualización de prácticas de laboratorio, apuntes y experimentos en general, además de impartir cursos y fomentar ideas que fortalezcan la transmisión del conocimiento relacionado con el electromagnetismo.

En nuestra experiencia, las ecuaciones de Maxwell pueden parecer, en un primer acercamiento, abrumadoras debido a sus componentes matemáticos. Sin embargo, el claustro de Teoría Electromagnética, apoyándose en herramientas de inteligencia artificial, ha desarrollado material académico que ha permitido a los alumnos comprender el electromagnetismo de una manera más accesible.

Como ejemplo, para complementar los temas de potencia electromagnética y modulación, los autores utilizaron inteligencia artificial para generar imágenes que ilustran los fundamentos teóricos, con el objetivo de favorecer una mejor comprensión del contenido (Departamento de Física, 2025). Además, se generaron varias imágenes sin derechos de autor para ilustrar ocho prácticas adicionales de laboratorio, complementarias al programa de la asignatura, que contribuyeron a fortalecer el aprendizaje de los estudiantes.

Con el apoyo del proyecto PAPIME PE103424, se logró contar con material y equipo que permitieron el uso de herramientas de IA generativa, como la creación de videos,

ISSN 2448 – 7945

la generación de voces y los editores de video. De esta manera, se elaboró un video en YouTube para explicar de forma sencilla la Ley de Coulomb (ver Figura 1).

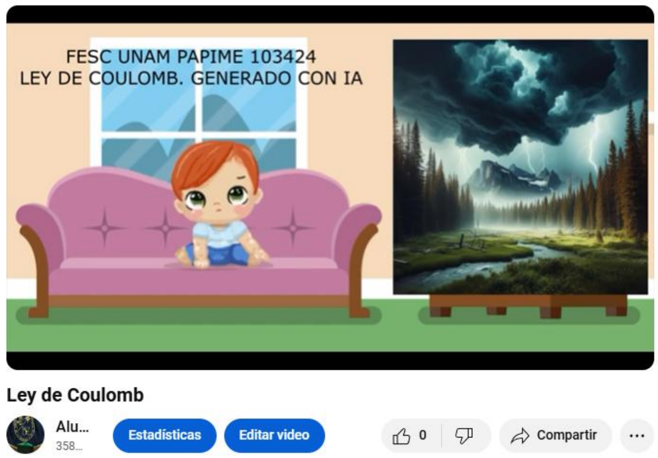


Figura 1. Ley de Coulomb.
Fuente: Alumnos del Doctor Pedro. (2025).

Para medir el impacto directo del trabajo colegiado con los alumnos, se decidió considerar dos grupos de laboratorio de Teoría Electromagnética. En estos grupos se evaluó el tema de Carga Eléctrica y las Leyes de Gauss. Uno de ellos se denominó grupo experimental, en el que se proporcionó el material trabajado y, posteriormente, se evaluó con un cuestionario de 5 preguntas sobre los temas desarrollados. El otro grupo se consideró grupo de control, en el que se proporcionó el material convencional y se evaluó con el mismo cuestionario.

3. Resultados

Una vez que se aplicaron los cuestionarios respectivos, se calificaron los resultados y se vaciaron en una tabla, calculando la calificación promedio de cada grupo. Estos resultados se pueden observar en la Tabla 2.

Tabla 2. Resultados

Alumno	Calificación Grupo experimental	Calificación Grupo de Control
Alumno 1	4	3
Alumno 2	5	3
Alumno 3	5	4
Alumno 4	4	4
Alumno 5	4	3
Promedio	**4.4**	**3.4**

Fuente: Propia.

ISSN 2448 – 7945

4. Discusión

Los resultados obtenidos evidencian que la integración de la inteligencia artificial en el proceso de enseñanza-aprendizaje favorece la comprensión de la Teoría Electromagnética. La utilización de IA generativa en la creación de videos explicativos y material visual ha demostrado ser una estrategia efectiva para abordar contenidos complejos, permitiendo que los estudiantes accedan a explicaciones dinámicas y adaptadas a diferentes estilos de aprendizaje.

Así mismo, la implementación de prácticas de laboratorio respaldadas por la IA refuerza el aprendizaje experiencial, facilitando la conexión entre la teoría y la experimentación. La inclusión de imágenes generadas por IA, sin problemas de derechos de autor, puede mejorar significativamente la retención de información y la comprensión conceptual.

No obstante, es importante considerar que el uso de IA en la educación requiere una capacitación adecuada del profesorado para maximizar su potencial. La experiencia del claustro de Teoría Electromagnética en la FESC demuestra la viabilidad de este enfoque, pero también subraya la necesidad de un acompañamiento pedagógico que garantice su aplicación efectiva en el aula.

5. Conclusiones

El proyecto PAPIME PE103424 ha demostrado un impacto positivo del uso de IA en la Carrera de ITSE de la FES Cuautitlán de la UNAM. La incorporación de la inteligencia artificial generativa en la enseñanza de la Teoría Electromagnética ha representado un avance significativo en la mejora de los materiales didácticos y en el fortalecimiento del aprendizaje de los estudiantes.

La creación de recursos audiovisuales con IA ha permitido explicar conceptos complejos de manera accesible, mientras que la integración de imágenes generadas por IA en prácticas de laboratorio ha favorecido la comprensión teórica y experimental, aprovechando la ventaja de no afectar los derechos de autor.

Finalmente, los resultados obtenidos sugieren que la inteligencia artificial puede convertirse en un recurso esencial para la enseñanza de la ingeniería y otras disciplinas científicas. Se recomienda continuar con la exploración de nuevas aplicaciones de IA en el ámbito educativo y evaluar su impacto a largo plazo en el desarrollo de competencias académicas y profesionales.

Agradecimientos

El primer autor agradece el apoyo del Programa UNAM-DGAPA-PAPIME PE103424.

ISSN 2448 – 7945

6. Referencias

OpenAI. (2025). Respuesta generada por inteligencia artificial sobre la historia de la inteligencia artificial generativa [ChatGPT]. https://chat.openai.com/

Microsoft. (2025). Respuesta generada por inteligencia artificial sobre la historia de la inteligencia artificial generativa [Copilot]. https://copilot.microsoft.com

Departamento de Física. (2025). Prácticas de laboratorio de teoría electromagnética. Universidad Nacional Autónoma de México. https://drive.google.com/drive/folders/175l6UfLjEWTkH8PHOsv2vF8ZzLLckFUY

DGAPA. (2025). PAPIME. Universidad Nacional Autónoma de México. https://dgapa.unam.mx/index.php/fortalecimiento-a-la-docencia/papime

Guzmán Tinajero, P., Castro Fuentes, A., Urrutia Vargas, C. E., & Hernández Gómez, V. H. (2024). Ecuaciones diferenciales de Maxwell en el desarrollo de prototipos de ingeniería. En Memorias del Congreso Internacional sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas. Universidad Nacional Autónoma de México.

Alumnos del Doctor Pedro. (2025). Ley de Coulomb [Video]. YouTube. https://youtu.be/Qw4MtMxiCEM

ISSN 2448 – 7945

PAPIME 103424: ANÁLISIS DEL OPERADOR NABLA EN LA TEORÍA ELECTROMAGNÉTICA

Guzmán Tinajero Pedro[1 *], Castro Fuentes Aide[2], Urrutia Vargas Celina Elena[3] y Yáñez Hernández Adriana[4]

[1,2,3,4] *Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. Carretera Cuautitlán-Teoloyucan Km 2.5 San Sebastián Xhala, Estado de México.*

AP-POSM035

Resumen

En este trabajo mostraremos algunos de los resultados del PAPIME 103424: Elaboración de material didáctico para la asignatura de teoría electromagnética, en este caso presentamos un estudio del operador nabla y su impacto en las 4 ecuaciones de maxwell, adicional a ello mostraremos un experimento que complementa la parte teórica. Estableceremos resultados y conclusiones.

Palabras clave: *Nabla, Maxwell, Electromagnética, Diferencial.*

1. Introducción

Según ChatGPT (2025), En 1837, William Rowan Hamilton introdujo el concepto de operador diferencial nabla (∇), aunque algunas otras fuentes señalan que en realidad Hamilton trabajó con cuaterniones (que es una extensión de los números reales al añadir tres términos imaginarios). Sin embargo, el hecho de considerar ecuaciones diferenciales en su tratado, abrió la posibilidad del uso de un operador diferencial.

De acuerdo a Meta AI (2025), El nombre del símbolo ∇ proviene de la palabra griega nablá, equivalente a la palabra hebrea arpa, instrumento musical que tiene una forma similar al símbolo. Se dice que Hamilton lo eligió por considerarlo un símbolo elegante y memorable y lo aplicó en el gradiente de una función en su trabajo sobre la óptica.

Consultando a Perplexity (2025), quién popularizó el término Nabla fue el físico matemático de origen escocés Peter Guthrie Tait en la década de 1890, aunque sus trabajos también versaban sobre los cuaterniones, utilizaba este término en sus diferentes trabajos continuando la investigación de Hamilton.

[1 *] *Autor para la correspondencia. E-mail: pgconacyt@gmail.com Tel. 56231887*

Maxwell formuló sus ecuaciones del electromagnetismo en la década de 1860, por ello, su expresión original no usaba la notación moderna del operador nabla. En su lugar, Maxwell trabajaba con ecuaciones en términos de coordenadas cartesianas. En la década de 1890, el físico matemático e ingeniero inglés Oliver Heaviside simplificó y reformuló las ecuaciones de Maxwell en su forma moderna usando la notación vectorial con el operador nabla como se conocen actualmente.

De manera general y en términos cartesianos, el operador Nabla se puede escribir como se muestra en la ecuación 1.

Ecuación 1. $$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\hat{\imath} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{\jmath} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}$$

Por sus características diferenciales y su composición vectorial, el operador Nabla puede funcionar tanto con valores escalares como con valores vectoriales, por ello lo podemos encontrar en gradientes, divergencias, rotacionales e incluso Laplacianos. Esta versatilidad permite analizar elementos básicos en el electromagnetismo como: la carga eléctrica, el voltaje, la intensidad de corriente, el campo eléctrico y el campo magnético entre otros.

En la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), existe el interés de desarrollar programas de apoyo a la docencia, tal es el caso del Programa de Apoyo a Proyectos para la Innovación y Mejoramiento de la Enseñanza (PAPIME) este programa es una iniciativa de la Dirección General de Asuntos del Personal Académico (DGAPA).

El objetivo principal del programa PAPIME es fomentar la innovación educativa mediante el desarrollo de materiales didácticos, la incorporación de tecnologías en el aprendizaje, la actualización de planes de estudio y la capacitación docente. Está dirigido a profesores de la UNAM que busquen fortalecer la calidad educativa en sus áreas de conocimiento. DGAPA (2025)

Para el caso de este artículo se han tomado algunos de los resultados obtenidos por académicos y académicas, apoyados del programa PAPIME 103424 que lleva por nombre: Elaboración de material didáctico para la asignatura de Teoría Electromagnética.

ISSN 2448 – 7945

2. Metodología o desarrollo

2.1 La Teoría Electromagnética

La teoría electromagnética es una rama fundamental de la física que estudia la interacción entre las partículas cargadas y los campos eléctricos y magnéticos. Esta teoría unifica los fenómenos eléctricos y magnéticos en una sola descripción coherente. Michael Faraday sentó las bases de la teoría mediante sus experimentos sobre inducción electromagnética, mientras que James Clerk Maxwell, en 1865, formuló matemáticamente su descripción completa.

2.1.1 Ecuaciones de Maxwell y operador Nabla

Las ecuaciones de Maxwell relacionan los campos eléctricos y magnéticos con sus fuentes materiales, como las cargas eléctricas, las corrientes y los voltajes. Estas ecuaciones permitieron introducir el concepto —innovador para su época— de energía eléctrica alterna como un campo físico, y además facilitaron la unificación de la óptica con el electromagnetismo al demostrar que la luz es una onda electromagnética. Evidentemente complementadas por la gran aportación de Maxwell: La corriente de desplazamiento $\vec{J}$, sin la cual no se podrían entender las telecomunicaciones actuales.

2.1.2 Ecuaciones de Maxwell en forma integral y diferencial

De acuerdo con Guzmán Tinajero et al (2024 a), las ecuaciones de Faraday-Lenz, la Ley de Ampère y por supuesto las ecuaciones de Gauss, son tratadas por Maxwell para formar una colección de ecuaciones que definen el electromagnetismo, como se indicó anteriormente el físico matemático e ingeniero inglés Oliver Heaviside simplificó y reformuló las ecuaciones de Maxwell en su forma moderna usando la notación vectorial con el operador nabla como se conocen actualmente, considerando las notaciones integral y diferencial podríamos resumir las ecuaciones como se muestra en la tabla 1.

Tabla 1. Ecuaciones de Maxwell.

Ecuación	Forma Integral	Forma Diferencial
I	$\oint \vec{H}\cdot d\vec{l} = \iint \left[\vec{J} + \frac{\partial}{\partial t}\varepsilon\vec{E}\right] dS$	$\vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial}{\partial t}\varepsilon\vec{E}$
II	$\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\iint \vec{B}\cdot d\vec{s}$	$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\mu\vec{H}}{\partial t}$
III	$\varphi_E = \oiint \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{q}{\varepsilon_0}$	$\vec{\nabla}\cdot\varepsilon\vec{E} = \rho_v$
IV	$\varphi_B = \oiint \vec{B}\cdot d\vec{s} = 0$	$\vec{\nabla}\cdot\mu\vec{H} = 0$

Fuente: Guzmán Tinajero et al (2024a).

Considerando la experiencia de los autores, las ecuaciones de Maxwell resultan más sencillas de comprender para nuestros alumnos y alumnas cuando se presentan en su formato diferencial, debido a la facilidad de aplicar matemáticamente el operador Nabla, encontrando en el rotacional y la divergencia poderosos aliados para la impartición de la docencia. Históricamente, la operación integral les resulta más complicada de entender.

2.2 La parte experimental

Una vez que se trabajaron en clase las ecuaciones de Maxwell, fue necesario llevar la teoría a la práctica. Por ello, se diseñaron diversas prácticas de laboratorio que complementaron la explicación de dichas ecuaciones. Un ejemplo de ello es la práctica sobre la Ley de Gauss, la cual, después de un largo proceso de revisión, fue incorporada al Repositorio Universitario de la FES Cuautitlán. Ver Figura 1.

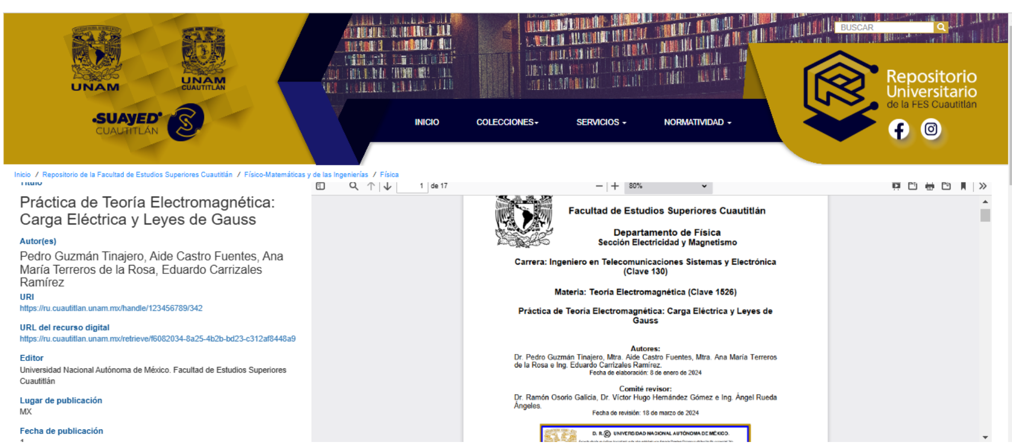


Figura 1. Experimento de la Ley de Gauss.
Fuente: Repositorio Universitario de la FES Cuautitlán.

Memorias del Congreso Internacional sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán
8 y 9 de mayo del 2025, Cuautitlán Estado de México
ISSN 2448 – 7945

Particularmente, para la aplicación y explicación del operador Nabla, se optó por utilizar algunos experimentos incluidos en la práctica 2, titulada “Ley de Faraday-Lenz y Ley de Ampère”. En dicha práctica se llevaron a cabo dos experimentos en los que se aplicaron definiciones vectoriales como la divergencia y el rotacional del campo magnético, lo cual generó una respuesta positiva por parte de los alumnos, al favorecer una mejor comprensión de los conceptos. Véanse las Figuras 2 y 3.

Figura 2. Experimento con la divergencia de Campo Magnético.
Fuente: Propia.

Figura 3. Experimento con el rotacional de Campo Magnético.
Fuente: Propia.

ISSN 2448 – 7945

Para medir el impacto directo del trabajo colegiado con los alumnos, se decidió trabajar con dos grupos de laboratorio de la asignatura de Teoría Electromagnética. En estos grupos se evaluaron las definiciones de la divergencia y el rotacional en el contexto de las ecuaciones de Maxwell. Uno de ellos se denominó grupo experimental, al que se le proporcionó material didáctico basado en la formulación diferencial reforzado por el video de la parte experimental, y posteriormente se le aplicó un cuestionario de cinco preguntas sobre los temas desarrollados. El otro grupo se consideró grupo de control, al que se le proporcionó el material convencional en su forma integral y fue evaluado con el mismo instrumento.

3. Resultados

La implementación del operador Nabla en la enseñanza de la teoría electromagnética mostró una mejora significativa en la comprensión de los estudiantes respecto a las ecuaciones de Maxwell. Una vez aplicados los cuestionarios correspondientes, se calificaron los resultados y se registraron en una tabla, calculando la calificación promedio de cada grupo. Estos resultados se presentan en la Tabla 2.

Tabla 2. Resultados.

Alumno	Calificación Grupo experimental	Calificación Grupo de Control
Alumno 1	4	3
Alumno 2	4	3
Alumno 3	4	4
Alumno 4	4	5
Alumno 5	5	3
Promedio	**4.2**	**3.6**

Fuente: Propia.

3.1 Impacto del laboratorio experimental

Las prácticas de laboratorio diseñadas bajo el proyecto PAPIME 103424 complementaron la enseñanza teórica. Se observó que los estudiantes que participaron en las prácticas con el enfoque diferencial lograron establecer una conexión más clara entre las ecuaciones de Maxwell y los fenómenos físicos observados.

4. Discusión

El uso del operador nabla en la enseñanza de la teoría electromagnética ha demostrado ser una estrategia eficaz para mejorar la comprensión conceptual y la aplicación de las ecuaciones de Maxwell. La principal ventaja de la notación diferencial radica en su capacidad para simplificar el análisis de los campos eléctricos y magnéticos sin necesidad de cálculos extensivos de integrales de superficie o de línea.

El análisis de los resultados sugiere que la enseñanza con un enfoque diferencial, apoyado en el operador nabla, favorece la intuición matemática de los estudiantes. Además, el hecho de vincular el formalismo matemático con experimentos de laboratorio refuerza la asimilación del concepto de campo electromagnético y sus variaciones temporales.

5. Conclusiones

Los resultados obtenidos en este estudio evidencian que el uso del operador nabla como herramienta didáctica mejora notablemente la comprensión de la teoría electromagnética en los estudiantes.

La implementación del material didáctico desarrollado en el marco del proyecto PAPIME 103424 ha permitido:

• Facilitar la transición entre la teoría y la práctica mediante la realización de experimentos complementarios.

• Fomentar un mejor entendimiento de las ecuaciones de Maxwell en su formulación diferencial, proporcionando una visión más clara del comportamiento de los campos eléctricos y magnéticos.

Agradecimientos

El primer autor agradece el apoyo del Programa UNAM-DGAPA-PAPIME PE103424.

6. Referencias

ChatGPT. (2025). Respuesta generada por inteligencia artificial sobre la historia del operador nabla. OpenAI. Recuperado de https://chat.openai.com/

DGAPA. (2025). PAPIME. UNAM. Recuperado de https://dgapa.unam.mx/index.php/fortalecimiento-a-la-docencia/papime

Guzmán Tinajero, P., Castro Fuentes, A., Urrutia Vargas, C. E., & Hernández Gómez, V. H. (2024a). Ecuaciones diferenciales de Maxwell en el desarrollo de prototipos de ingeniería. En Memorias del Congreso Internacional sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas. Universidad Nacional Autónoma de México.

Guzmán Tinajero, P., Castro Fuentes, A., Terreros de la Rosa, A. M., & Carrizales Ramírez, E. (2024b). Práctica de teoría electromagnética: Carga eléctrica y leyes de Gauss. Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, Universidad Nacional Autónoma de México. Recuperado de https://ru.cuautitlan.unam.mx/retrieve/f6082034-8a25-4b2b-bd23-c312af8448a9

Meta AI. (2025). Historia del operador Nabla. Meta AI. (Enlace no disponible)

Perplexity. (2025). Historia del operador nabla y su relación con las ecuaciones de Maxwell. Recuperado de https://www.perplexity.ai

EVALUACIÓN EN LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICAS FINANCIERAS UTILIZANDO EL NAVEGADOR SEGURO DE EXÁMENES EN MOODLE

Roldán Vázquez Valentín[1, *] , Sánchez Nava Hugo[2], García Ruiz Juan José[3]
[1,2,3] *Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, UNAM, Carretera Cuautitlán-Teoloyucan, Km. 2.5 Xhala, C.P. 54714, Cuautitlán Izcalli, México.*

EA-POSM036

Resumen

Este trabajo presenta el uso del Navegador Seguro de Exámenes, (Safe Exam Browser "SEB") para evaluar en la asignatura de Matemáticas Financieras que se imparte en las Licenciaturas de Contaduría (Universidad Nacional Autónoma de México [UNAM], Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán [FESC], Contaduría, 2007) y Administración (UNAM, FESC, Administración, 2007), en la FES Cuautitlán Las matemáticas financieras son fundamentales para que los alumnos adquieran competencias en la creación de modelos financieros y en la solución de problemas de la vida diaria. La evaluación en esta área mide la habilidad de un estudiante para entender y utilizar principios financieros.
El estudio se desarrolló usando una metodología que inicia con la planificación y configuración del examen en Moodle, definiendo restricciones y capacitando a los estudiantes. Se habilitó SEB en Moodle desde el módulo de cuestionarios y se generó el archivo de configuración que restringe accesos no deseados y permitiendo únicamente la URL de Moodle. Esta metodología permitió asegurar un entorno seguro y confiable para evaluaciones en línea, disminuyendo significativamente el riesgo de fraude y aumentando la validez de los resultados. La combinación de SEB con Moodle asegura que los estudiantes se mantengan dentro del marco definido de evaluación (Safe Exam Browser [SEB], 2023). Es crucial capacitar a los usuarios y realizar pruebas previas para minimizar incidencias. Los criterios de evaluación abarcan la comprensión de las nociones de interés, la aplicación de fórmulas, así como el análisis de transacciones financieras. El uso adecuado del Navegador Seguro logró evaluaciones más precisas en matemáticas financieras.

***Palabras clave**: Moodle, SEB, evaluación, matemáticas, financieras, honestidad.*

1. Introducción

Las matemáticas financieras desempeñan un papel fundamental en la formación de estudiantes de Contaduría y Administración, ya que permiten el desarrollo de competencias esenciales en la modelación financiera y la toma de decisiones económicas. La evaluación de esta asignatura requiere un enfoque riguroso que garantice la correcta aplicación de principios financieros y la resolución de problemas reales. En este contexto, el uso del Navegador Seguro de Exámenes (SEB) integrado en Moodle permite crear un ambiente controlado para la aplicación de exámenes en línea, reduciendo el riesgo de deshonestidad académica y asegurando la validez de los resultados.

[1] * *Autor para la correspondencia. E-mail: valrolvaz@gmail.com Tel. 55-41-44-45-25*

Safe Exam Browser es una herramienta de código abierto que convierte cualquier computadora en una estación de trabajo segura, controlando el acceso a recursos como funciones del sistema, otros sitios *web* y aplicaciones, y previniendo el uso de recursos no autorizados durante un examen (*Safe Exam Browser* [SEB], 2023). Por otra parte, Moodle, es una plataforma educativa ampliamente utilizada que permite la integración de SEB para crear entornos de evaluación controlados. (Moodle Docs, 2023). Este artículo explora la configuración y aplicación de SEB en la evaluación de matemáticas financieras, resaltando su impacto en la integridad académica y la mejora del proceso evaluativo.

2. Metodología o desarrollo

Debido a que el *Safe Exam Browser* (SEB), está perfectamente integrado con Moodle, es probablemente el preferido del maestro, ya que se puede crear fácilmente una prueba controlada. Al pedir a los estudiantes que descarguen e instalaran las aplicaciones SEB anteriores, esta integración aumenta la seguridad y la integridad de los exámenes en línea en Moodle. De esta manera los maestros cuentan con una solución simple para controlar y controlar el entorno de prueba de manera efectiva, asegurando una experiencia de evaluación suave y confiable (Moodle, 2023b). La implementación del *Safe Exam Browser* (SEB) en la evaluación de la asignatura de matemáticas financieras se llevó a cabo siguiendo una metodología detallada y respaldada por prácticas recomendadas en la literatura académica.

2.1 Descripción de la población

El estudio incluyó a un total de 80 estudiantes pertenecientes a la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, quienes están inscritos en las Licenciaturas en Contaduría y Administración. Estos estudiantes cursan actualmente la asignatura de matemáticas financieras, lo cual les permite desarrollar habilidades clave relacionadas con el análisis financiero y el manejo preciso de herramientas matemáticas aplicadas al ámbito económico. Se conformaron dos grupos de estudio:

- **Grupo A (sin SEB):** 40 estudiantes realizaron el examen en Moodle sin restricciones adicionales.
- **Grupo B (con SEB):** 40 estudiantes realizaron el examen con la implementación del Navegador Seguro de Exámenes (SEB).

Los estudiantes fueron seleccionados considerando su inscripción en la asignatura y su acceso a dispositivos con conexión a internet. Además, se aseguró que contaran con una capacitación previa sobre el uso de SEB para minimizar problemas técnicos durante la evaluación. A continuación, se describen las etapas clave del proceso:

2.2 Planificación y Diseño del Examen

ISSN 2448 – 7945

Se inició con la definición de los objetivos de aprendizaje y las competencias a evaluar en la asignatura de matemáticas financieras, basándose en el temario oficial de la FES Cuautitlán (UNAM, FESC, 2007, Matemáticas financieras). Se diseñaron cuestionarios en Moodle *(Moodle, 2023a) "Prácticas Eficaces en los Cuestionarios",* que incluían una variedad de tipos de preguntas, como opción múltiple, verdadero/falso y problemas de cálculo financiero, para evaluar de manera integral las habilidades de los estudiantes.

2.3 Integración de SEB en Moodle

Siguiendo las directrices de Moodle 3.9, se habilitó la integración de (SEB) en la configuración de los cuestionarios. Esta integración permite a los docentes restringir el acceso de los estudiantes a sitios *web* externos y funciones del sistema operativo durante la realización del examen, creando un entorno de evaluación seguro, *(Moodle Docs, 2023).* Esta integración también facilita el monitoreo en tiempo real, permitiendo a los docentes supervisar cualquier intento de comportamiento sospechoso durante la evaluación. Moodle destaca esta funcionalidad como una herramienta clave para mantener estándares elevados en la educación digital.

2.4 Configuración Personalizada de SEB

Se generó un archivo de configuración (.seb) personalizado que incluía restricciones específicas, como:

- Bloqueo de teclas de función y combinaciones de teclado que pudieran permitir la salida del entorno de examen.
- Permitir únicamente el acceso a la URL del examen en Moodle, impidiendo la navegación a otros sitios *web*.
- Deshabilitar aplicaciones y procesos en segundo plano que pudieran utilizarse para hacer trampa, *(SMOWL, 2023).*

2.5 Capacitación de Docentes y Estudiantes

Se llevaron a cabo sesiones de capacitación exhaustivas para familiarizar tanto a los docentes como a los estudiantes con el uso del Navegador Seguro de Exámenes (SEB) y las nuevas modalidades de evaluación implementadas. Estas sesiones se diseñaron con el objetivo de asegurar que todos los participantes comprendieran completamente las funcionalidades y ventajas de SEB, minimizando así posibles inconvenientes técnicos durante los exámenes. El contenido de las capacitaciones incluyó instrucciones detalladas sobre la instalación y configuración de SEB en diversos sistemas operativos, así como guías paso a paso para su correcta utilización.

2.6 Pruebas Piloto

Antes de la aplicación oficial de los exámenes, se realizaron pruebas piloto con un grupo reducido de estudiantes para identificar y resolver posibles problemas técnicos.

ISSN 2448 – 7945

Estas pruebas permitieron ajustar configuraciones y asegurar la compatibilidad de SEB con diversos dispositivos y sistemas operativos.
Se realizaron prácticas de navegación segura simulando entornos de examen reales, permitiendo a los estudiantes y docentes familiarizarse con las restricciones y el ambiente controlado que SEB proporciona.

Se enfatizó la importancia de comprender cómo SEB bloquea accesos no autorizados a sitios *web* y aplicaciones externas, garantizando la integridad académica. Estas capacitaciones también abordaron la resolución de problemas comunes y ofrecieron soporte técnico para asegurar que todos los usuarios pudieran utilizar SEB de manera efectiva. Como resultado, se observó una mayor confianza y preparación entre los participantes, lo que contribuyó a un proceso de evaluación más fluido y justo para todos los involucrados.

2.7 Aplicación del Examen

Durante la aplicación oficial del examen, los estudiantes accedieron a Moodle exclusivamente a través del Navegador Seguro de Exámenes (SEB), garantizando que se mantuvieran en un entorno de evaluación controlado y seguro. Este acceso restringido fue fundamental para asegurar la integridad del proceso de evaluación, ya que limitaba la posibilidad de acceder a recursos externos no autorizados. Adicionalmente, se implementó un monitoreo en tiempo real del desempeño del sistema, lo que permitió supervisar la estabilidad de la plataforma y la conexión de los estudiantes durante el examen
.
Paralelamente, se llevó a cabo una vigilancia activa de la actividad de los estudiantes, analizando patrones de comportamiento inusuales o sospechosos que pudieran indicar intentos de fraude o colaboración indebida. Este enfoque proactivo permitió detectar cualquier irregularidad de manera oportuna, facilitando la intervención inmediata para resolver problemas técnicos o disciplinarios. La combinación de acceso restringido y monitoreo en tiempo real contribuyó significativamente a crear un ambiente de evaluación justo y confiable, donde los resultados reflejaran de manera precisa el conocimiento y las habilidades de cada estudiante.

2.8 Análisis de Resultados y Retroalimentación

Después de la realización de los exámenes, se llevó a cabo un análisis exhaustivo de los resultados académicos obtenidos por los estudiantes, con el objetivo de identificar patrones de rendimiento y áreas de mejora en la comprensión de los conceptos clave. Adicionalmente, se implementó un proceso de recopilación de retroalimentación tanto de los estudiantes como de los docentes involucrados en la asignatura. Esta retroalimentación se centró en evaluar la efectividad del Navegador Seguro de Exámenes (SEB) en la mejora de la integridad y la validez de las evaluaciones.

ISSN 2448 – 7945

Se buscó determinar si SEB había contribuido a reducir las posibilidades de fraude académico y a garantizar que los resultados reflejaran de manera más precisa el conocimiento real de los estudiantes. Los comentarios de los docentes fueron cruciales para identificar posibles desafíos técnicos o pedagógicos relacionados con la implementación de SEB. Asimismo, la opinión de los estudiantes fue valorada para entender su experiencia con la herramienta y su percepción sobre el impacto de SEB en el proceso de evaluación. La combinación de análisis cuantitativo de los resultados y cualitativo de la retroalimentación proporcionó una visión integral de la efectividad de SEB y permitió identificar áreas de mejora para futuras implementaciones.

3. Resultados

La implementación de SEB mostró una mejora significativa en la integridad de las evaluaciones los resultados se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1. *Efectividad de SEB en la evaluación de Matemáticas Financieras. (creación propia)*

Métrica	**Sin SEB (%)**	**Con SEB (%)**
Intentos de acceso a recursos no autorizados	40	6
Exámenes completados sin incidencias	65	92
Reportes de comportamiento sospechoso	30	9

Los resultados muestran una disminución significativa en intentos de deshonestidad académica y un aumento en la validez de las evaluaciones. A continuación, se presentan gráficas que ilustran los resultados obtenidos:

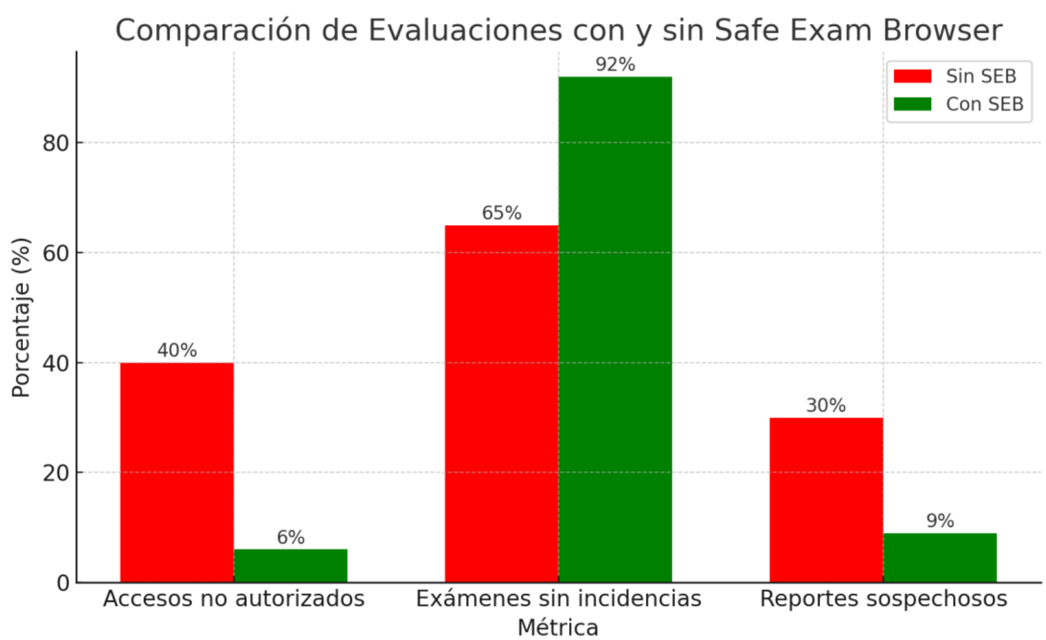


Figura 1. *Intentos de acceso no autorizado (creación propia)*

ISSN 2448 – 7945

Para visualizar mejor estos datos, se presenta la Figura 1, que muestra una comparación gráfica del impacto de SEB en la evaluación. Se puede observar una reducción drástica en los intentos de acceso no autorizado y en los reportes de comportamiento sospechoso, mientras que el porcentaje de exámenes completados sin incidencias aumenta considerablemente con la implementación de SEB.

4. Discusión y/o análisis.

La implementación de SEB en Moodle mejoró la seguridad de las evaluaciones en línea, minimizando el acceso no autorizado a recursos externos. La combinación de SEB con técnicas de supervisión permitió un monitoreo efectivo del examen, asegurando una evaluación justa y transparente. La capacitación previa de estudiantes y docentes fue crucial para el éxito de la aplicación, permitiendo una adaptación eficiente a la herramienta y reduciendo incidencias técnicas.

La implementación del Navegador Seguro de Exámenes (SEB) en la plataforma Moodle resultó en una mejora tangible en la seguridad de las evaluaciones en línea, gracias a la efectiva minimización del acceso no autorizado a recursos externos durante los exámenes. Esta restricción impidió que los estudiantes pudieran consultar páginas web, aplicaciones o archivos no permitidos, asegurando que se concentraran exclusivamente en el contenido del examen. La combinación estratégica de SEB con técnicas de *e-proctoring* representó un avance significativo, ya que permitió un monitoreo más efectivo y en tiempo real del desarrollo del examen, detectando posibles comportamientos irregulares y garantizando una evaluación justa y transparente para todos los participantes.

Es crucial destacar que la capacitación previa tanto de estudiantes como de docentes fue un factor determinante para el éxito de la aplicación de SEB, facilitando una adaptación eficiente a la herramienta y minimizando la ocurrencia de incidencias técnicas durante la evaluación. Al proporcionar a los usuarios el conocimiento y las habilidades necesarias para utilizar SEB correctamente, se logró un proceso de evaluación más fluido y se redujo la frustración asociada con el uso de nuevas tecnologías. Este enfoque integral, que combina tecnología, seguridad y capacitación, demostró ser fundamental para promover la integridad académica y la validez de las evaluaciones en línea.

5. Conclusiones

En conclusión, la implementación del Navegador Seguro de Exámenes (SEB) en conjunto con la plataforma Moodle representa una estrategia efectiva para mejorar la seguridad y la validez de las evaluaciones en línea, particularmente en la asignatura de matemáticas financieras. El estudio demostró que la utilización de SEB minimiza significativamente el acceso no autorizado a recursos externos, reduciendo así el riesgo de trampas y mejorando la integridad académica.

La combinación de SEB con técnicas de monitoreo electrónico (*e-proctoring*) permitió un seguimiento efectivo del examen, asegurando una evaluación más justa y transparente para todos los estudiantes. La capacitación previa de docentes y estudiantes resultó ser un factor clave para el éxito de la implementación, facilitando la adaptación a la herramienta y disminuyendo las incidencias técnicas. Por lo tanto, se recomienda la adopción de SEB en otras asignaturas que requieran evaluaciones rigurosas y de alta validez académica, con el fin de promover la honestidad y la equidad en el proceso de evaluación.

Agradecimientos

Los autores agradecen a la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán por el apoyo en la realización del estudio, así como a los docentes y estudiantes que participaron en la implementación del Navegador Seguro de Exámenes.

6. Referencias

- Moodle. (2023a). *Prácticas eficaces en los cuestionarios*. Recuperado de https://docs.moodle.org/all/es/19/Pr%C3%A1cticas_Eficaces_en_los_Cuestionarios
- Moodle. (2023b). *Exámenes seguros con soluciones de supervisión compatibles con Moodle*. Recuperado de https://moodle.com/es/noticias/mantener-la-integridad-academica-durante-las-evaluaciones-en-linea-con-soluciones-de-supervision-compatibles-con-moodle/
- Moodle Docs. (2023). *Safe Exam Browser Integration*. Recuperado de https://docs.moodle.org
- Safe Exam Browser. (2023). *Overview and features*. Recuperado de https://safeexambrowser.org
- SMOWL. (2023). *Safe Exam Browser: qué es, para qué sirve y alternativas*. Recuperado de https://smowl.net/es/blog/safe-exam-browser/
- Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, Contaduría. (2007). *Matemáticas Financieras*. Recuperado de https://www.cuautitlan.unam.mx/licenciaturas/contaduria/descargas/1218_matematicas_financieras.pdf
- Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, Administración. (2007). *Matemáticas Financieras*. Recuperado de https://www.cuautitlan.unam.mx/licenciaturas/administracion/descargas/1227_matematicas_financieras.pdf

USO DE LOS TESELADOS COMO HERRAMIENTA DIDÁCTICA PARA EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA EN BACHILLERATO

Gómez Rodríguez Jerónimo[1], Morales Pulido María Isaura[2*], Fragoso Tejeida Ana Cristina[3] y Pérez Martínez Antonio[4]

[1,2,3,4] *Universidad Autónoma de Querétaro. Cerro de las Campanas s/n, Cp. 76010, Querétaro, Querétaro, México.*

ID-POSM038

Resumen

El aprendizaje de la geometría y la trigonometría en educación media superior presenta desafíos debido a su alto nivel de abstracción. Por ello, es crucial implementar estrategias didácticas innovadoras que mejoren la comprensión y motivación de los estudiantes. Una de estas estrategias es el uso de teselados, que permiten desarrollar un pensamiento geométrico más intuitivo y visual, favoreciendo la comprensión de conceptos como simetría, transformación de figuras, traslaciones, rotaciones y reflexiones. Esta investigación se realizó con 50 alumnos del tercer semestre de la Escuela de Bachilleres de la UAQ en la materia de Matemáticas III, dentro del tema Geometría y Trigonometría, con el objetivo de analizar los efectos del uso de teselados en su aprendizaje. Durante el estudio, se diseñaron actividades donde los alumnos construyeron teselados con papel cuadriculado y software de geometría dinámica. Se observó que los estudiantes que participaron activamente mostraron mejoras en la comprensión de la simetría y la congruencia, así como en la resolución de problemas espaciales. El uso de teselados también fomenta un aprendizaje activo y significativo, al involucrar materiales manipulativos y herramientas tecnológicas. Las metodologías activas, como la exploración de patrones y la resolución de problemas en contextos visuales y manipulativos, son más efectivas que enfoques tradicionales basados en instrucción directa y ejercicios repetitivos para la enseñanza de conceptos espaciales y geométricos.

Palabras clave: *aprendizaje, geometría, teselados, visualización.*

1. Introducción

El aprendizaje de la geometría y la trigonometría en el nivel medio superior representa un reto significativo debido a la abstracción inherente a estos conceptos matemáticos (Duval, 2006). En muchos casos, los estudiantes experimentan dificultades para visualizar y comprender transformaciones geométricas, lo que repercute en su desempeño y motivación (Jones, 2002). Para abordar este problema, es necesario incorporar estrategias didácticas innovadoras que favorezcan la comprensión de los conceptos espaciales y geométricos mediante enfoques visuales y manipulativos.
Los teselados, entendidos como recubrimientos del plano mediante figuras geométricas sin superposiciones ni espacios vacíos, constituyen una herramienta didáctica eficaz para el aprendizaje de la geometría (Clements & Sarama, 2011). A través de su construcción y análisis, los estudiantes pueden desarrollar el pensamiento geométrico, comprender la simetría, las transformaciones isométricas y fortalecer su

[2*] *Autor para la correspondencia. María Isaura Morales Pulido E-mail: maria.isaura.morales@uaq.edu.mx. Tel. 427-100-14-46.*

ISSN 2448 – 7945

intuición espacial (Van de Walle et al., 2018). El desarrollo del pensamiento geométrico está estrechamente vinculado con la teoría de los niveles de pensamiento geométrico de Van Hiele, (Barrera Mora & Reyes Rodríguez, 2015), que plantea que los estudiantes avancen progresivamente desde un nivel visual hasta uno de abstracción rigurosa a medida que interactúan con problemas geométricos. La simetría y las transformaciones isométricas, en particular, desempeñan un papel crucial en esta evolución, pues permiten a los estudiantes explorar la invarianza de las figuras bajo movimientos rígidos, promoviendo así una comprensión más profunda de las propiedades geométricas (Bonelo Ayala & Maca Cortés, 2023). Este estudio analiza los efectos del uso de teselados en el aprendizaje de la geometría en bachillerato, considerando su impacto en la comprensión de los conceptos y en la motivación de los estudiantes.

2. Metodología o desarrollo

Este estudio se desarrolló con una muestra de 50 alumnos del tercer semestre de la Escuela de Bachilleres de la Universidad Autónoma de Querétaro (UAQ, 2019), inscritos en la materia de Matemáticas III. La investigación adoptó un diseño cuasiexperimental con un grupo de control y un grupo experimental, siguiendo las recomendaciones metodológicas en investigación educativa (Creswell & Creswell, 2017).
El grupo experimental (imagen 1) participó en actividades basadas en teselados utilizando papel cuadriculado y software de geometría dinámica, mientras que el grupo de control (imagen 2) recibió instrucción tradicional basada en ejercicios y explicaciones magistrales. Se aplicaron pruebas diagnósticas y finales para medir el nivel de comprensión de los estudiantes sobre los conceptos abordados, siguiendo la metodología de evaluación formativa de Black & Wiliam (1998). Además, se realizaron encuestas y entrevistas para evaluar la percepción de los estudiantes sobre el uso de teselados en su aprendizaje (Clements & Battista,1992).
Las actividades incluyeron la exploración de patrones geométricos, la construcción de teselados y la aplicación de transformaciones isométricas (traslaciones, rotaciones y reflexiones). Para el análisis de resultados, se empleó estadística descriptiva y comparativa para evaluar las diferencias en el desempeño entre ambos grupos, tomando como referencia estudios previos sobre el impacto de metodologías activas en la enseñanza de la geometría (Van de Walle et al., 2018).

ISSN 2448 – 7945

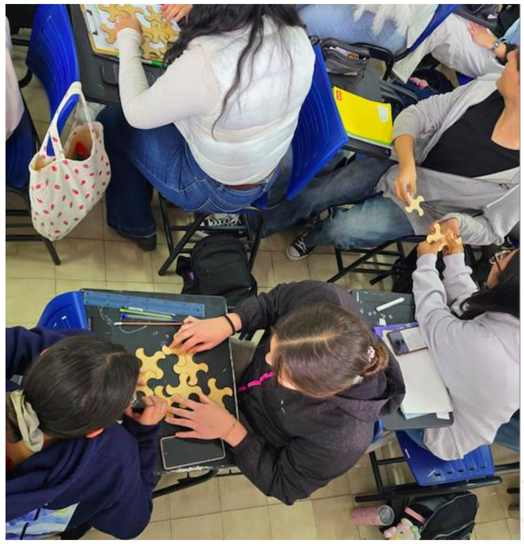


Imagen 1. *Grupo experimental*

Nota: fotografía tomada utilizando los teselados dentro de una actividad planeada en la materia de matemáticas III

Imagen 2. *Grupo control*

Nota: fotografía tomada realizando la explicación por medio del software GeoGebra.

2.1 Teselados: Patrones Geométricos

Un teselado es un recubrimiento del plano mediante figuras geométricas que se repiten sin superposiciones ni espacios vacíos, formando patrones estructurados y simétricos. Estas configuraciones geométricas han sido ampliamente estudiadas en matemáticas, arte y ciencia, dado su uso en la modelización de estructuras cristalinas, materiales y patrones naturales (Hitin-Bialus et al., 2024).

Los teselados pueden clasificarse en diferentes tipos según sus características:

- Teselados periódicos**:** patrones que se repiten de manera uniforme en el plano, como en mosaicos islámicos o en estructuras cristalinas regulares (Voss, 2024).

ISSN 2448 – 7945

- Teselados aperiódicos**:** no siguen una repetición estricta y fueron descubiertos en el contexto de la física de cuasicristales, como los teselados de Penrose (Hitin-Bialus et al., 2024).
- Teselados cuasiperiódicos**:** presentan simetría a diferentes escalas sin periodicidad exacta, lo que los hace fundamentales en el estudio de materiales con propiedades inusuales (Imperor-Clerc et al., 2024).

Desde una perspectiva matemática, los teselados están íntimamente relacionados con las transformaciones isométricas del plano, como las traslaciones, rotaciones y reflexiones. Estas transformaciones son fundamentales para comprender la estructura y clasificación de los teselados en función de sus propiedades simétricas Yuan & Wang, 2023).

2.1.1 Utilización del software

El uso de GeoGebra en la enseñanza de la geometría y el diseño de teselados responde a la necesidad de estrategias didácticas innovadoras que mejoren la comprensión de los conceptos geométricos en la educación media superior. Dado que la geometría y la trigonometría presentan un alto nivel de abstracción (Duval, 2006), los estudiantes suelen experimentar dificultades en la visualización de transformaciones y relaciones espaciales. En este contexto, GeoGebra se convierte en una herramienta clave para facilitar el aprendizaje activo, visual y manipulativo de los teselados, promoviendo una comprensión más profunda de las propiedades geométricas.

En este sentido, permite que los estudiantes interactúen de manera dinámica con los conceptos geométricos, favoreciendo el desarrollo del pensamiento espacial. A diferencia del método tradicional con papel cuadriculado, el software posibilita la exploración inmediata de patrones geométricos mediante herramientas interactivas, permitiendo la manipulación de figuras en tiempo real. Esto concuerda con los principios de Van Hiele (Barrera Mora & Reyes Rodríguez, 2015), según los cuales el aprendizaje geométrico avanza desde la percepción visual hasta la comprensión abstracta mediante experiencias progresivas.

GeoGebra permite aplicar de manera sencilla y visual las transformaciones geométricas fundamentales en el diseño de teselados, tales como traslaciones, rotaciones y reflexiones, además de fomenta la participación activa de los estudiantes en su aprendizaje. En lugar de recibir explicaciones magistrales y resolver ejercicios repetitivos, los alumnos pueden construir sus propios teselados, formular conjeturas sobre patrones geométricos y verificar sus ideas mediante la manipulación del software. Esto concuerda con la metodología de exploración de patrones y resolución de problemas propuesta por Van de Walle et al. (2018), quien sostiene que la investigación activa y la experimentación conducen a una comprensión más sólida de los conceptos matemáticos.

ISSN 2448 – 7945

3. Resultados

Los resultados indicaron que los estudiantes del grupo experimental mejoraron significativamente en la comprensión de conceptos geométricos en comparación con el grupo de control. Se observó un incremento en la capacidad de identificar y aplicar transformaciones isométricas, así como una mayor habilidad para resolver problemas espaciales. Además, los estudiantes manifestaron una actitud más positiva hacia la geometría, reportando que el uso de teselados hizo que el aprendizaje fuera más intuitivo y motivador (Battista, 1999).
El análisis cualitativo de las encuestas reveló que los estudiantes percibieron las actividades con teselados como más interactivas y atractivas en comparación con los métodos tradicionales. El uso de software de geometría dinámica permitió una mejor visualización de las transformaciones y fomentó la exploración activa de patrones geométricos (Jones, 2002).

4. Discusión y/o análisis.

Estos hallazgos respaldan la idea de que el aprendizaje de la geometría se ve favorecido por metodologías activas que incorporan herramientas visuales y manipulativas (Clements & Sarama, 2011). La construcción de teselados no solo mejora la comprensión de transformaciones geométricas, sino que también desarrolla habilidades de resolución de problemas y pensamiento espacial (Van de Walle et al., 2018). Además, la motivación y el interés de los estudiantes aumentaron cuando se emplearon estrategias que involucraban la exploración activa y la tecnología (Clements & Sarama, 2011).
A pesar de los beneficios observados, se identificaron algunos desafíos, como la necesidad de capacitación docente para la implementación efectiva de estas estrategias y la limitación de tiempo en los programas escolares para el desarrollo de actividades interactivas. Futuras investigaciones podrían explorar la aplicación de teselados en otros niveles educativos y analizar su impacto en la resolución de problemas matemáticos más complejos.

5. Conclusiones

El uso de teselados como herramienta didáctica en el aprendizaje de la geometría en bachillerato demostró ser una estrategia efectiva para mejorar la comprensión de conceptos espaciales y geométricos. Los estudiantes que participaron en actividades basadas en teselados mostraron un mayor dominio de las transformaciones geométricas y una actitud más positiva hacia el aprendizaje de la geometría. Además, la combinación de materiales manipulativos y tecnología favoreció un aprendizaje más significativo y motivador. Se recomienda la incorporación de estrategias similares en la enseñanza de las matemáticas, así como la capacitación de docentes en el uso de herramientas didácticas innovadoras.

ISSN 2448 – 7945

6. Referencias

Barrera Mora, F., & Reyes Rodríguez, A. (2015). La teoría de Van Hiele: Niveles de pensamiento Geométrico. PÄDI Boletín Científico de Ciencias Básicas e Ingenierías Del ICBI, 3(5). https://doi.org/10.29057/icbi.v3i5.554

Battista, M. (1999). La importancia de la estructuración espacial en el razonamiento geométrico. *Enseñanza de Las Matemáticas a Los Niños*, *6*(3), 170–177.

Black, P., & Wiliam, D. (1998). Assessment and Classroom Learning. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, *5*(1), 7–74. https://doi.org/10.1080/0969595980050102

Bonelo Ayala, Y., & Maca Cortés, Ó. E. (2023). La visualización de las transformaciones isométricas, un elemento para la conceptualización en DGE en estudiantes de básica secundaria. *Praxis, Educación y Pedagogía*, *8*. https://doi.org/10.25100/praxis_educacion.v0i8.12413

Clements, D., & Battista, M. (1992). Geometría y razonamiento espacial. In *Manual de investigación sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: un proyecto del Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas* (pp. 420–464).

Clements, D. H., & Sarama, J. (2011). Early Childhood Mathematics Intervention. *Science*, *333*(6045), 968–970. https://doi.org/10.1126/science.1204537

Creswell, J. W., & Creswell, J. D. (2017). *Diseño de investigación: enfoques cualitativos, cuantitativos y de métodos mixtos* (Publicaciones SAGE).

Duval, R. (2006). A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *61*(1–2), 103–131. https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z

Escuela de Bachilleres de la Universidad Autónoma de Querétaro. (2019). *Mapa Curricular*. Https://Www.Uaq.Mx/Ofertaeducativa/Prog-Bachilleres/MAPACU-BACHILLERES-ESC.Pdf.

Hitin-Bialus, A., Maher, C. E., Steinhardt, P. J., & Torquato, S. (2024). Clases de hiperuniformidad de teselados cuasiperiódicos mediante capacidad de propagación por difusión. *Physical Review E*, *109*(6), 064108. https://doi.org/10.1103/PhysRevE.109.064108

Imperor-Clerc, M., Kalugin, P., Schenk, S., Widdra, W., & Förster, S. (2024). *Un enfoque geométrico de dimensiones superiores para la clasificación de mosaicos de cuadrados, triángulos y rombos en 2D*. https://doi.org/10.1103/PhysRevB.110.144106

Jones, K. (2002). *Aspects of Teaching Secondary Mathematics* (L. Haggarty, Ed.). Routledge. https://doi.org/10.4324/9780203165874

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2018). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally* (Decima).

Voss, H. U. (2024). *Un algoritmo de mosaico para el monotejo aperiódico Tile(1,1)*.

Yuan, Q., & Wang, E. (2023). *Teselación de la esfera mediante triángulos regulares congruentes y rombos congruentes*.

Memorias del Congreso Internacional sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán
8 y 9 de mayo del 2025, Cuautitlán Estado de México
ISSN 2448 – 7945

LA DISTRIBUCIÓN NORMAL: ¡EL SECRETO DETRÁS DE LA SUERTE!

Vega Rodríguez Anakaren [1*], Gonzalez Siguenza Hugo [2] y Castillo Padilla Juana[3]
[1,2,3] *Colegio de Ciencias y Humanidades Plantel Vallejo.*

ID-POSM039

Resumen

¿Qué tan difícil es tomar una decisión para aceptar o no un juego?, ¿Y si esta decisión pone en riesgo la calificación obtenida en una asignatura?, ¿Aceptarían el juego? las preguntas anteriores son cuestionamientos que se presentan en una sesión de Estadística y Probabilidad II al alumnado de sexto semestre del Bachillerato.
Se presento un juego de azar relacionado al lanzamiento de dos dados de tal forma que el alumnado lograra estar más motivado para participar y aprender, con ello se buscó introducir la distribución normal mostrando que la suerte no es el único factor que determina el resultado de un juego de azar. La probabilidad y la estadística también juegan un papel importante. Al entender la distribución normal, podemos tomar decisiones más informadas y aumentar nuestras posibilidades de ganar.

Palabras clave: *estadística, probabilidad, distribución, normal.*

1. Introducción

La gran cantidad de información que se genera a nuestro alrededor hace que su manejo sea más complicado para las personas que requieren tomar decisiones es así que la estadística y probabilidad elabora principios y métodos para construir modelos teóricos que nos permitan tomar decisiones frente a la incertidumbre, pero ¿Cómo podemos mostrar al alumnado de bachillerato de la UNAM su importancia?
Es fundamental entender que el aprendizaje debe ser un proceso metodológico, didáctico, que comience con los sentidos personales de los alumnos y posteriormente ir avanzando a niveles cada vez más abstractos. De lo anterior el planteamiento central de este trabajo es incorporar las herramientas TIC en el diseño de una actividad en la búsqueda de generar aprendizajes significativos, es decir, interesar al alumno por aprender estadística y probabilidad, llevando al aula actividades con ejemplos y ejercicios dentro del marco de las experiencias e intuiciones accesibles a los alumnos que[1] los estimule para encontrar diferentes formas de resolver problemas y formular argumentos que validen sus resultados.

2. Metodología o desarrollo

La metodología del presente trabajo tiene bases en el aprendizaje significativo como la transformación de la conciencia a través de la unidad que existe entre pensamiento

[1*] *Autor para la correspondencia. E-mail: karenvega051588@gmail.com*

y lenguaje y que buscará generarse a través de principios pedagógicos y didácticos como son la actividad y la zona de desarrollo próximo.

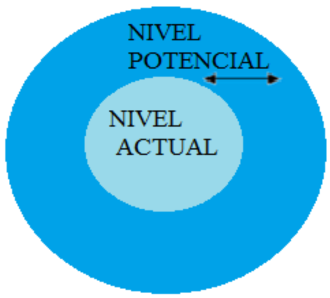


Figura 1. *Zona de Desarrollo Próximo.*

De acuerdo con Vygotsky, L. S. (1995). diferenciar en una persona su nivel actual (NA) y su nivel potencial (NP) es lo que se denomina como *Zona de Desarrollo Próximo* (ZDP) Figura.1, Vigotsky muestra con la zona de desarrollo próximo que existe un camino por el cual se puede avanzar, partiendo del NA, es decir, con lo que el alumno puede hacer por sí sólo para llegar a un NP a través del andamiaje.
De acuerdo con Leontiev, D. A. (2005) una estructura fundamental de todo tipo de actividad basada en la evolución de las capacidades cognoscitivas de los alumnos, cuyo fin general exige pasar por una serie de acciones compuestas a su vez por una serie de operaciones concretas.
La función de las actividades diseñadas para el aprendizaje es, que el estudiante desarrolle los sentidos personales que tiene sobre el concepto u objeto de estudio, para ir aproximando a los significados teóricos que el profesor considere apropiados, para convertir los sentidos personales en herramientas semióticas.
La actividad del presente trabajo consiste en la realización de tres acciones:

- La primera acción “¿Aceptas el juego?”
- La segunda acción “Lanzamiento de dos dados”
- La tercera acción “Características de la Distribución Normal”

2.1 Didáctica Concreta

La secuencia didáctica se llevó a cabo con el alumnado que cursa el sexto semestre del CCH Vallejo en la asignatura de Estadística y Probabilidad II. La temática y aprendizaje trabajado es el siguiente:

- ❖ Temática: Distribución Normal
- ❖ Aprendizaje: Esboza la curva de densidad para una variable aleatoria aproximadamente normal, a partir de la suavización de un polígono de frecuencias con ayuda de un simulador digital.

La secuencia didáctica se compone de tres acciones. La primera acción consiste en realizar el planteamiento del problema y se solicita a los alumnos escribir si aceptan o no el juego. La siguiente acción consiste en utilizar el simulador CODAP para el lanzamiento de dos dados, se deberá recolectar diferentes muestras y analizar su

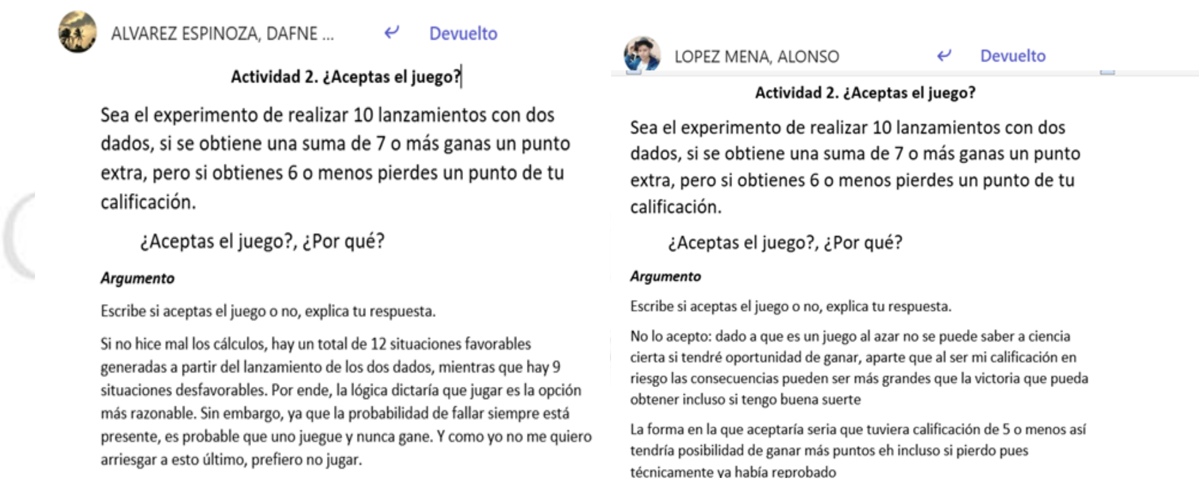
ISSN 2448 – 7945

comportamiento. Finalmente, en la tercera acción el alumno observará que sucede con la Distribución Normal al cambiar alguno de sus parámetros.

3. Resultados

En la primera acción el alumnado analizo el siguiente planteamiento:

- *Sea el experimento de realizar 10 lanzamientos con dos dados, si se obtiene una suma de 7 o más, ganas un punto extra, pero si obtienes 6 o menos, pierdes un punto de tu calificación, ¿Aceptas el juego?, ¿Por qué?*


ALVAREZ ESPINOZA, DAFNE ... Devuelto

Actividad 2. ¿Aceptas el juego?

Sea el experimento de realizar 10 lanzamientos con dos dados, si se obtiene una suma de 7 o más ganas un punto extra, pero si obtienes 6 o menos pierdes un punto de tu calificación.

¿Aceptas el juego?, ¿Por qué?

Argumento

Escribe si aceptas el juego o no, explica tu respuesta.

Si no hice mal los cálculos, hay un total de 12 situaciones favorables generadas a partir del lanzamiento de los dos dados, mientras que hay 9 situaciones desfavorables. Por ende, la lógica dictaría que jugar es la opción más razonable. Sin embargo, ya que la probabilidad de fallar siempre está presente, es probable que uno juegue y nunca gane. Y como yo no me quiero arriesgar a esto último, prefiero no jugar.

LOPEZ MENA, ALONSO Devuelto

Actividad 2. ¿Aceptas el juego?

Sea el experimento de realizar 10 lanzamientos con dos dados, si se obtiene una suma de 7 o más ganas un punto extra, pero si obtienes 6 o menos pierdes un punto de tu calificación.

¿Aceptas el juego?, ¿Por qué?

Argumento

Escribe si aceptas el juego o no, explica tu respuesta.

No lo acepto: dado a que es un juego al azar no se puede saber a ciencia cierta si tendré oportunidad de ganar, aparte que al ser mi calificación en riesgo las consecuencias pueden ser más grandes que la victoria que pueda obtener incluso si tengo buena suerte

La forma en la que aceptaría seria que tuviera calificación de 5 o menos así tendría posibilidad de ganar más puntos eh incluso si pierdo pues técnicamente ya había reprobado

Figura 2. *Primera acción.*

Para la segunda acción los alumnos utilizaron el Simulador CODAP y realizaron lo siguiente:

1. Recolectar muestras de 50, 100, 300 y 400 lanzamientos.
2. Realizar el Histograma de frecuencias.
3. Trazar media, mediana y desviación estándar.

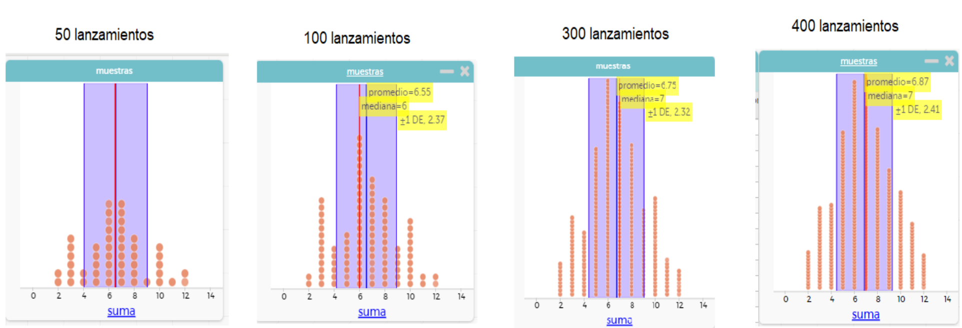


Figura 3. *Simulador CODAP, muestras.*

4. Describir lo observado en cada uno de los Histogramas.
   a) Compara la media y desviación estándar.
   b) ¿Qué sucede con los datos en cada uno de los Histogramas?
   c) ¿Qué sucede si sigue incrementando el número de lanzamientos?

ISSN 2448 – 7945

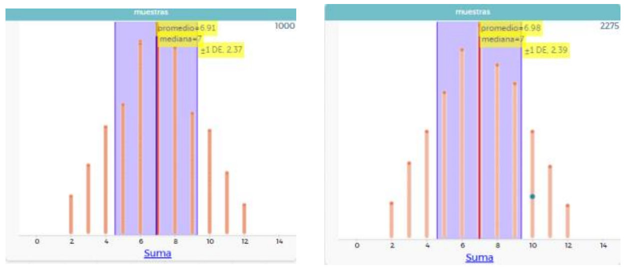


Figura 4. *Simulador CODAP, Histogramas.*

Los alumnos observaron y compararon los histogramas correspondientes a cada una de las muestras y afirman o modifican su argumento de aceptar o no el juego. Se solicita escriban en su cuaderno si hubiera sido una buena apuesta realizar el juego una vez que han observado el comportamiento de los dados y se deja como actividad extra analizar la probabilidad teórica.

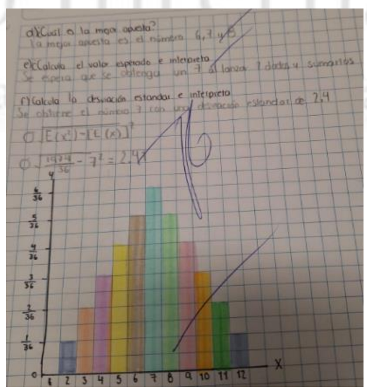
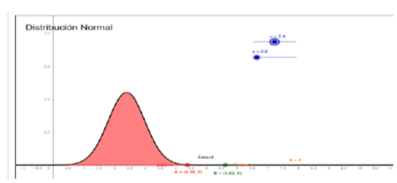


Figura 5. *Probabilidad Teórica*

Una vez que concluyeron con los histogramas se solicita observen la suavización del polígono de frecuencias y como es que la distribución toma la forma de una campana, convirtiéndose en el momento adecuado para introducir la Distribución Normal. Para la tercera acción el alumnado observo las características de la Distribución Normal al variar los parámetros de la media y la desviación estándar.

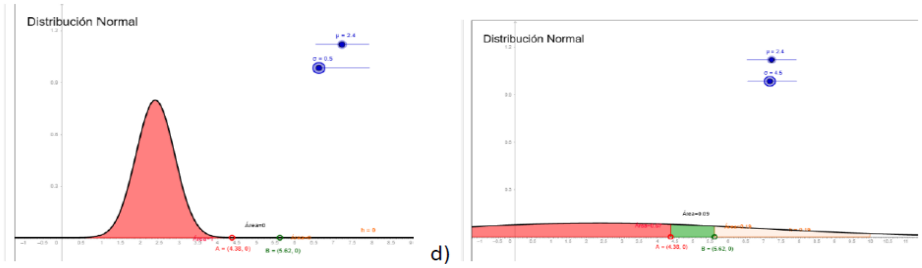
c)



Explica: ¿Qué sucede con la Distribución Normal si cambiamos el valor de la media?

Al cambiar el valor de la media notamos que la curva se desplaza a diferentes posiciones, ya sea a la derecha o a la izquierda, depende mucho del valor asignado, como tal la forma de la gráfica no cambia como tal, simplemente va aumento el tamaño o asciende por así decirlo, además de que algunas áreas aumentan.

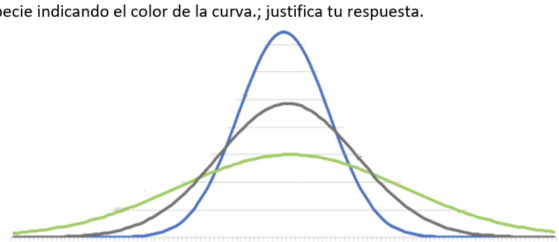
ISSN 2448 – 7945



Explica: ¿Qué sucede con la Distribución Normal si cambiamos el valor de la desviación estándar?
En este caso es diferente ya que, si solo cambiamos la desviación estándar, pero no la media, el centro de la gráfica no cambia mucho a mi parecer, si no que mas bien la forma de la curva cambia, la curva se hace más ancha y menos alta, es decir, la dispersión aumenta. Cuando mayor es la desviación estándar mayor es la dispersión de la variable.

Figura 6. *Características de la Distribución Normal*

Un grupo de biólogos estudia tres distintas especies de aves: la ratona australiana, el kakapo y la curruca. Los biólogos encuentran que las estaturas describen un comportamiento aproximadamente normal y además saben que la estatura de la ratona tiene una desviación estándar de 2.2cm, el kakapo una desviación de 1.02cm y la curruca un valor de 1.52cm. Observa la siguiente imagen e indica cuál comportamiento describe la estatura de cada especie indicando el color de la curva.; justifica tu respuesta.



Finalmente, los alumnos ponen a prueba los aprendizajes adquiridos para resolver la siguiente situación.

Respuesta:

La curva azul corresponde a la estatura del kakapo

La curva gris corresponde a la estatura de la curruca.

La curva verde corresponde a la estatura de la ratona australiana.

Justificación: Como acabamos de ver en la actividad anterior, mientras menor sea el valor de la desviación media veremos que la altura del pico de la campana será mayor, por lo que el animal que presenta el valor más bajo de desviación es el kakapo, cuya curva debe ser la más alta y, lo mismo para el caso de la ratona, al ser el valor de su desviación mayor, el pico de la campana será la de menor altura, y este comportamiento corresponde a la curva verde, y así la curva restante es la que correspondería al animal restante, o sea, a la curruca.

Figura 7. *Aves*

4. Discusión y/o análisis.

Una vez finalizada la actividad los alumnos lograron identificar las características de la distribución Normal y son capaces de decir si el juego se considera justo o no.

ISSN 2448 – 7945

También reconocieron que la probabilidad y estadística permite obtener información para la toma de decisiones.

5. Conclusiones

La actividad con su orientación hacia el aprendizaje significativo y su concepción del significado aprender a aprender, fueron posibles debido a que logramos adaptar una gran teoría del conocimiento como lo es el Método Histórico Cultural y la Teoría de la Actividad, a las características muy particulares de los alumnos del CCH, proponiendo comenzar la enseñanza aprendizaje con sus sentidos personales y no por el algoritmo en su sentido clásico.
El diseño de la actividad en la que se involucraron diferentes herramientas digitales para atender la nueva normalidad en la educación permitió alcanzar los aprendizajes esperados e incrementar el nivel de desarrollo actual del alumno situándonos en el nivel de desarrollo potencial.

6. Referencias

Leontiev, D. A. (2005). Aproximación a la teoría de la actividad: Vigotsky en el presente. Eclecta, 3(9), 29-39.
Vygotsky, LS (1962). Pensamiento y lenguaje. Cambridge, MA: MIT Press.

FOMENTO DE HABILIDADES MATEMÁTICAS MEDIANTE UNA EXPERIENCIA DIDÁCTICA EN EL MARCO DEL DÍA DE PI

Lara Sáenz Noemí Gabriela[1 *], Vázquez Robles Sergio Jael [2] y Hernández Quintana Mónica Sagrario [3]

[1,2,3] Universidad Autónoma de Querétaro. Escuela de Bachilleres, Plantel Sur. Cto. Moisés Solana, zona extendida, Balaustradas, 76070.

ID-POSM040

Resumen

Se presenta una experiencia didáctica a través de una serie de actividades desarrolladas en el marco del Festival del día de Pi celebrado en un bachillerato público del centro de México. Esta experiencia didáctica surge por la necesidad de involucrar al estudiantado en actividades lúdicas y de divulgación que permitan fortalecer algunas habilidades lógico matemáticas y desarrollar interés por la ciencia. La metodología implementada para realizar la experiencia didáctica se basó en la planeación y organización de un programa, en el que se incluyó la justificación didáctica de la propuesta, la definición de los objetivos y la descripción detallada de las actividades que consistieron en dos conferencias de divulgación, un rally, un concurso de los dígitos de pi y un concurso de cubo Rubik. Los resultados que se obtuvieron tras la realización del Festival del día de Pi indican que hay una alta participación por parte del estudiantado quien mantiene interés por este tipo de dinámicas. Se concluye que la realización de la experiencia didáctica tiene un impacto positivo en el estudiantado que participó debido al interés que mostró por asistir, además se fortalecieron aspectos relacionados con conceptos matemáticos y se observó que el Festival del día de Pi fue una oportunidad para robustecer habilidades socioemocionales como el trabajo en equipo, la solidaridad y la creatividad, así como propiciar mayor entusiasmo por participar en este tipo de actividades.

Palabras clave: *experiencia, didáctica, matemáticas, divulgación, actividades.*

1. Introducción

El día de Pi se celebra oficialmente cada 14 de marzo ya que la fecha en notación angloamericana march 14th (3/14) corresponde a una aproximación más simple de este número (3.14). Pi es un concepto matemático que data de milenios atrás, cuando los antiguos babilonios analizaban la proporción entre polígonos y círculos. Sin embargo, el uso del símbolo griego π, para designar a este número se popularizó en el siglo XVIII gracias al matemático Leonhard Euler (Fernández Barranco, 2019).
El día de Pi fue instituido por el físico Larry Shaw en 1988 en el Exploratorium de San Francisco, con el objetivo de celebrar tanto este número como las matemáticas en general (Lou et al., 2023). En el año 2019, la 40a Conferencia General de la UNESCO

[1*] *Autor para la correspondencia. E-mail: noemi.lara@.uaq.mx Tel. 442-397-09-74*

ISSN 2448 – 7945

(2019) proclamó el 14 de marzo de cada año como el día Internacional de las Matemáticas.

En ese sentido, el día de Pi es una oportunidad para promover el interés y la apreciación por las matemáticas entre el estudiantado. Según estudios como el de Barrientos et al. (2014), la participación en actividades lúdicas y colaborativas relacionadas con las matemáticas puede mejorar significativamente la actitud del estudiantado hacia esta disciplina, fomentando un ambiente positivo de aprendizaje.

Asimismo, el Día de Pi brinda la oportunidad de promover la creatividad y el pensamiento crítico a través de actividades desafiantes.

Por otro lado, la participación en concursos de memorización de dígitos de Pi, la creación de arte basado en Pi o la realización de experimentos prácticos relacionados con esta constante matemática, pueden estimular el ingenio y la inventiva del estudiantado y mejorar el sentimiento de autoeficacia. Además, la celebración de este día puede fortalecer el sentido de comunidad entre estudiantes y docentes ya que se fomenta el trabajo en equipo y la competencia sana.

Por otro lado, esta experiencia didáctica incentiva la divulgación matemática que señala Quirós (2004), pues a través de esta se pretende popularizar las matemáticas dirigiendo actividades donde el estudiantado sea quien colabore y se integre en ellas con el objeto de captar su atención e interés y a su vez se relacione con personas especialistas que puedan transmitir sus saberes a un público que tiene interés en ellas, en este caso el estudiantado.

Por tanto, el objetivo principal de esta experiencia didáctica es que a través de la propuesta de un Festival del día de Pi sea posible fomentar el aprecio por las matemáticas a través de actividades lúdicas y de divulgación, impulsadas por la colaboración entre docentes, con el propósito de estimular la curiosidad y el interés hacia esta ciencia y su relación con otras áreas STEAM en la comunidad estudiantil a través de la promoción del trabajo cooperativo y colaborativo entre el estudiantado para fortalecer el sentido de pertenencia y cultivar una cultura de paz en el entorno educativo.

2. Metodología o desarrollo

Desarrollar la propuesta del Festival del día de Pi, implicó la colaboración de un equipo de docentes del área de matemáticas y un grupo estudiantil que participó activamente en la organización de las actividades propuestas en el festival.

Dentro de este trabajo, se quiere exponer la secuencia de trabajo seguido para que este tipo de actividades sean replicadas en diferentes escenarios y contextos estudiantiles y que a través de ellas se logre popularizar esta dinámica de trabajo para desarrollar intereses positivos hacia las matemáticas dentro de la comunidad estudiantil en el nivel medio superior.

Inicialmente esta propuesta surge con el diseño de un programa en el que se plantearon la justificación del festival, se definieron los objetivos de este, se detalló la metodología para implementar las actividades propuestas y se describieron las características y condiciones para que el estudiantado pudiera participar.

ISSN 2448 – 7945

Este programa fue fundamental, puesto que su elaboración justifico ante las autoridades educativas la pertinencia de este tipo de trabajos dentro de las actividades académicas donde se desarrolló la actividad. Los elementos que conformaron de manera muy general este programa se pueden visualizar en la figura.

Figura 1. *Programa del Festival del día de Pi*

En esta figura, puede apreciarse como las actividades propuestas están enfocas en divulgar temas de matemáticas, pues se integran dos conferencias, un rally y dos concursos. A continuación, se describen cada una de estas actividades y cómo es que se desarrollaron dentro del Festival del día de PI.

2.1 Conferencias

Para desarrollar esta actividad dentro del festival, se gestionó la participación y colaboración de dos expertas en matemáticas. Ambas ponentes tocaron temas referentes a la aplicación de las matemáticas en dos campos de estudio diferentes. La intención didáctica y de divulgación de estas conferencias fue despertar el interés en el estudiantado y que, a través de la experiencia de las expertas en el tema, pudieran darse cuenta de las diversas aplicaciones y usos que tienen las matemáticas en la vida real. Lo anterior es fundamental, ya que una de las preguntas que aparece de manera constante en clases de matemáticas es *¿y eso para qué me sirve?* o *¿cuándo voy a utilizar eso?*

En la figura 2 se aprecia el cartel que se dio a conocer a la comunidad estudiantil, para que de acuerdo con sus posibilidades pudieran inscribirse y participar de manera voluntaria en las conferencias ofertadas en dos horarios diferentes.

ISSN 2448 – 7945

Figura 2. *Cartel promocional de conferencias*

2.2 Rally STEAM

La gestión de esta actividad estuvo a cargo de un docente y varios estudiantes que colaboraron en el diseño de las estaciones y retos que conformaron el Rally. Cabe aclarar que estas actividades tuvieron un fundamento matemático, es decir, los retos propuestos se basaron en problemas relacionados con la solución de acertijos y problemas similares a los que se proponen en competencias como la Olimpiada Mexicana de Matemáticas, por ejemplo, se abordó el Teorema de los cuatro colores, el Problema del caballo, los sistemas de ecuaciones lineales, conceptos de geometría y otras temáticas relacionadas con el enfoque STEAM, es decir, se propusieron retos referentes a la ciencia, tecnología, ingeniería, arte y por supuesto, matemáticas.
Para desarrollar esta actividad, se convocó al estudiantado a formar equipos, al inicio, estos equipos fueron citados en un lugar común dentro de las instalaciones donde se desarrolló la actividad, posteriormente se les dieron las indicaciones y reglas de participación y finalmente se dio *"luz verde"* para que comenzaran a resolver los retos de las estaciones que se encontraban distribuidas en todo el plantel. Ejemplo de esta participación puede verse en la figura 3.

Figura 3. *Participación de estudiantes en Rally STEAM*

2.3 Concurso: Dígitos de Pi

La propuesta central de este concurso fue que el estudiantado que participó memorizara la mayor cantidad de dígitos del número pi. El objetivo didáctico de esta actividad consistió en que quienes participaron pudieran poner en práctica diferentes estrategias que le ayudaran a desarrollar su capacidad de atención y memorización. La actividad permitió fomentar la motivación y el aprendizaje pues el desafío que implicó el concurso permitió poner a prueba diferentes habilidades.
Además, involucrar actividades competitivas como concursos puede aumentar el interés y la participación de los estudiantes, promoviendo una experiencia de aprendizaje más enriquecedora (Ryan & Deci, 2000).

2.4 Concurso: Cubo de Rubik

El objetivo de esta actividad consistió en que el estudiantado que participó pudiera armar en el menor tiempo posible un cubo Rubik. La propuesta didáctica de este concurso fue promover en el estudiantado habilidades relacionadas con la solución de problemas, el pensamiento lógico matemático, la creatividad, la memoria y la motivación que se generó al realizar dicha actividad.
En el marco del Festival esta actividad ayudó a promover, además de habilidades de razonamiento y creatividad, la colaboración, y participación activa del estudiantado, las cuales son habilidades necesarias para el desarrollo personal y académico de estudiantes del nivel medio superior. En la figura 4 pude verse un ejemplo de uno de los participantes del concurso.

Figura 4. *Participación en concurso del cubo de Rubik*

3. Resultados

Respecto de los resultados obtenidos en la actividad se cuenta con las siguientes estadísticas que permiten identificar la cantidad de participantes en las diferentes actividades realizadas en el marco del festival.
Respecto a la asistencia de las conferencias se tiene que participaron 194 estudiantes de segundo, cuarto y sexto semestre. La distribución de asistencia puede verse en la figura 5.

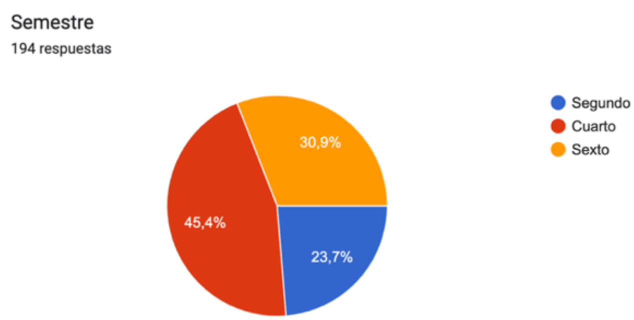


Figura 5. *Asistencia a conferencias por semestre*

En la figura 6 se observa la cantidad de estudiantes que asistieron a las conferencias propuestas. De acuerdo con los intereses del estudiantado, la elección de asistencia a las ponencias se distribuyó del siguiente modo y puede verse que la conferencia titulada Matemáticas de colores, fue la que tuvo mayor audiencia.

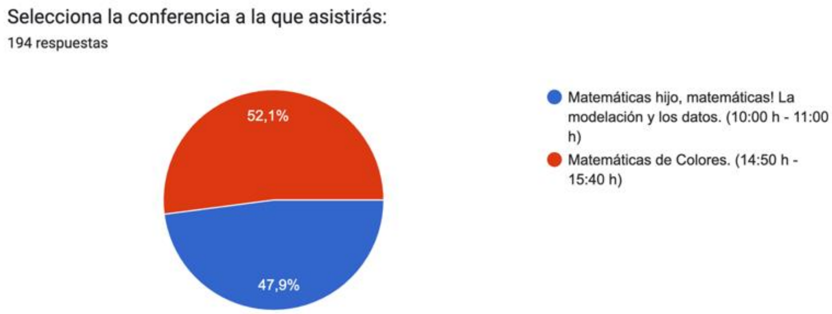


Figura 6. *Distribución de asistencia a conferencias*

Respecto a la asistencia del Rally, se registraron un total de 24 equipos de 4 integrantes dando un total de 96 estudiantes. La distribución de participación puede verse en la siguiente figura 7.

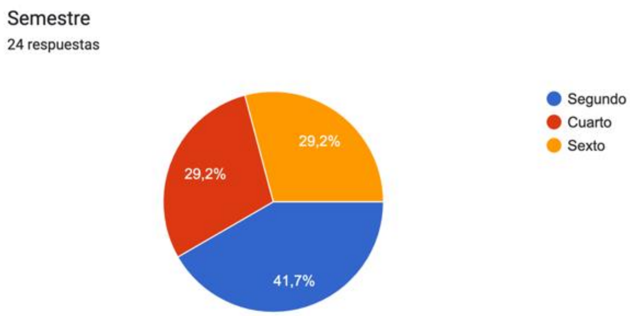


Figura 7. *Distribución de equipos para Rally STEAM*

Para la participación en el concurso de los dígitos de Pi y el concurso del cubo Rubik se registraron respectivamente 24 y 14 estudiantes, como se observa en la figura 8.

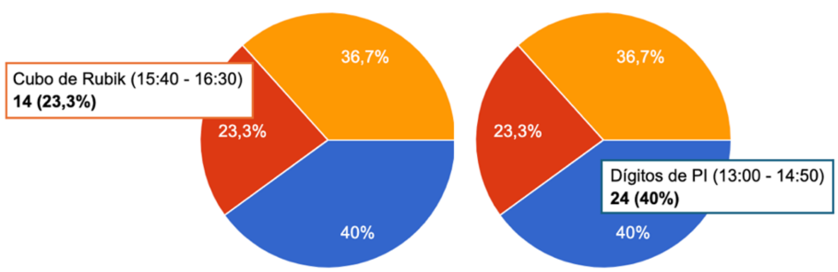


Figura 8. *Distribución de asistentes a los concursos*

4. Discusión y/o análisis.

De acuerdo con la experiencia y el análisis de resultados, se pude inferir que la participación del estudiantado es variada y que la asistencia que tiene mayor participación es con estudiantes de segundo y cuarto semestre. Se infiere que este resultado puede estar influenciado por otras actividades extracurriculares que el estudiantado de sexto semestre tiene y que están relacionadas con su ingreso a la universidad.

ISSN 2448 – 7945

Las ponencias que más llaman la atención entre el estudiantado son aquellas que tienen títulos creativos y que despiertan el interés en las y los asistentes.
Lo anterior implica que la divulgación de las matemáticas y de la ciencia debe despertar el interés para con ello, involucrar a la mayor población posible.
Finalmente, en los dos concursos propuestos, memorizar más dígitos del número Pi tuvo mayor participación que en el cubo de Rubik, de cualquier manera, el número de participantes fue alto y se espera que, en la tercera edición de este festival, la cantidad de participación se incremente.
Respecto a la consolidación de conocimientos matemáticos, estos pudieron verse reflejados en la solución de los acertijos. Las y los jóvenes que participaron demostraron sus habilidades lógico matemáticas al dar solución a problemas complejos al usar sus destrezas en un contexto diferente que el aula.

5. Conclusiones

Trabajar este tipo de experiencias didácticas permite involucrar al estudiantado en las ciencias, además, trabajar con temas referentes a divulgación científica juega un papel fundamental en el aprendizaje y el interés de las y los estudiantes de bachillerato, permitiéndoles explorar y reflexionar sobre conocimientos complementarios al currículo escolar.

Agradecimientos

La primera autora agradece al Fondo para el Fortalecimiento de la Investigación, Vinculación y Extensión (FONFIVE) de la Universidad Autónoma de Querétaro por haber brindado las facilidades necesarias para la realización de este evento.

6. Referencias

Barrientos, L., Osorio, E. A., & Quintero, R. E. (2014). Importancia de la implementación de juegos didácticos en la enseñanza de las matemáticas.
Fernández Barranco, R. (2019). Día Pi: un torneo de matemáticas divertido. http://repositorio.iberopuebla.mx/licencia.pdf
Lou, M., Ahmed, S., & Hetter, K. (2023). ¿Qué es el Día de Pi y por qué se celebra? Esto debes saber. https://cnnespanol.cnn.com/2023/03/14/saber-dia-pi-trax/
Quirós, A. (2004). Educación e investigación. Resumen de las intervenciones. Divulgar las matemáticas. San Sebastián: Nivola.
Ryan, R. M., & Deci, E. L. (2000). Self-Determination Theory and the Facilitation of Intrinsic Motivation, Social Development, and Well-Being. American Psychologist, 55(1), 68–78. https://doi.org/10.1037110003-066X.55.1.68

LA IMPORTANCIA DE LA PERSPECTIVA DE GÉNERO EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS.

Hugo González Siguenza*[1], Anakaren Vega Rodrígez[2] y Juana Castillo Padilla[3]
[1]*Colegio de Ciencias y Humanidades, Plantel Vallejo. Av. de los 100 Metros, S. N., Magdalena de las Salinas, Gustavo A. Madero, 07760 Ciudad de México, CDMX*

AP-POSM041

Resumen

La enseñanza de las matemáticas bajo los modelos tradicionales mantiene un enfoque limitado, centrándose en definiciones ejemplos y ejercicios y en ocasiones algunos docentes tratamos de acercarnos a los problemas de la vida cotidiana de nuestro estudiantado; sin embargo, este intento de vinculación de los conceptos matemáticos con problemas que consideramos cotidianos suele ser poco realista y estar alejado de los sentidos personales del estudiantado.
En este sentido debemos reflexionar sobre las problemáticas actuales de nuestra sociedad y como afectan a la comunidad universitaria, la violencia de género y la exclusión de las mujeres no puede quedar al margen, la enseñanza de las matemáticas desde una perspectiva de género es un campo poco explorado; sin embargo, el Colegio de Ciencias y Humanidades lo incluyo en su revisión y ajuste de programas de estudios de 2024 como uno de sus ejes transversales.
La perspectiva de género la entenderemos como una serie de herramientas teóricas y metodológicas que nos permitirán identificar, cuestionar y valorar la discriminación y la desigualdad hacia las mujeres y poner en marcha acciones para su erradicación, lo cual impactará de manera positiva en la asimetría de género de la matrícula universitaria en las carreas de las áreas fisico-matemáticas.

Palabras clave: *Matemáticas, Perspectiva, Género, Matrícula, Asimetría, Ejes Transversales.*

1. Introducción

En la enseñanza tradicional de las matemáticas es frecuente seguir esquemas cíclicos de definición-ejemplo-ejercicio, suele pensarse que aprender matemáticas se trata de aprender a resolver ecuaciones, graficar, derivar o integrar funciones; además es común que en pocas ocasiones el profesor se preocupe por diseñar acciones que vayan orientadas al aprendizaje de los estudiantes y se enfoque más en su propia enseñanza, otras veces algunos profesores buscamos vincular los conceptos con problemas de la "vida cotidiana" y para ello empleamos ejemplos de lo más pintorescos: "a Juanito sus papás le compraron un auto que gasta 20 litros de

1 *Autor para la correspondencia. E-mail: hugonzalez2@hotmail.com Tel. 5511568402

ISSN 2448 – 7945

combustible por kilómetro, ¿Cuántos litros gastará en un trayecto de 34km?", pero no solemos preguntarnos si tales problemas efectivamente forman parte de la realidad cotidiana de nuestro estudiantado, por ello es importante que la reflexión sobre la problemática actual de la sociedad y nuestro estudiantado, algún momento tendremos que pensar en la violencia de género, muchas de nuestras estudiantes actualmente luchan todos los días contra actitudes machistas, violencia, acoso, entre otras dificultades.

Abordar la enseñanza de las matemáticas desde una perspectiva de género es un campo poco explorado por los docentes y en este sentido el Colegio de Ciencias y Humanidades, fiel a su tradición sigue siendo punta de lanza en el desarrollo de programas de estudio vigentes y actuales vinculados con la realidad de nuestro país, por ello en su revisión curricular 2024, se introdujo a la perspectiva de género como uno de sus ejes transversales. Por ello es conveniente precisar algunas ideas respecto a lo que entenderemos por perspectiva de género.

2. Desarrollo

2.1 Perspectiva de Género

De acuerdo con la Ley General para la Igualdad entre Mujeres y Hombres (2024), la perspectiva de género se refiere "a la metodología y los mecanismos que permiten identificar, cuestionar y valorar la discriminación, desigualdad y exclusión de las mujeres, que se pretende justificar con base en las diferencias biológicas entre mujeres y hombres, así como las acciones que deben emprenderse para actuar sobre los factores de género y crear las condiciones de cambio que permitan avanzar en la construcción de la igualdad de género", así podemos entenderlas como a perspectiva de género son herramientas que muestren las diferencias entre hombres y mujeres debidas a las diferencias culturales asignadas a cada quién además de la determinación biológica.

Por otra parte, de acuerdo con la UNICEF (2017), la perspectiva o visión de género es una categoría analítica que toma los estudios que surgen desde las diferentes vertientes académicas de los feminismos para, desde esa plataforma teórica, cuestionar los estereotipos y elaborar nuevos contenidos que permitan incidir en el imaginario colectivo de una sociedad al servicio de la igualdad y la equidad, además "…es una opción política para develar la posición de desigualdad y subordinación de las mujeres en relación a los varones. Pero también es una perspectiva que permite ver y denunciar los modos de construir y pensar las identidades sexuales desde una concepción de heterosexualidad normativa y obligatoria que excluye".

Este tipo de herramientas nos permitirán identificar problemáticas que bajo otras circunstancias, permanecerían ocultas, como cubiertas por un halo de invisibilidad, por ejemplo, aunque sabemos que comúnmente el estudiantado tiene rechazo hacia las matemáticas, ya sea porque se les consideran tediosas, difíciles o por la imposición del formalismo propio de la materia en las aulas, existen muchos estudios sobre porque los estudiantes en general rehúyen de las matemáticas, sin embarco pocos de ellos se enfocan en el rechazo de las mujeres hacia las matemáticas.

ISSN 2448 – 7945

2.2 Asimetrías en el acceso de las mujeres a carreras STEM

Al respecto hay algunas incipientes aproximaciones, que requieren de mayor estudio, para explicar fuera de toda duda la alarmante asimetría entre hombres y mujeres en el acceso a la educación superior en instituciones como la UNAM y el IPN en carreras de matemáticas, física y las ingenierías, por ejemplo en 2015 la matricula total en la UNAM estaba compuesta por 49.3% de mujeres y 50.7% hombres, es decir se había conseguido paridad en el ingreso, pero la distribución por sexo cambia dependiendo del nivel educativo, plantel, carrera y área del conocimiento, a nivel licenciatura, la ingeniería mecánica eléctrica es donde hay una mayor asimetría: 9 mujeres por cada 100 hombres.
El mismo año, pero en el Instituto Politécnico Nacional (IPN) la situación se tornaba un tanto más alarmante, la matricula en este caso estuvo compuesta por 61.27% de hombres y 38.27% de mujeres, es decir el proceso de matrícula paritaria ha sido más lento, en 2015 en el nivel Medio superior el Centro de Estudios Científicos y Tecnológicos 9 (CECyT) tenía el 84.58% del total de su matricula compuesta por varones, mientras que a nivel superior, la escuela con mayor asimetría en su matrícula fue ESIME Azcapotzalco con el 89.23% de varones contra el 10.76% de mujeres.

2.3 Algunas explicaciones plausibles

La problemática descrita anteriormente puede tener varias explicaciones plausibles, como la existencia de estereotipos y estigmas heredados de la cultura patriarcal, no refiere Norma Blázquez Graff que "desde pequeñas nos enseñan que no somos capaces para ciertas disciplinas, y socialmente se intenta que no nos gusten", desde la primera infancia hay una diferenciación marcada en los juegos y los juguetes destinados para niños y niñas, se dirige a ambos géneros a determinados saberes de manera inconsciente desde que llegan al mundo, continua Blázquez indicando que "Se han hecho investigaciones donde se muestra que hasta los nueve años las niñas tienen el mismo interés que los niños en área como física y matemáticas, pero conforme crecen ya no se interesan, porque la consigna de género las empuja a dedicarse al cuidado, a campos de la salud, y no a matemáticas, física o ingeniería".
También juega un papel en la elección de carrera las dificultades que cada licenciatura puede poner en el desarrollo profesional, por ejemplo, en las carreras masculinizadas las mujeres ven mayor dificultad para empatar su desarrollo profesional con su vida personal y la maternidad que los hombres respecto a su paternidad.
Aunado a lo anterior, podemos identificar un problema persistente, a través de la historia de la ciencia, el papel de las mujeres ha pasado de la exclusión a la marginación, han sido diversas luchas y esfuerzos tanto sociales como institucionales encaminados a lograr una distribución de género más paritaria en el acceso a la ciencia, la educación y la tecnología, sin embargo, hace falta mucho camino por recorrer para llegar a la meta, es necesario identificar lo que Miranda Fricker denominó injusticias epistémicas, de las cuales hay dos tipos: testimoniales y herméneuticas, la primera ocurre cuando el conocimiento de una persona es ignorado o su credibilidad es cuestionada por la pertenencia de esta persona a un determinado grupo social (como

ser mujer, o una persona negra, por ejemplo), mientras que la segunda ocurre cuando la experiencia de una persona no es comprendida (por ella misma o por los demás) porque no hay ningún concepto disponible que pueda identificar o explicar adecuadamente aquella experiencia, en esta ponencia nos enfocaremos específicamente al primer tipo, haciendo énfasis al “Efecto Matilda”, ejemplos de mujeres que lo han padecido y las funestas consecuencias que aun padecen las adolescentes y niñas en edad escolar y que dificultan su acceso paritario en carreras de las ciencias físico-matemáticas y de las ingenierías.

El trabajo femenino ha sido tan poco reconocido que muestra de ello es el hecho de que solo cuatro mujeres han obtenido el premio Nobel de Física: Marie Curie en 1903 y 1911, por el descubrimiento de elementos radiactivos y, Maria Goeppert-Mayer en 1963 por sus descubrimientos sobre el núcleo de los átomos, y mucho más recientemente por Donna Strickland en 2018 por su método de generar pulsos ópticos ultracortos de alta intensidad y Andrea M. Ghez en 2020 por el descubrimiento de un objeto supermasivo al centro de nuestra galaxia.

Por otra parte, no existe un Premio Nobel de Matemáticas, en su lugar existe la Medalla Fields que se instauró en 1936 y se concede a personas menores de 40 años que hayan hecho aportaciones sobresalientes para el desarrollo de las matemáticas, en este caso solo dos mujeres ha ganado la medalla Fields: Maryam Mirzajani en 2018 por sus importantes aportaciones en el estudio de los espacios del módulo de las superficies de Riemann y Maryna Viazovska en 2022 por su trabajo del empaquetamiento de esferas en la dimensión 8 y por otras contribuciones a problemas de interpolación en el análisis de Fourier.

Lo anterior nos puede ayudar a comprender que hay una segregación sistemática de las mujeres en la vida académica y sus logros son poco reconocidos. Se requiere contar con más modelos femeninos a los cuales nuestras estudiantes puedan emular y así contribuir a romper algunos estereotipos de género en el aula.

2.4 Algunas alternativas posibles

Se pueden atacar estas problemáticas desde diferentes ángulos, por ejemplo, desde la docencia en matemáticas evitar reproducir estereotipos de género en el aula, también podemos incorporar las aportaciones de mujeres en los campos de las ciencias fisicomatemáticas y dotar así de más modelos femeninos para que nuestras estudiantes tengan más referentes a quien emular y así contribuir a romper algunos estereotipos de género en el aula.

La inclusión de la perspectiva de género desde los programas de estudio como un eje transversal a todas las asignaturas y particularmente a las pertenecientes al área de matemáticas es un gran acierto institucional e incluye una modificación del lenguaje en que esta redactado cada programa, así como de una serie de estrategias sugeridas con este enfoque para su implementación en las aulas.

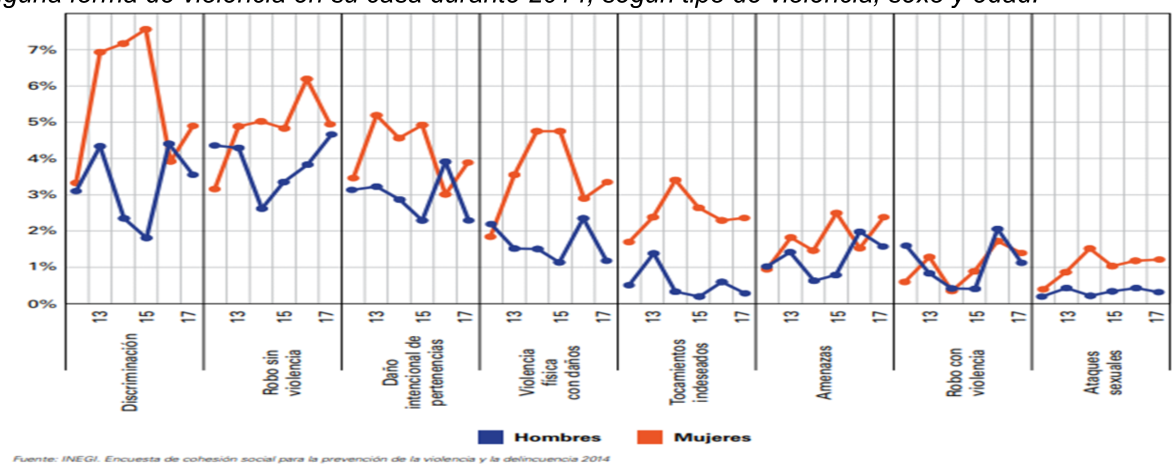
Para no dejar la ponencia solo en una disertación teórica se retomará aquí un ejemplo de una estrategia didáctica para la enseñanza y aprendizaje de la relación entre dos variables cualitativas, sus gráficos y su interpretación.

ISSN 2448 – 7945

2.5 Diseño de una estrategia didáctica con perspectiva de género.

Para quienes nos encontramos inmersos en cuestiones de perspectiva de género, es común leer informes y estudios que contienen información relevante al respecto, por ejemplo en el "Panorama estadístico de la violencia contra niñas, niños y adolescentes en México", publicado por la UNICEF en el 2019, se refieren los índices de percepción de violencia en menores de edad en 47 ciudades de la República Mexicana, la siguiente gráfica fue extraída de dicho material:

Gráfica 1
Porcentaje de adolescentes entre 12 y 17 años, residentes en 47 ciudades que reportó haber sufrido alguna forma de violencia en su casa durante 2014, según tipo de violencia, sexo y edad.



Quien tenga buen ojo para la estadística podrá notar algunos detalles interesantes en la gráfica: la mayoría de las violencias son percibidas en mayor medida por las niñas que por los niños, en todos los tipos de violencia reportados existen cruces en algún punto entre los reportes hechos por hombres y mujeres, salvo en dos tipos de violencia: los de índole sexual, en estos tipos de violencia hay una predominancia absolutamente mayor en las percepciones de las mujeres.
De este modo surgió la idea de aplicar varios grupos de estudiantes una encuesta controlada, las mismas preguntas y a partir de los resultados que arroje, observar si las gráficas tienen el mismo comportamiento y de ser el caso, contrastar que el estudiantado pueda llegar a las mismas conclusiones.
De este modo se desarrolló la actividad: en un primer momento se diseñó la encuesta en un formulario empleando la plataforma Microsoft Forms, se aplicó a cinco grupos de estadística y probabilidad 1 del ciclo 2020-2021, se organizaron los datos y se presentaron los resultados de la encuesta al estudiantado en una estrategia didáctica.

La encuesta tuvo las siguientes características:
Población: Alumnos de 6° semestre del CCH-Vallejo
Edades de los alumnos: entre 17 y 19 años de edad.
Muestra: 117 estudiantes de mis grupos de estadística (45 varones y 72 mujeres)
Instrumento: Encuesta en línea, consistente en 10 preguntas.

ISSN 2448 – 7945

La estrategia consistió en organizar y categorizar los datos y completar una tabla de doble entrada, graficar los datos de acuerdo con los porcentajes de estudiantes que reportaron cada tipo de violencia clasificados por sexo.

Tabla 1
Tabla para que el estudiantado la complete y ordene los datos contenidos en la encuesta con estudiantes.

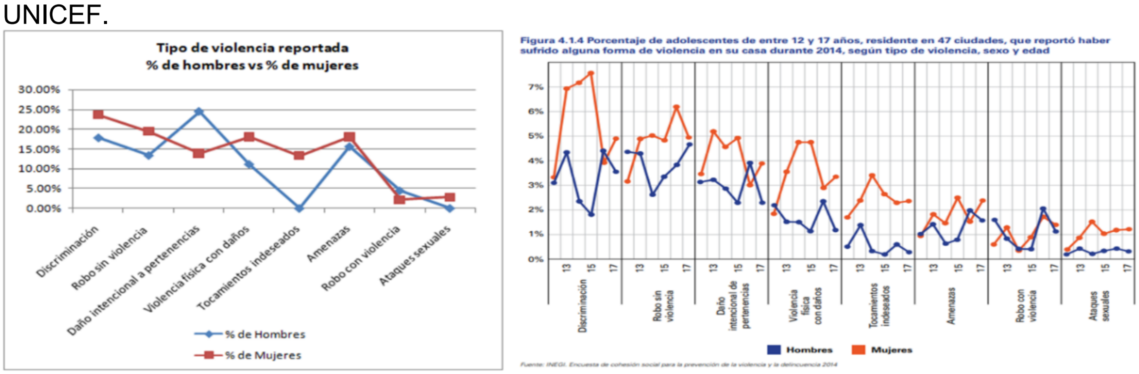
Tipo de Violencia reportada	% de Hombres	% de Mujeres
Discriminación	(8/45)*100=17.77%	(17/72)*100=23.61%
Robo sin violencia	(6/45)*100=13.33%	(14/72)*100=19.44%
Daño intencional a pertenencias		
Violencia física con daños		
Tocamientos indeseados		
Amenazas		
Robo con violencia		
Ataques sexuales		

Se solicitó al estudiantado que comparasen sus gráficas con las gráficas presentadas por la UNICEF y una serie de cuestionamientos para indagar sobre el nivel de profundidad de la comprensión de la relación entre las variables y sus implicaciones sociales: la gráfica obtenida con los datos de la encuesta aplicada a estudiantes es bastante similar a la de la UNICEF, lo cual indica que los datos a pesar de haber pasado más de media década, siguen siendo vigentes.

3. Resultados

La mayoría del estudiantado logró identificar las similitudes y diferencias entre la gráfica que obtuvieron con los resultados de la encuesta aplicada a estudiantes y la gráfica proporcionada por UNICEF. Al cuestionar si pudiéramos afirmar basándonos en los resultados de este ejercicio que las mujeres sufren violencia sistemática en mayor proporción que los hombres, las respuestas obtenidas en general eran similares a las siguientes:

Gráfica 2
Comparativa de los resultados de la encuesta aplicada a estudiantes con la encuesta del estudio de UNICEF.



ISSN 2448 – 7945

"Si, ya que al interpretar la gráfica se puede observar que en la mayoría de los casos el porcentaje de mujeres que han sufrido alguno de estos tipos de violencia es mayor, además que en 2 tipos de violencia el porcentaje de hombres es de 0% en cambio las mujeres tienen un porcentaje de 13.33% en tocamientos indeseados y un 2.78% para ataques sexuales".

"Hay un gran y lamentable contraste entre ambos sexos en lo que respecta a 2 criterios que van más hacia lo "sexual". Un 8.33% de las mujeres han sufrido tocamientos indeseados, mientras que los hombres definitivamente no (hay un 0.0%). Se registra que 2.78% de las mujeres han sufrido ataques sexuales, mientras que los hombres no, nuevamente les corresponde un 0.0%".

Sobre el cuestionamiento ¿podríamos afirmar basándonos en los resultados de este ejercicio que las mujeres sufren violencia sistemática en mayor proporción que los hombres?, dos respuestas particularmente interesantes fueron:

"Si, ya que estadísticamente y por el sistema patriarcal en el que vivimos como sociedad y por lo cual hay machismo en su máxima expresión el cual afecta a las mujeres, tristemente hasta que no haya un cambio generacional en valores no podremos acabar con esta violencia"

"¿Por qué el hombre muestra menor porcentaje? Mi respuesta a la pregunta planteada podría sonar fácil de responder para una mujer o posiblemente para algún hombre, es algo que estará en debate y creará polémica mientras sigan existiendo personas con mentalidad conservadora. No hay que dejar de lado a los hombres porque también forman parte del sistema, el patriarcado. La mayoría de los hombres crecieron y están con esta autoridad de ser el que siempre manda, pero, hay que reconocer que no todos están dentro de ella y unos cuantos quieren romper esta barrera, pero muchos de ellos no lo hacen por miedo a las burlas que podrían recibir por parte de amigos y familiares".

4. Discusión y/o análisis.

Con esta estrategia se abordan los diversos problemas de género en el aula, por un lado, se atacan contenidos declarativos al diseñar una estrategia de enseñanza-aprendizaje para el tema de análisis e interpretación datos bivariados, además de retomar contenidos actitudinales y procedimentales al basar la estrategia en la realidad cotidiana del estudiantado.

Por otra parte, la estrategia también se puede emplear en el nuevo enfoque de la revisión y ajuste de los programas de estudio de Estadística y Probabilidad I y II, al retomar la Perspectiva de Género como uno de sus ejes transversales al visibilizar la existencia de diversos tipos de violencia y sensibilizar a la población estudiantil a mi alcance sobre lo arraigada y normalizada que se encuentra la violencia en general y la violencia contra las mujeres en particular.

Si además incluimos aportaciones hechas por mujeres a cada campo del saber, estamos dotando a nuestras alumnas de modelos de científicas a quienes puedan admirar y emular, lo cual impactará positivamente en el equilibrio en el acceso de la matrícula a nivel superior.

5. Conclusiones

ISSN 2448 – 7945

Se realizó esta actividad para contribuir a visibilizar distintos tipos de violencia, los cuales si bien todos somos susceptibles de padecerla (y ejercerla), las mujeres son víctimas en mayor medida de ciertos tipos de violencia, particularmente la violencia sexual.

Es necesario elaborar nuevos materiales para abordar las asignaturas del Área de Matemáticas, que puedan atacar los ejes transversales, particularmente el de la Perspectiva de Género tiene muchas oportunidades en asignaturas como la estadística y probabilidad, ya que nos permiten analizar bancos de datos y darles significado.

Se ha mostrado que es posible diseñar actividades que generen conciencia y sensibilizan a la población estudiantil (y docente) respecto a este y muchos otros problemas sociales, aplicando los conocimientos adquiridos al entendimiento de la realidad de los estudiantes y la transformación de esta.

El rescate de los aportes de muchas mujeres y su incorporación al currículum (sea formal u oculto) no solo supone hacer un poco de justicia para las autoras de los aportes, sino, y esto es aún más importante, dotar a las estudiantes de modelos femeninos a los cuales poder emular y contribuir a romper algunos estereotipos de género en el aula.

6. Referencias

Blázquez, N. (2020). Alrededor del 30 por ciento de la ciencia en el mundo la hacen mujeres. Boletín UNAM-DGCS-117, Ciudad Universitaria. Febrero de 2020. Recuperado de: https://www.dgcs.unam.mx/boletin/bdboletin/2020_117.html

Buquet, A. (2017). Trayectorias de mujeres Educación técnico-profesional y trabajo en México. Cepal, Noruega. https://www.cepal.org/es/publicaciones/41567-trayectorias-mujeres-educacion-tecnico-profesional-trabajo-mexico

LEY GENERAL PARA LA IGUALDAD ENTRE MUJERES Y HOMBRES (2024), Ar´ticulo5, sección IV. Última reforma publicada DOF 16-12-2024, México. Recuperado de: https://www.diputados.gob.mx/LeyesBiblio/pdf/LGIMH.pdf

UNICEF, (2017). Perspectiva de género. Fondo de las Naciones Unidas para la Infancia, UNICEF: Buenos Aires. Recuperado de: https://www.unicef.org/argentina/sites/unicef.org.argentina/files/2018-04/COM-1_PerspectivaGenero_WEB.pdf

CIEG-UNAM. (2016). Brecha Estudiantil. Recuperado de: https://tendencias.cieg.unam.mx/brecha_estudiantil.html

Fricker, M. (2007). Injusticia epistémica. Editorial Herder, México.

ISSN 2448 – 7945

UNICEF (2014), Panorama estadístico de la violencia contra niñas, niños y adolescentes en México. Recuperado de: https://www.unicef.org/mexico/media/1731/file/UNICEF%20PanoramaEstadistico.pdf

Ortiz, E. (2020). Mujeres en Física. Boletín números y género #28. CIEG-UNAM. Recuperado de: https://tendencias.cieg.unam.mx/boletin-28.html

ISSN 2448 – 7945

UN ANÁLISIS DE LAS CURVAS ENVOLVENTES DE BÉZIER CON ENFOQUE GEOMÉTRICO

Márquez Ortega Domingo[1, *], [1]Pineda Becerril Miguel de Nazareth[2] y García León Omar[3]
[1,2,3]*Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, UNAM*
Km 2,5 carretera Cuautitlán -Teoloyucan
San Sebastián Xhala, Cuautitlán Izcalli
Estado de México. C.P. 54714

EN-POSM044

Resumen

El análisis tiene como objetivo explorar las propiedades y aplicaciones geométricas de las curvas envolventes de Bézier, destacando su capacidad para modelar formas complejas en el diseño computacional y su relevancia en la ingeniería, gráficos por computadora y diseño industrial.

Las curvas de Bézier, con su antecedente fueron introducidas por Pierre Bézier en los años 60, son ampliamente utilizadas en gráficos por computadora debido a su capacidad para representar curvas suaves mediante puntos de control. Estas curvas están basadas en combinaciones lineales (sustento teórico) de funciones polinómicas de Bernstein, lo que permite controlar su forma a través de una distribución precisa de dichos puntos.

Se realizó bajo un desarrollo o metodología de un análisis geométrico para derivar las propiedades de las envolventes de curvas de Bézier mediante sus ecuaciones paramétricas y su relación con las tangentes y normales. Además, se exploraron casos prácticos en dos y tres dimensiones, empleando herramientas computacionales para visualizar y manipular las curvas. Se evaluaron las variaciones en las formas según la posición y cantidad de puntos de control.

El estudio concluyó con los resultados que las envolventes de las curvas de Bézier ofrecen una herramienta versátil para modelar geometrías complejas con alta precisión y suavidad. Se identificó que los puntos de control determinan tanto la curvatura como el alcance de las envolventes. Este enfoque geométrico facilita la comprensión intuitiva y optimización de las curvas, aportando soluciones prácticas en disciplinas como el diseño automotriz y animación por computadora.

***Palabras clave**: Curvas de Bézier, Envolventes geométricas, Puntos de control, Modelado computacional, Funciones de Bernstein.*

1. Introducción

Para el diseño asistido, es aconsejable utilizar representaciones simplificadas de curvas y superficies que impliquen operaciones básicas, como sumas y

1 *Autor para la correspondencia. E-mail: marquez_od@yahoo.com.mx Tel. 55-21-80-82-63, Fax 56-23-18-90

multiplicaciones. En este sentido, una opción razonable y eficiente es el uso de parametrizaciones polinómicas. De este modo, es posible representar curvas polinómicas de grado n, tal como se ilustra en la Ecuación (1):

Ecuación 1. $$c(t) = a_0 + a_1 t + \cdots + a_n t^n \qquad t \in [0,1]$$

Donde cada coeficiente a_i representa un punto en el plano o en el espacio, dependiendo de la dimensión en la que se trabaje. La interpretación de estos coeficientes se relaciona con los valores que adopta la curva en las proximidades del punto inicial, dado que $c(0) = a_0$. En esencia, estos coeficientes corresponden a las derivadas de la parametrización en $t = 0$, como se expresa en la Ecuación (2).

Ecuación 2. $$a_i = \frac{c^i(0)}{i!}$$

Por lo tanto, no es evidente determinar el comportamiento global de la curva. En el ámbito del diseño, es común analizar la curva desde distintas perspectivas, aplicando operaciones básicas como rotaciones y traslaciones, e incluso generando deformaciones según los requerimientos específicos de la aplicación. Esto provoca que el comportamiento de los coeficientes sea impredecible. Como se observa, bajo transformaciones afines, la interpretación de los coeficientes se complica, ya que solo a_0 representa un punto —el origen de la curva—, mientras que los coeficientes restantes corresponden a las derivadas de la parametrización. Por esta razón, resulta conveniente emplear una representación alternativa a las polinómicas.

Una alternativa a la base canónica $\{1, 1, \ldots t^n\}$ para los polinomios de grado nn o inferior es la proporcionada por los polinomios de Bernstein. Estos polinomios desempeñan un papel fundamental en la teoría de la aproximación, donde se utilizan para demostrar el teorema de Weierstrass sobre la aproximación uniforme de funciones continuas mediante polinomios. Su construcción se basa en la fórmula dada por el binomio de Newton, como se expresa en la Ecuación (3).

Ecuación 3. $$(x + a)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^k a^{n-k}, \quad \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Si se toma $x = t$, $a = 1 - t$ en la expresión anterior, se obtiene la Ecuación (4).

Ecuación 4. $$1 = (t + 1 - t)^n = \sum_{k=0}^{n} B_K^N(t), \qquad B_k^n(t) = \binom{n}{k} t^i (1-t)^{n-1}$$

Donde $B_k^n(t)$ representa el polinomio $i - ésimo$ de Bernstein de grado n, utilizado en la construcción y análisis de curvas de Bézier.

ISSN 2448 – 7945

2. Metodología o desarrollo

Por ejemplo, los polinomios de Bernstein de grado dos se definen de la siguiente manera, como se muestra en la Ecuación (5).

Ecuación 5. $$B_0^2(t) = (1-t)^2.\, B_1^2(t) = 2t(1-t),\, B_2^2(t) = t^2$$

Estos polinomios constituyen una base alternativa $\{B_0^n(t), \dots, B_n^n(t)\}$ para el espacio de los polinomios de grado n o inferior en una variable t. En comparación con la base canónica, presentan la ventaja de que todos los polinomios en la base tienen el mismo grado, lo que facilita su manipulación en diversas aplicaciones.

El polinomio $i - ésimo$ de Bernstein, $B_n^n(t) = t^n$, coincide con el último polinomio de la base canónica, según (Burden, 1985). El polinomio anterior, $B_n^n(t) = n(t^{n-1} - t^n)$, involucra únicamente dos polinomios de la base canónica. Siguiendo este patrón, el polinomio $B_k^n = (t)$ contiene el término $(1-t)^{n-1}$ y presenta coeficientes no nulos solo para los monomios $t^k, \dots., t^n$. Como resultado, la matriz de cambio de base es triangular superior, tal como se muestra en la Ecuación (6).

Ecuación 6. $$\begin{pmatrix} B_0^n(t) \\ . \\ . \\ . \\ B_n^n(t) \end{pmatrix} = \left(\begin{bmatrix} 1 & \cdots & -1^n \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}\right) \begin{pmatrix} 1 \\ . \\ . \\ t^n \end{pmatrix}$$

Por esta razón, el determinante de la matriz de cambio de base se obtiene como el producto de los términos de la diagonal principal, los cuales corresponden a los coeficientes del monomio de menor grado en cada polinomio $B_k^n = (t)$. Dado que estos coeficientes son no nulos y están dados por $\binom{n}{k}$, se concluye que el determinante es distinto de cero. En consecuencia, los polinomios de Bernstein constituyen una base para el espacio de los polinomios de grado n o inferior.

Las curvas polinómicas de grado n pueden expresarse como una combinación lineal de los polinomios de Bernstein. Esta representación permite una formulación más estable y flexible en diversas aplicaciones, facilitando el control de la forma de la curva a través de sus coeficientes.

Ecuación 7. $$c(t) = \sum_{k=0}^{n} c_k B_k^n(t)\,, \quad t \in [0,1]$$

Todos los coeficientes c_k representan puntos en el plano o en el espacio afín, dependiendo de si la curva es plana o espacial. Estos coeficientes corresponden a los vértices del polígono de control $\{c_0 \dots. c_n\}$ de la curva de Bézier $c(t)$. En general, una curva de grado n cuenta con un polígono de control compuesto por $n+1$ vértices, los cuales determinan su forma y propiedades geométricas.

Es importante destacar que la parametrización $c(t)$ está definida en el intervalo $[0,1]$. Dos de los vértices del polígono de control tienen una interpretación directa. Según la expresión de los polinomios de Bernstein, mostrada en la Ecuación (4), se observa que $B_k^n(0) = 0$ para cualquier valor de n, excepto cuando $k = 0$, en cuyo $B_0^n(0) = 1$. De manera similar, $B_k^n(0) = 0$ para todos los valores de k, excepto cuando $k = n$, ya que en este caso no aparece el término $(1-t)$, lo que lleva a que $B_n^n(1) = 1$.

Ecuación 8. $$c(0) = \sum_{k=0}^{n} c_k B_k^n(0) = c_0 \qquad c(1) = \sum_{k=0}^{n} c_k B_k^n(1) = c_n$$

Por lo tanto, la curva siempre pasa por los vértices c_0, c_n.

3. Resultados

De hecho, estos son los únicos vértices del polígono de control por los que la curva pasa. Como se puede observar, los demás vértices están relacionados con las derivadas sucesivas de la parametrización.

El polígono de control permite manipular la forma de la curva, según (Foley, 1992). Sin embargo, este control no es local, ya que, al desplazar un vértice, toda la curva se ve afectada. Esto se ilustra en la Figura 1, donde los vértices A y E corresponden al inicio y al final de la curva, respectivamente.

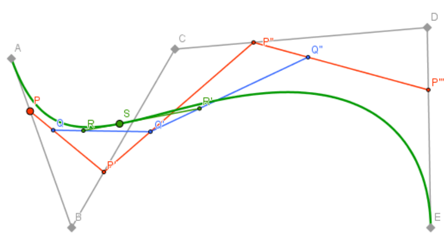


Figura 1. *Una curva de Bézier siempre pasa por el primer y el último vértice del polígono de control, lo que garantiza que la curva inicie en c_0 y termine en c_n, proporcionando un control preciso sobre sus puntos extremos.*

ISSN 2448 – 7945

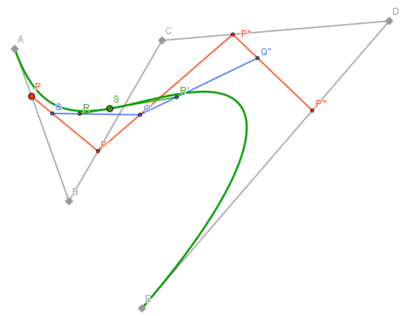


Figura 2. *Al mover el vértice E de una curva de Bézier, la deformación afecta principalmente la región más próxima a dicho vértice, modificando la forma local de la curva sin alterar su paso por los puntos de inicio y fin.*

Como se puede observar, el desplazamiento del vértice E en la Figura 2 da lugar a una curva de Bézier completamente diferente a la que se trazó en la Figura 1.

La parte de la curva más próxima al vértice en cuestión se ve más afectada por los desplazamientos. Esto se debe a que el máximo del polinomio $i - ésimo$ de Bernstein ocurre en $t = k \,/\, n$, lo que hace que las modificaciones en ese vértice influyan principalmente en la región cercana a él.

Ecuación 9. $$0 = \frac{dB_k^n(t)}{dt} = \frac{n!}{k!(n-k)!}t^{k-1}(1-t)^{n-k-1}\{k(1-t)-(n-k)t\} \rightarrow nt = k.$$

Por lo tanto, la variación del vértice k tiene un impacto mayor en los valores de $c(t)$ cercanos al punto donde se alcanza el máximo.

4. Discusión y/o análisis.

Esta propiedad se ve optimizada cuando se utilizan curvas polinómicas por tramos. (Knuth, D. 1986). Una característica importante de la representación de Bézier, que se deriva inmediatamente de la fórmula en la Ecuación (4), es que la suma de los polinomios de Bernstein de grado n es igual a la unidad. Esto implica que la parametrización de la curva en la Ecuación (7) constituye una combinación baricéntrica de los vértices del polígono de control, lo que facilita su manipulación y análisis en aplicaciones de diseño computacional.

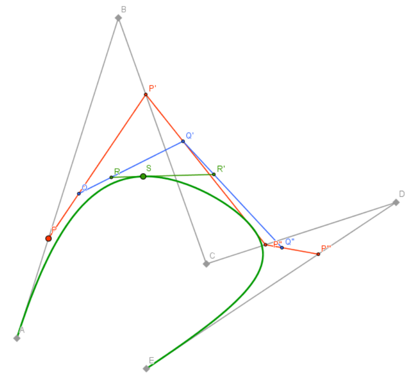


Figura 3. *La curva de Bézier permanece contenida dentro de la envolvente convexa de su polígono de control, lo que garantiza estabilidad y previsibilidad en su comportamiento, facilitando su uso en aplicaciones de diseño y modelado computacional.*

Además, la curva de Bézier facilita la transformación de la curva mediante una aplicación afín F, ya que:

Ecuación 10. $$f\big(c(t)\big) = f\Big(\sum_{k=0}^{n} c_k B_k^n(t)\Big) = \sum_{k=0}^{n} f(c_k) B_k^n(t)$$

Es decir, la curva imagen tiene como polígono de control la imagen del polígono primitivo, $\{f(c_0), \ldots, f(c_n)\}$.

Algoritmo de Bézier, como se muestra en la Figura 4.

```c
#include <stdio.h>

// Función para calcular la curva de Bézier cúbica
void bezierCubic(double t, double p0[2], double p1[2], double p2[2], double p3[2], double result[2]) {
    double u = 1 - t;
    double tt = t * t;
    double uu = u * u;
    double uuu = uu * u;
    double ttt = tt * t;

    result[0] = uuu * p0[0] + 3 * uu * t * p1[0] + 3 * u * tt * p2[0] + ttt * p3[0];
    result[1] = uuu * p0[1] + 3 * uu * t * p1[1] + 3 * u * tt * p2[1] + ttt * p3[1];
}

int main() {
    double p0[2] = {0.0, 0.0};   // Punto inicial
    double p1[2] = {1.0, 2.0};   // Punto de control 1
    double p2[2] = {2.0, 2.0};   // Punto de control 2
    double p3[2] = {3.0, 0.0};   // Punto final

    int steps = 10; // Número de puntos a calcular en la curva
    double result[2];

    printf("Puntos de la curva de Bézier cúbica:\n");
    for (int i = 0; i <= steps; i++) {
        double t = (double)i / steps;
        bezierCubic(t, p0, p1, p2, p3, result);
        printf("(%.2f, %.2f)\n", result[0], result[1]);
    }

    return 0;
}
```

Figura 4. *Implementación de una curva cúbica de Bézier en lenguaje C, basada en el algoritmo de De Casteljau. Esta representación permite calcular puntos intermedios de la curva a partir de cuatro puntos de control, garantizando una interpolación suave y precisa.*

Memorias del Congreso Internacional sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán
8 y 9 de mayo del 2025, Cuautitlán Estado de México
ISSN 2448 – 7945

Los polinomios de Bernstein son útiles para deducir las propiedades fundamentales de las curvas de Bézier, pero no ofrecen una forma eficiente de construirlas. La forma tradicional de trazarlas se basa en el algoritmo de De Casteljau. La demostración de la equivalencia con la construcción de Bernstein se logra mediante recursividad, utilizando la generalización de la siguiente fórmula de la Ecuación (11):

Ecuación 11. $$c(t) = \sum_{k=0}^{n-r} c_k^r(t) B_k^{n-r}(t)$$

El caso $r = 0$ es trivial. Supóngase que la fórmula es cierta para $r - 1$, a partir de lo cual se obtiene la Ecuación (12).

Ecuación 12. $$c(t) = \sum_{k=0}^{n+1-r} c_k^{r-1}(t) B_k^{n+1-r}(t)$$

Nótese que la fórmula en la Ecuación (11) expresa el algoritmo de De Casteljau, y que se pueden reemplazar $n - r$ interpolaciones por los polinomios de Bernstein de grado $n - r$.

5. Conclusiones

Las curvas más importantes utilizadas actualmente en el diseño computacional son las representaciones de las superficies de Bézier y los B-Splines. Estas fueron desarrolladas por dos matemáticos franceses, Bézier y De Casteljau, quienes emplearon polinomios en sus desarrollos. Estas técnicas fueron aplicadas inicialmente en robótica y, posteriormente, en el cálculo numérico en ingeniería, contribuyendo al incipiente diseño computacional de los años 60, especialmente en la industria automotriz.

Las ventajas del algoritmo de De Casteljau residen en su sencillez y en el hecho de que solo involucra sumas y términos positivos, lo que le confiere robustez al realizar cálculos con aritmética de coma flotante. Esto permite una mayor estabilidad numérica durante la ejecución de los algoritmos en computadoras.

6. Referencias

Burden, R., & Douglas, F. (1985). *Análisis numérico*. México: Editorial Iberoamérica.

Foley, J. D., van Dam, A., Feiner, S. K., & Hughes, J. F. (1992). *Computer graphics: Principles and practice in C* (2nd ed.). Addison Wesley.

Knuth, D. (1986). *Metafont: The Program*, Addison-Wesley, pp. 123-131. Excellent discussion of implementation details; available for free as part of the TeX distribution.

ESTADÍSTICA PARA LA PAZ: ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA TRANSVERSALIZAR MATEMÁTICAS Y CULTURA DE PAZ EN BACHILLERATO.

Rivera Sánchez Dulce Gabriela [1*], Lara Sáenz Noemí Gabriela [2] y Marín Ortiz Giovanni [3]

[1,2,3] *Universidad Autónoma de Querétaro. Escuela de Bachilleres, Plantel Sur. Cto. Moisés Solana, zona dos extendida, Balaustradas, 76070*

ID-POSM045

Resumen

El pensamiento crítico es una habilidad necesaria en un mundo con un flujo masivo de información y un creciente uso de inteligencia artificial, además, es esencial para la participación activa en la sociedad. Por ello, se requieren estrategias educativas que promuevan tanto el análisis crítico como la acción ciudadana en problemáticas sociales como la discriminación, la violencia y la desigualdad, temas que deben atenderse para fomentar una cultura de paz.
El Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP) se presenta como una metodología efectiva para abordar estos retos, al fomentar el trabajo colaborativo, la investigación y la reflexión. La Estadística, por su parte, permite recopilar, organizar y presentar información confiable, siendo clave para analizar problemáticas sociales y proponer soluciones fundamentadas.
El objetivo de este trabajo fue diseñar y aplicar una estrategia didáctica basada en proyectos que integren la Estadística con temas de cultura de paz, fortaleciendo el pensamiento crítico y la participación ciudadana en estudiantes de nivel medio superior. Esta estrategia se implementó con cuatro grupos de una Escuela de Nivel Medio Superior en México, consistiendo en la entrega de cuatro avances y una exposición final, reforzando conceptos estadísticos como tipos de variables, tablas de distribución de frecuencias, gráficos y medidas descriptivas.
De más de 20 proyectos entregados, tres fueron asesorados para redactarse como reportes; uno de ellos se publicó en un diario estatal. Esto evidencia el interés y capacidad de las y los jóvenes para analizar su entorno y comunicar problemáticas sociales utilizando herramientas estadísticas.

Palabras clave: aprendizaje, análisis, *evaluación*[1].

1. Introducción

En la actualidad, la educación presenta retos importantes relacionados no solamente con el uso de la tecnología, sino también por los problemas sociales que surgen de las relaciones humanas.
Por un lado, el flujo masivo de información facilita el acceso a la misma, pero también permite la difusión de datos falsos o manipulados. Por esta razón, la educación debe enfocarse en desarrollar en las y los estudiantes habilidades que les permitan desempeñarse de manera activa, crítica y competente en la sociedad (Mantilla-Valcárcel, 2019).

[1] **Autor para la correspondencia E-mail: dg.rivasan@gmail.com*

Un segundo reto es el uso de la Inteligencia Artificial (IA), que permite a las y los estudiantes buscar y parafrasear información de páginas web y documentos, resolver problemas matemáticos e incluso redactar parcial o totalmente trabajos académicos (Díaz-Arce, 2023; Saz-Pérez y Pizà-Mir, 2024). Aunque las herramientas que ofrecen las IA pueden ser valiosas (Saz-Pérez y Pizà-Mir, 2024), su uso indebido genera preocupación en la comunidad docente, puesto que podría debilitar habilidades vinculadas al pensamiento crítico, como la capacidad de análisis, autorregulación y síntesis.

John Dewey (1910) define el pensamiento crítico como la: "consideración activa, persistente y cuidadosa de una creencia o supuesta forma de conocimiento a la luz de los fundamentos que la sustentan y las conclusiones posteriores a las que se llega”. Esta definición resalta la importancia que posee el pensamiento crítico para cuestionar el origen de nuestras creencias y evaluar la confiabilidad de las fuentes de información que empleamos para conocer y aprender sobre nuestro entorno. Según Romero-Martin y Chávez-Angulo (2021), el pensamiento crítico “rebasa el plano personal y trasciende al plano social” (p. 17), permitiendo a las y los jóvenes analizar temas complejos relacionados con el medio ambiente y los derechos humanos, participar en la construcción de la paz, y buscar soluciones pacíficas a los conflictos.

Considerando lo anterior, el Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP), en conjunto con las herramientas que proporciona la Estadística, permite abordar estos retos al fomentar el trabajo colaborativo, la investigación, la reflexión y el análisis de problemáticas sociales, así como la elaboración de propuestas fundamentadas. Por ello, el objetivo de este trabajo fue diseñar y aplicar una estrategia didáctica basada en proyectos que integrara la Estadística con temas de cultura de paz, fortaleciendo el pensamiento crítico y la participación ciudadana en estudiantes adolescentes.

El diseño de la presente estrategia se basa en las tres fases del ABP propuestas por Zambrano et al. (2022). En la fase inicial se debe seleccionar un tema basado en la realidad, establecer el objetivo del proyecto, revisar los contenidos necesarios de la asignatura para llevarlo a cabo y formar grupos colaborativos, asignando roles específicos a cada estudiante. Además, en esta fase se deben establecer las actividades a realizar y el tipo de producto que se entregará.

La segunda fase es la fase de desarrollo, donde se procede a la búsqueda, análisis y síntesis de la información, comenzando así la producción del trabajo solicitado.

La tercera fase es la fase final, en la cual se presenta de manera formal el proyecto finalizado, se realiza una evaluación formativa y se reflexiona sobre todo el proceso.

2. Metodología o desarrollo

La estrategia se implementó en cuatro grupos de último año de una escuela pública de nivel medio superior en Querétaro, México, con 48, 29, 32 y 32 estudiantes entre 17 y 18 años.

La metodología utilizada para analizar el progreso de la estrategia fue la observación sistemática. Los aspectos a observar fueron: uso de datos estadísticos, redacción de la problemática con o sin el apoyo de la IA, planteamiento de objetivos específicos, identificación de variables, uso adecuado de tablas y gráficas, así como de las medidas

ISSN 2448 – 7945

de tendencia central y de dispersión. Además, se evaluó la elaboración de conclusiones.
El proyecto estuvo compuesto de tres avances con evaluación formativa, un avance con asesoría y una entrega final con evaluación sumativa. A partir de esta última, se seleccionaron tres trabajos destacados para redactar sus hallazgos a manera de reporte para el diario Tribuna de Querétaro, en su edición número 1110. Esta actividad se llevó a cabo como parte de la colaboración con la Red de Docentes por la Paz de la Universidad Autónoma de Querétaro.
Aunque a cada avance se le asignó una calificación en escala de 10, no se tomó en cuenta para la evaluación sumativa.

2.1 Fase inicial

Antes de comenzar con el proyecto, se explicó el contenido temático necesario para llevar a cabo el proyecto (tipos de variables, tablas de distribución de frecuencias, tipos de gráficos, medidas de tendencia central y de dispersión), ya que la finalidad no era aprenderlos sino aplicarlos mientras se desarrollaban habilidades de pensamiento crítico en la investigación de temas relacionados con cultura de paz.
Se presentaron los objetivos generales del proyecto:

- Aplicar los conceptos y procedimientos de Estadística descriptiva para indagar sobre alguna problemática en la comunidad estudiantil
- Estimular el pensamiento crítico y reflexivo para la toma de decisiones.

Se acordaron las fechas de entrega y los alcances de cada avance y así como de las características de la entrega final.
Se formaron equipos de 2 a 5 integrantes, a elección del estudiantado. Los roles debían ser acordados por el equipo, siendo fundamentales la elección de una persona responsable de la investigación y una persona encargada de la redacción.

2.1.1 Primer avance: antecedentes y objetivo.

1. Se solicitó a cada equipo investigar datos estadísticos sobre temas relacionados con la cultura de paz, ofreciendo como ejemplos los siguientes: justicia, libertad equidad, solidaridad, tolerancia, respeto a la dignidad humana, discriminación, derechos humanos, diversidad sexual, equidad de género, inclusión y manejo del conflicto.
Al menos 5 datos debían ser internacionales, 5 nacionales y 5 estatales, sin establecer restricciones sobre las fuentes empleadas.
2. A partir de los datos estadísticos, se debían redactar los antecedentes empleando la siguiente estructura:

- Primer párrafo: descripción del problema general.
- Segundo párrafo: argumentar la información obtenida con los datos estadísticos a escala internacional.
- Tercer párrafo: enlazar la información internacional con la información de los datos nacionales.

ISSN 2448 – 7945

- Cuarto párrafo: aterrizar los párrafos anteriores en la escala local, desde lo estatal hasta su comunidad estudiantil

3. Además, se pidió que se mencionara la fuente de cada dato estadístico utilizado en los antecedentes.
4. Por último, la entrega debía contener el planteamiento del objetivo específico de su investigación (acorde al objetivo general), aclarando que el objetivo debía redactarse en un único párrafo iniciando con un verbo en infinitivo, mencionando el tamaño de la muestra y la finalidad.

Para este avance se evaluó la estructura de la redacción de los antecedentes, la fluidez de las ideas y la claridad del objetivo. Después de las observaciones, cada equipo debía mostrar las correcciones en el siguiente avance.

2.2 Fase de desarrollo

2.2.1 Segundo avance: diseño de la encuesta.

Se solicitó diseñar una encuesta con un mínimo de 10 preguntas que ayudaran a obtener datos para alcanzar el objetivo de la investigación. Al menos una pregunta debía corresponder a cada tipo de variable: cuantitativa discreta, cuantitativa continua, cualitativa nominal o cualitativa ordinal.
Para la evaluación formativa de este avance, se tomó en cuenta la clasificación correcta de las variables en cada pregunta, así como el manejo adecuado de las preguntas abiertas, de opción múltiple y escala Likert. Nuevamente, después de la evaluación, cada equipo debía mostrar las correcciones en el siguiente avance.

2.2.2 Tercer avance: recolección de datos.

Cada equipo debía comenzar la aplicación de sus encuestas y recopilar un mínimo de tres evidencias, donde para cada una, debían añadir un título y una descripción.
Además de las correcciones del avance anterior, se evaluó la habilidad para describir cada imagen presentada.

2.2.3 Cuarto avance: organización, presentación e interpretación de datos.

Este avance fue el más significativo para el uso de los conceptos estadísticos, puesto que los equipos debían seleccionar las preguntas que consideraron más significativas para su objetivo y realizar con ellas tablas de distribución de frecuencias, gráficas y la obtención de medidas descriptivas. Para este avance, no se empleó ningún instrumento de evaluación, sin embargo, se mantuvo comunicación con los equipos para la realización de sus mediciones estadísticas.

2.3 Fase final

ISSN 2448 – 7945

Se solicitó un reporte oral que sintetice lo trabajado en cada avance. La evaluación sumativa fue a través de una lista de cotejo, donde se evaluó el progreso en cada avance del proyecto y especialmente las conclusiones presentadas a partir de los datos estadísticos obtenidos.

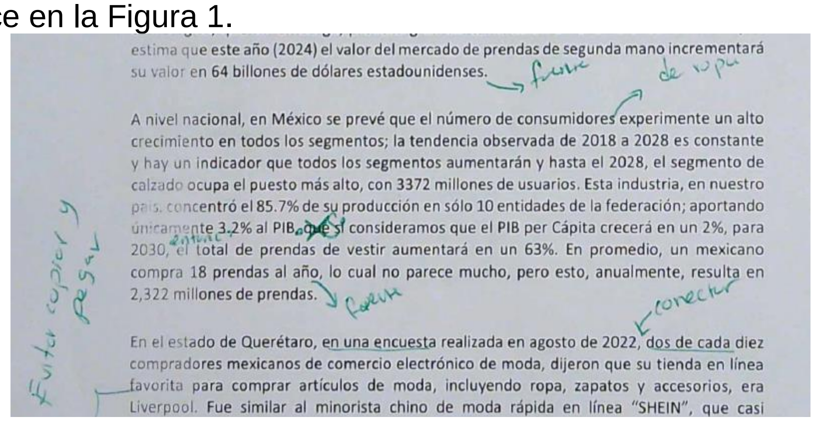
3. Resultados

En total, se recibieron 31 trabajos con temas orientados al cuidado del medio ambiente, uso de recursos naturales, equidad de género, inclusión, diversidad sexual y acoso. El resultado promedio por etapa de la estrategia se resume en la Tabla 1. Como se puede apreciar, el desempeño promedio fue mejorando en cada avance, sin embargo, hubo complicaciones en la entrega final.

Tabla 1. *Resultados promedio por etapa de la estrategia.*

Etapa	Calificación promedio en escala de 10	Coeficiente de variación
Avance 1	8.2	19%
Avance 2	9.3	10%
Avance 3	9.7	15%
Avance 4	No aplica	No aplica
Entrega final	7.8	20%

En el primer avance algunos errores comunes fueron la falta de comprensión en la estructura de los antecedentes y de los objetivos. Algunos equipos presentaron una lista de datos estadísticos sin argumentarlos y otros separaron en subtítulos cada párrafo solicitado. También fueron comunes la omisión de las fuentes de información y errores de redacción como la ortografía y sintaxis. Se muestra un ejemplo de revisión de este avance en la Figura 1.


estima que este año (2024) el valor del mercado de prendas de segunda mano incrementará su valor en 64 billones de dólares estadounidenses.

A nivel nacional, en México se prevé que el número de consumidores experimente un alto crecimiento en todos los segmentos; la tendencia observada de 2018 a 2028 es constante y hay un indicador que todos los segmentos aumentarán y hasta el 2028, el segmento de calzado ocupa el puesto más alto, con 3372 millones de usuarios. Esta industria, en nuestro país, concentró el 85.7% de su producción en sólo 10 entidades de la federación; aportando únicamente 3.2% al PIB, ~~que~~ si consideramos que el PIB per Cápita crecerá en un 2%, para 2030, el total de prendas de vestir aumentará en un 63%. En promedio, un mexicano compra 18 prendas al año, lo cual no parece mucho, pero esto, anualmente, resulta en 2,322 millones de prendas.

En el estado de Querétaro, en una encuesta realizada en agosto de 2022, dos de cada diez compradores mexicanos de comercio electrónico de moda, dijeron que su tienda en línea favorita para comprar artículos de moda, incluyendo ropa, zapatos y accesorios, era Liverpool. Fue similar al minorista chino de moda rápida en línea "SHEIN", que casi

Figura 1. *Ejemplo de la revisión del primer avance de un proyecto enfocado al consumo sostenible.*

ISSN 2448 – 7945

De los trabajos evaluados, únicamente se detectó a un equipo que presentó los antecedentes utilizando la IA como un recurso para mejorar la redacción y el parafraseo de las fuentes.

En el segundo avance, se demostró dificultad para elegir preguntas que se relacionaran con el objetivo planteado, algunas preguntas se mostraron forzadas y difíciles de responder, como la que se muestra en la Figura 2. Además, se demostró dificultad para identificar variables cuantitativas continuas.

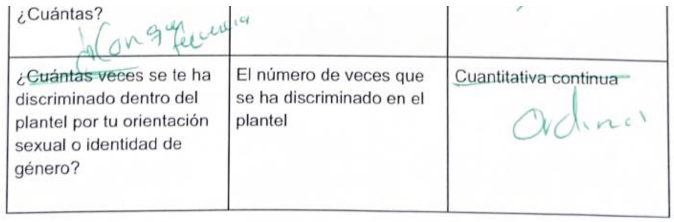


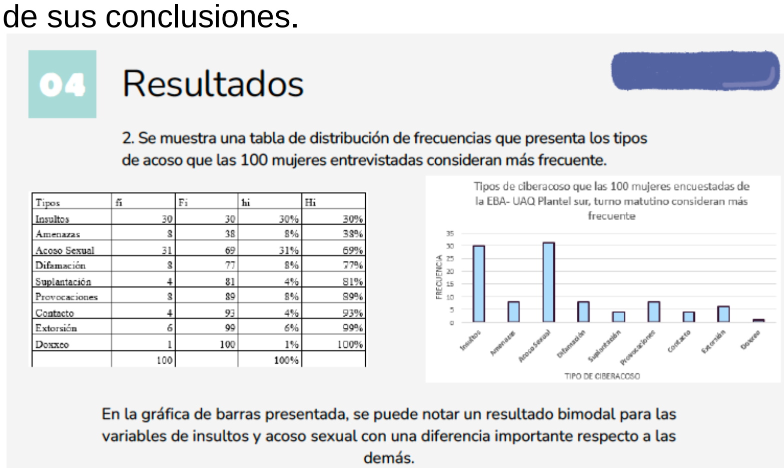
Figura 2. *Ejemplo de pregunta en un proyecto sobre diversidad sexual.*

El aspecto a mejorar en la entrega del avance 3 consistió en la carencia de detalles al momento de describir cada evidencia fotográfica.

Durante la revisión del avance 4, se observó que la mayoría de los equipos no logró identificar en qué momento se trabajaba con datos agrupados o no agrupados, además, algunos intentaron obtener medidas descriptivas como la media aritmética y la desviación estándar en variables cualitativas nominales.

En la entrega final, se obtuvo un desempeño promedio bajo y una dispersión relativamente alta. Algunos equipos destacaron llegando a conclusiones fundamentadas en los resultados de cada una de sus preguntas, demostrando así objetividad y habilidades de pensamiento crítico y reflexivo.

Tres de los mejores proyectos fueron asesorados para enviar a manera de reporte al diario Tribuna de Querétaro, pero solamente uno fue seleccionado. Dicho proyecto (Berroteran-Matamoros et al, 2024) abordó el tema del ciberacoso, enfocado sobre todo en la violencia hacia las mujeres. El proyecto demostró un uso correcto de conceptos estadísticos (Figura 3) y un buen manejo de los resultados para el planteamiento de sus conclusiones.



Tipos	fi	Fi	hi	Hi
Insultos	30	30	30%	30%
Amenazas	8	38	8%	38%
Acoso Sexual	31	69	31%	69%
Difamación	8	77	8%	77%
Suplantación	4	81	4%	81%
Provocaciones	8	89	8%	89%
Contacto	4	93	4%	93%
Extorsión	6	99	6%	99%
Doxxeo	1	100	1%	100%
	100		100%	

Figura 3. *Ejemplo del manejo de conceptos estadísticos del equipo seleccionado para publicar el reporte de su proyecto.*

4. Discusión y/o análisis.

El progreso demostrado en los tres primeros avances sugiere que los equipos fueron asimilando mejor los conceptos y habilidades requeridas a medida que avanzaba el proyecto. Sin embargo, el retroceso presentado en el desempeño promedio de la entrega final revela la necesidad de dividir el cuarto avance en dos, tal que se pueda revisar y evaluar por escrito tal como se hizo en los avances anteriores.
Los errores comunes sugieren las siguientes reflexiones:

- Las y los estudiantes no están conscientes de la utilidad de los antecedentes ni del planteamiento del objetivo. Es necesario explicar a profundidad la importancia del primer avance y hacer énfasis en la necesidad de plantear a conciencia el objetivo del proyecto.
- Los equipos buscan preguntas que cumplan con las características solicitadas, pero descuidan el hecho de que deben ser útiles para el alcance del objetivo planteado.
- No todos los equipos se comprometen con el tema elegido, lo que conlleva a tomar cada problemática de manera superficial y eso les impide interpretar los resultados que obtienen.

5. Conclusiones

Abordar temas relevantes como el consumo sostenible, la diversidad sexual o el ciberacoso a través del Aprendizaje Basado en Proyectos, permite a las y los estudiantes desarrollar una comprensión profunda de las problemáticas actuales. Adicionalmente, mediante el uso adecuado de herramientas estadísticas, las y los jóvenes aprenden a analizar datos de manera crítica y reflexiva, permitiéndoles tomar decisiones o posturas informadas y contribuir a la formación de una sociedad más pacífica.
Es necesario seguir trabajando en estrategias didácticas que transversalizan las matemáticas con la cultura de paz, puesto que la juventud tiene la capacidad de analizar su entorno y comunicar problemáticas sociales utilizando herramientas estadísticas; sin embargo, este potencial solamente puede materializarse con la guía y evaluación formativa por parte del profesorado.
La estrategia presentada no es relevante únicamente por el contenido matemático y las fortalezas y debilidades didácticas identificadas, sino también porque busca abordar la necesidad de formar ciudadanos críticos y comprometidos en un mundo cada vez más complejo.

6. Referencias

Berroteran-Matamoros, M. G., Camps-Adalpe A. C., Rodríguez-Rivera, A., Romo Núñez K.A., Velázquez-Nava, A.S. (2024). Datos detrás de la Pantalla: investigación sobre el ciberacoso en mujeres de la Escuela de Bachilleres, Plantel Sur. Tribuna de

ISSN 2448 – 7945

Querétaro. https://tribunadequeretaro.com/invitados/datos-detras-de-la-pantalla-investigacion-sobre-el-ciberacoso-en-mujeres-de-la-escuela-de-bachilleres-plantel-sur/

Dewey, J. (1910). How we think? Boston, MA: Houghton Mifflin.

Díaz-Arce, D. (2023). Plagio a la Inteligencia Artificial en estudiantes de bachillerato: un problema real. Revista innova educación, 5(2), 108-116.

Mantilla-Valcárcel, M. I. (2019). El pensamiento crítico en la enseñanza de la estadística. [Tesis de maestría, Universidad UNAB] Repositorio Universidad Autónoma de Bucaramanga. https://repository.unab.edu.co/handle/20.500.12749/2686

Romero-Martin, G. C., & Chávez-Angulo, B. J. (2021). El pensamiento crítico en el desarrollo personal de los adolescentes. Dominio de las Ciencias, 7(4), 03-23.

Saz-Pérez, F., & Pizà-Mir, B. (2024). Estudio exploratorio sobre usos y adaptaciones de las tareas escolares ante la irrupción de software de inteligencia artificial generativa. Revista Estudios en Educación, 7(12), 165-183.

Zambrano-Briones, M. A., Hernández Díaz, A., & Mendoza Bravo, K. L. (2022). El aprendizaje basado en proyectos como estrategia didáctica. Conrado, 18(84), 172-182.

ISSN 2448 – 7945

LA FACTORIZACIÓN DESDE EL CONSTRUCTIVISMO PARA GENERAR UN APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO EN ALUMNOS DE BACHILLERATO

Torres Sánchez Luis Miguel[1] *, Ruz Ávila Francisco[2]
[1]*Escuela Nacional Colegio de Ciencias y Humanidades. Av. Aquiles Serdán 2060, Francisco Villa, Azcapotzalco, CP 02420 CDMX.*

ID-POSM046

Resumen

Un tema difícil para los alumnos de bachillerato corresponde a los productos notables, específicamente la factorización.
La factorización es un conocimiento base que se recupera a lo largo de las diferentes asignaturas del tronco común de la currícula del CCH, así como también en las asignaturas optativas como Cálculo Diferencial e Integral I y II.
Dentro de las dificultades que presenta un alumno en su ingreso a nivel licenciatura es precisamente en identificar las estructuras algebraicas en la resolución de problemas que involucren procesos de factorización, es por eso que presentamos una propuesta didáctica en donde se pretende generar bases sólidas en esta temática, basándonos en el constructivismo, paradigma educativo al que se apega el Modelo Educativo del CCH, con el objetivo de generar un significado de la temática en los estudiantes a través de actividades que se sustentan en la gamificación, registros de representación semiótica y el tránsito de la zona de desarrollo próximo a la zona de desarrollo potencial según Vygostki.
Dentro del trabajo colaborativo que se ha estado desarrollando entre el Colegio de Ciencias y Humanidades Plantel Azcapotzalco y la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán ha consistido en la revisión de estas deficiencias para buscar subsanar las necesidades que presentan los alumnos de recién ingreso a facultad, se han trabajado en proyectos como PROFOCE en los que se abordan temáticas como descomposición de binomios de grano “n”, la identificación y dominio de los productos notables, y la factorización de los mismos y, la hipérbola por mencionar algunos temas.

Palabras clave: *Álgebra, factorización, constructivismo, productos, representación, gamificación.*

1. Introducción

Desde hace algún tiempo, los profesores de bachillerato nos hemos enfrentado a dificultades en el aprendizaje de los alumnos de nuevo ingreso, esto derivado de las deficiencias con las que ingresan a este nivel educativo. Un tema fundamental en la construcción del conocimiento algebraico son los productos notables y la factorización.
El manejo de las expresiones algebraicas se introduce a los estudiantes desde el nivel secundaria cuando se aborda la resolución de ecuaciones lineales y cuadráticas, sin embargo, en el CCH se retoman en dos momentos distintos durante el primer ciclo escolar, el primer momento es en la Unidad 3 de la materia Matemáticas I, ecuaciones lineales y en la unidad 1 de la asignatura Matemáticas

[1] **Autor para la correspondencia E-mail: luismiguel.torres@cch.unam.mx Tel. 55-18-55-71-86*

ISSN 2448 – 7945

II, materias base para las siguientes como lo son Matemáticas III y IV, Cálculo Diferencial e Integral I y II.

Partiendo del contexto en donde la factorización y los productos notables son conocimientos base en el área de las Matemáticas, para nosotros como profesores de bachillerato, es indispensable garantizar la apropiación de las bases teóricas y prácticas de estas temáticas, por lo que, decidimos trabajar en una propuesta didáctica.

La propuesta que hacemos en este trabajo está basada en el constructivismo (Ausbel, 1978, como se citó en Ospina, 2015).

Generar un aprendizaje significativo por parte de los estudiantes de bachillerato, específicamente de primer y segundo semestre, es de vital importancia ya que con esto se pretende que temáticas abstractas que representan herramientas matemáticas para las mismas matemáticas adquieran un significado adicional al de su propia naturaleza, específicamente los productos notables y la factorización.

Para lograr un aprendizaje significativo y la construcción de este, tal y como lo establece el Modelo Educativo de la Escuela Nacional Colegio de Ciencias y Humanidades, se adaptó la propuesta que hace Villarroel (2014) en su tesis “Propuesta para la enseñanza de las operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación y división) y el proceso de factorización de polinomios, con la herramienta didáctica “caja de polinomios”, en estudiantes de grado octavo de la I.E. María Cano del municipio de Medellín” en un juego lúdico para captar la atención de los estudiantes, apoyándonos de los estilos de aprendizaje.

Los estilos de aprendizaje que tomamos en cuenta para la elaboración de la propuesta son: visual y kinestésico, estilos de aprendizajes mencionados desde el enfoque de la Programación Neurolingüística como lo retoma Romero (2016) en su artículo “Estrategias de aprendizaje para visuales, auditivos y kinestésicos. Por otro lado, Álvarez (2008) menciona que los estilos de aprendizaje son: activo, reflexivo, teórico y pragmático. Tomando en cuenta ambas corrientes se propone un juego que pueda atrapar a la mayor cantidad de estudiantes de acuerdo con los estilos de aprendizaje que muestran la mayoría de los estudiantes de bachillerato.

La adaptación propuesta se realiza dentro del marco de la Gamificación, esto implica, que el juego está diseñado de tal manera que muestra diferentes niveles de complejidad, genera competencia al jugarse de manera individual uno a uno o en competencia por equipos.

De esta forma, a través del juego y la competencia se va construyendo el conocimiento sobre las operaciones básicas y la factorización de manera intuitiva y hasta cierto punto divertida para los estudiantes, esta última característica

ISSN 2448 – 7945

dependerá de la personalidad del grupo y el liderazgo que ejerza el profesor dentro del salón de clase y durante el desarrollo de la actividad.

2. Desarrollo, creación de un juego lúdico a partir de una propuesta didáctica.

Analizando diferentes propuestas didácticas sobre cómo abordar el tema de las operaciones básicas con polinomios, nos percatamos que varios autores como Ospina (2015), Puchi (2024), Casas (2019) y Wagner (2014), observamos que su línea de acción es muy similar, todos ellos parten de la problemática del logro del aprendizaje de la factorización y operaciones entre polinomios.

Así mismo, todos ellos muestran una propuesta generalizada en donde convergen que el uso del “Álgebra Geométrica” es una opción viable que ha dado resultados de acuerdo lo mostrado en cada uno de sus trabajos, sin embargo, es importante señalar que estos trabajos fueron aplicados a nivel secundaria y con áreas de oportunidad de acuerdo con las estadísticas que muestran.

Por otro lado, Villarroel (2014), hace una propuesta con un matiz distinto a las mencionadas al principio de esta sección, este autor propone una herramienta pedagógica llamada “caja de polinomios” que, consiste en dividir un espacio de trabajo en cuatro planos de trabajo, dividido por un eje horizontal y otro vertical, algo parecido al plano cartesiano, incluso menciona que a los ejes se les asignó la misma propiedad que a los ejes del plano cartesiano, es decir, a partir de la intersección, a la izquierda para el horizontal y hacia abajo para el vertical, representan “valores negativos”, mientras que desde la intersección de los ejes hacia arriba y hacia la derecha se representan los “valores positivos” como se observa en la figura 1.

Es importante precisar que los cuatro cuadrantes que se forman no tienen las propiedades de los cuadrantes de un plano cartesiano, a diferencia del plano cartesiano que cada cuadrante tiene dos signos que lo describen, aquí, cada cuadrante solamente tiene un signo, como se muestra a continuación.

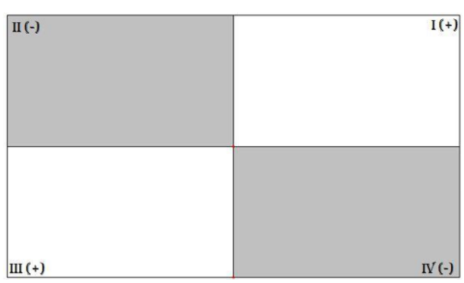


Figura 1. Tablero de juego

Tomado de Propuesta para la enseñanza de las operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación y división) y el proceso de factorización de polinomios, con la herramienta didáctica “caja de polinomios” (p. 26) por J. Villarroel (2014).

ISSN 2448 – 7945

Villarroel retoma las representaciones geométricas tradicionales del álgebra geométrica como lo son cuadrados, rectángulos, entre otras figuras para representar los términos que conformarán al polinomio u operaciones entre polinomios.

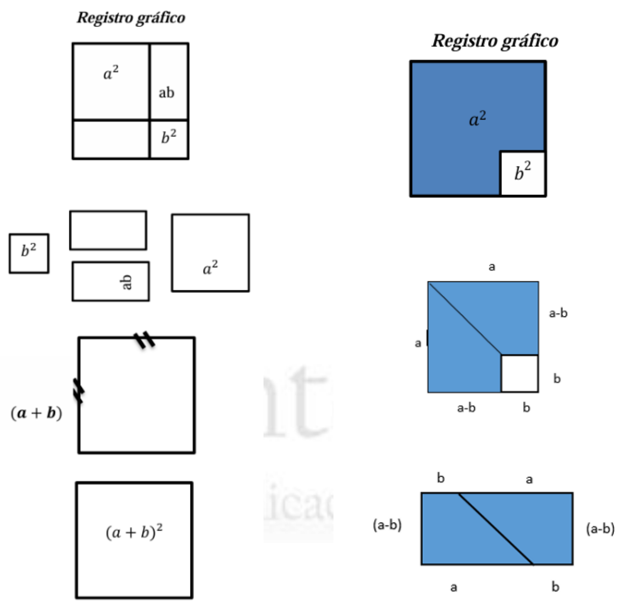


Figura 2. Representaciones geométricas de expresiones algebraicas.

Tomado de Factorización de expresiones algebraicas bajo la teoría de representaciones semióticas (pp 45, 47). L.Casas (2019).

2.1 Construcción de un polinomio en la caja de polinomios

Para construir un polinomio dentro de la caja de polinomios se van a colocar las figuras que representan las cantidades descritas en una determinada expresión algebraica, por ejemplo $-2x^2 + 3x - 1$, figura 3.

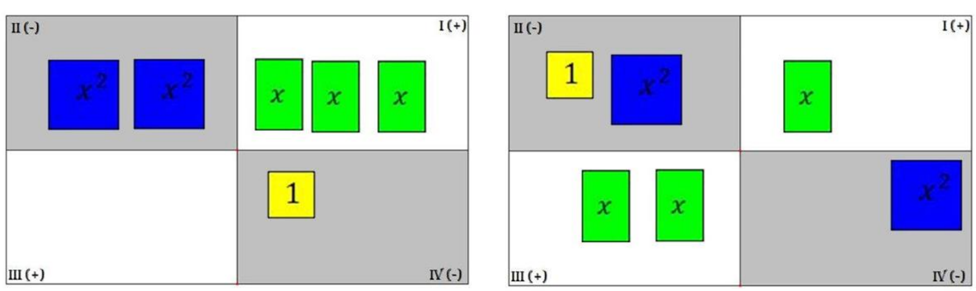


Figura 3. Acomodo de fichas para acomodo de polinomios en tablero.

ISSN 2448 – 7945

Tomado de Propuesta para la enseñanza de las operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación y división) y el proceso de factorización de polinomios, con la herramienta didáctica “caja de polinomios” (p. 21) por J. Villarroel (2014).

Como se observa en la figura anterior, el acomodo de las fichas no es uno sólo, esto permite al estudiante tener libertad de acuerdo con la percepción que tenga a primera vista. En este caso, se observa como las “x^2” se encuentran en los cuadrantes negativos, representando el término $-2x^2$, las “x” se encuentran en los cuadrantes positivos, representando el término $+3x$ y finalmente la ficha equivalente a uno se colocó en el cuadrante negativo, teniendo representado el término -1.

2.2 Suma y resta de polinomios

Una vez establecido el acomodo de los polinomios, realizar la suma de polinomios es relativamente sencillo ya que solamente tendríamos que acomodar los dos polinomios en el mismo tablero, de esta manera, se construirá un polinomio total al simplificar el número total de fichas, acumulando las fichas que se encuentren en cuadrantes con signos iguales y eliminando las que se encuentren en cuadrantes con signos contrarios.

En el caso de la resta, es muy similar a lo que ocurre con la suma, sin embargo, se debe tener cuidado con el polinomio que desarrollará el papel del sustraendo, ya que la construcción de este polinomio se debe realizar en espejo, es decir, se debe colocar en el cuadrante que tenga el signo opuesto al expresado en la forma algebraica, una vez teniendo esto, simplificaremos el número total de fichas tal y como se mencionó en el párrafo anterior.

2.3 Multiplicación de polinomios

Para el caso de la multiplicación el acomodo de las fichas se hace diferente, para ello se tomará como referencia los ejes horizontal y vertical, cada polinomio se acomodará respecto a un eje, figura 4.

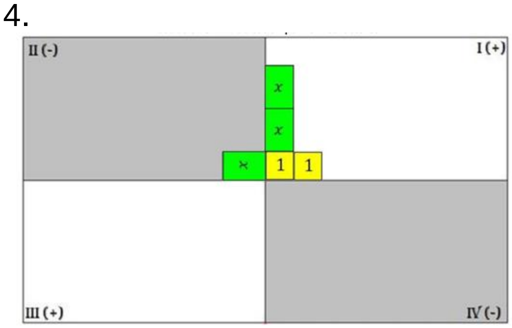


Figura 4. Acomodo de fichas para la multiplicación

Tomado de Propuesta para la enseñanza de las operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación y división) y el proceso de factorización de polinomios, con la herramienta didáctica “caja de polinomios” (p. 32) por J. Villarroel (2014).

ISSN 2448 – 7945

En la figura anterior se muestra el acomodo de la multiplicación de los polinomios $A: -x+2$ y $B: 2x+1$. El polinomio *A* está representado con respecto al eje horizontal, mientras que el polinomio *B* está representado respecto al eje vertical.

Para realizar la multiplicación, construiremos un rectángulo completando los espacios vacíos con fichas que embonen en la figura como se muestra a continuación, figura 5.

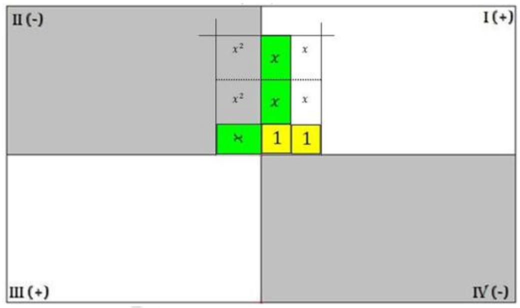


Figura 5. Formación de un rectángulo para multiplicación

Tomado de Propuesta para la enseñanza de las operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación y división) y el proceso de factorización de polinomios, con la herramienta didáctica “caja de polinomios” (p. 33) por J. Villarroel (2014).

Una vez completado el cuadro, se proceden a eliminar las fichas como se muestra en la figura 6 que tienen signos contrarios de acuerdo con la posición respecto a los signos de los cuadrantes, en este caso, se observa que existe una “x” negativa y 4 “x” positivas, de este modo al eliminar las fichas obtenemos lo que se muestra a continuación.

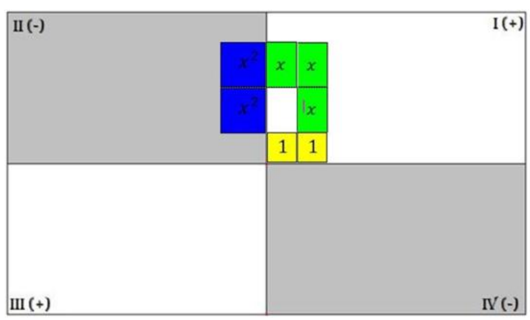


Figura 6. Resultado de la multiplicación

Tomado de Propuesta para la enseñanza de las operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación y división) y el proceso de factorización de polinomios, con la herramienta didáctica “caja de polinomios” (p. 34) por J. Villarroel (2014).

Obteniendo como resultado de la multiplicación $(A)(B) = -2x^2 + 3x + 2$

2.4 División de polinomios

El acomodo para la división de polinomios se realiza tomando en cuenta dos puntos importantes, el primero es que el polinomio correspondiente al dividendo se acomoda con respecto a los signos de los cuadrantes, cuidando que el acomodo se haga de tal manera que en uno de los ejes quede representado el divisor como se muestra a continuación como se muestra en la figura 7.

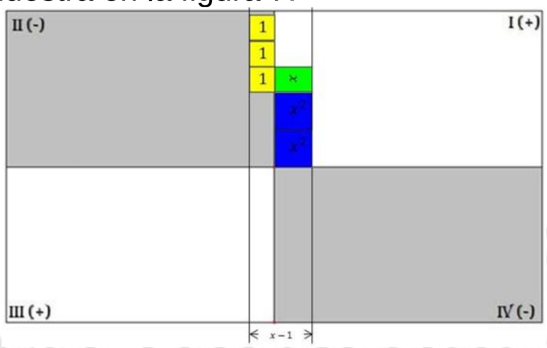


Figura 7. Acomodo de fichas para la división.

Tomado de Propuesta para la enseñanza de las operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación y división) y el proceso de factorización de polinomios, con la herramienta didáctica “caja de polinomios” (p. 35) por J. Villarroel (2014).

Posteriormente se procede a rellenar los huecos faltantes con fichas que embonen en dichos huevos hasta formar un rectángulo perfecto como el que se muestra a continuación, figura 8.

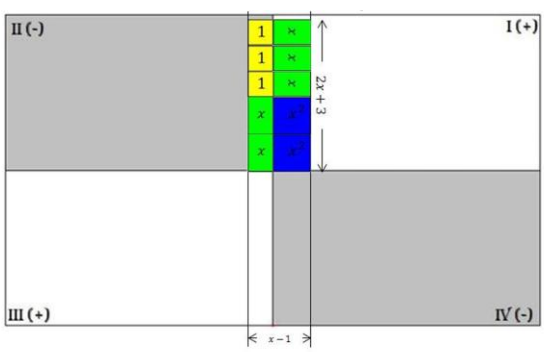


Figura 8. Llenado del rectángulo para división

Tomado de Propuesta para la enseñanza de las operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación y división) y el proceso de factorización de polinomios, con la herramienta didáctica “caja de polinomios” (p. 36) por J. Villarroel (2014).

De esta manera se observa que el cociente resultante es la altura (fichas resultantes respecto al eje vertical) del rectángulo formado.

ISSN 2448 – 7945

En el caso de los polinomios cuya división implique un residuo diferente de cero, se debe tener cuidado en formar el rectángulo perfecto como se muestra a continuación con la división:

$$\frac{-6x^2+2x+1}{3x+2}$$

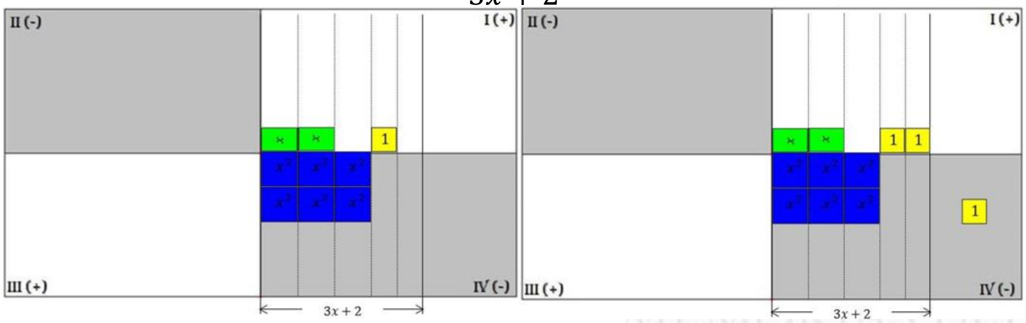


Figura 9. Proceso de la división con residuo diferente de cero.

Tomado de Propuesta para la enseñanza de las operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación y división) y el proceso de factorización de polinomios, con la herramienta didáctica “caja de polinomios” (pp. 38, 39) por J. Villarroel (2014).

Como se observa, el acomodo de las fichas no queda de manera “perfecta” para obtener sobre uno de los ejes formado el polinomio del divisor. En este caso se debe completar el espacio faltante con la ficha correspondiente, sin embargo, debe colocarse el reflejo de esta nueva ficha para garantizar el “cero” y no se alteren los polinomios como se muestra en la figura.

Una vez colocadas estas fichas se deben colocar las fichas que completen un rectángulo perfecto, tomando en cuenta que las fichas que se agreguen en un cuadrante positivo deberán ser agregadas también en un cuadrante negativo con el objetivo de agregar los “ceros” necesarios para que el dividendo y divisor se completen como lo establece la ecuación.

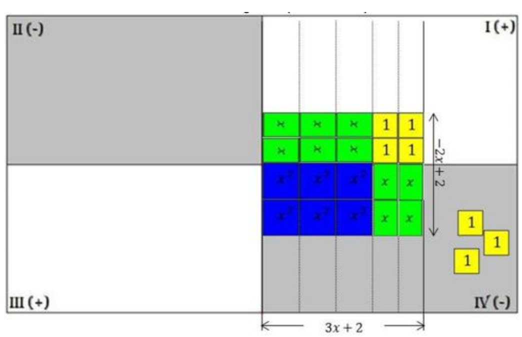


Figura 10. Resultado de la división con residuo $R=3$

Tomado de Propuesta para la enseñanza de las operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación y división) y el proceso de factorización de polinomios, con la herramienta didáctica “caja de polinomios” (p. 40) por J. Villarroel (2014).

En el caso de las fichas sueltas, estas representarán el residuo de la división.

2.5 Factorización de polinomios

El acomodo de las fichas para la factorización se realizará de la siguiente manera, el polinomio dado se debe colocar a partir del centro del tablero, cuidando no mezclar las medidas de las fichas.

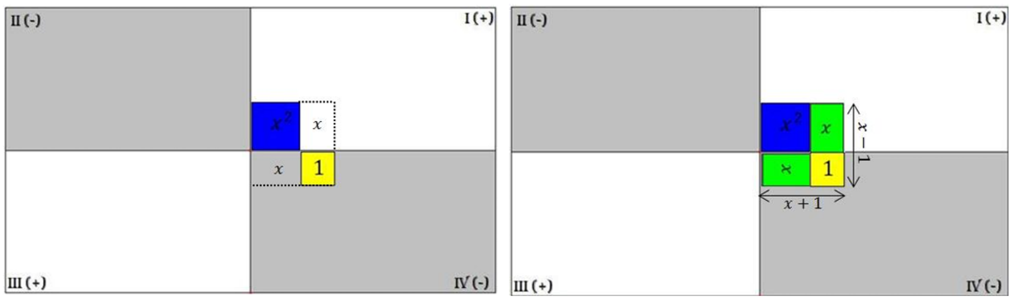


Figura 11. Acomodo de polinomio para factorización

Tomado de Propuesta para la enseñanza de las operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación y división) y el proceso de factorización de polinomios, con la herramienta didáctica “caja de polinomios” (p. 44) por J. Villarroel (2014).

Una vez teniendo acomodadas las fichas buscaremos llenar los huecos hasta formar un rectángulo perfecto, de esta manera cada lado del rectángulo representa un factor del polinomio, recordando que el área de cualquier rectángulo es base por altura.

2.6 Adaptación de un juego lúdico.

Al analizar la propuesta que hace Villarroel (2014) nos dimos cuenta de que, tiene un gran potencial de generar un significado adicional al que ya tiene didácticamente si convertimos la “caja de polinomios” en un “tablero de un juego de mesa” implementando las bases teóricas de la gamificación mencionadas anteriormente, partiendo de los estilos de aprendizaje también mencionados.

Este “juego de mesa” le hemos llamado “Torneo de operaciones algebraicas básicas nivel dios”. La participación en este juego puede desarrollarse en competencias individuales o por equipos (se recomienda que sean máximo 3 personas por fines de funcionalidad), en donde lanza un dado y el que obtiene el número más alto comienza la partida.

El juego está dividido en 5 niveles: baby, novato, experto, pro y nivel dios. El nivel baby consta en formar los polinomios que indiquen las fichas que vaya sacando el participante de la baraja que lleva el nombre de este nivel. El nivel novato es donde se realizan sumas o restas que dictan las cartas de la baraja con el nombre del nivel. El nivel experto es donde se realizan las multiplicaciones que dictan las cartas de la baraja con el nombre del nivel. El nivel pro es donde se realizan divisiones que dictan las cartas de la baraja con el nombre del nivel. Finalmente, el nivel dios es donde los participantes realizarán factorizaciones de polinomios factorizables que dictan las cartas de la baraja con el nombre del nivel.

El número de turnos por cada nivel tiene como mínimo 3 vueltas entre cada participante o equipo, alternando la elección de cartas, sin embargo, este proceso puede repetirse hasta que no haya cartas. Cuando el encuentro se hace por equipo, se recomienda hacer 12 vueltas de modo que cada integrante del equipo realice dos actividades por nivel.

3. Resultados

En esta propuesta no se presentan resultados debido a que el presente proyecto es una propuesta didáctica que aún no se ha aplicado dentro de las aulas del CCH.

4. Discusión o análisis

La propuesta que hacemos con el diseño y adaptación del juego lúdico tiene como objetivo principal promover las operaciones con polinomios y generar un aprendizaje significativo de la factorización, además de promover estas temáticas, reforzamos conceptos importantes que se vieron desde el nivel secundaria y que se retomarán en asignaturas posteriores como lo es el plano cartesiano, manejo de signos y lenguaje algebraico en general.

Es recomendable que el juego se aplique en 2 momentos distintos para garantizar un dominio de este, pero sobre todo para garantizar que los conceptos matemáticos son entendidos y aplicados de manera correcta. Es muy importante que el profesor tenga una participación durante el desarrollo del juego como moderador ya que se espera que en la primera partida existan muchas dudas, titubeos e incluso confusiones a la hora de estar jugando, para mitigar un poco estas predicciones, consideramos fundamental que el profesor haga una demostración de cómo se juega cada nivel antes de iniciar con la competencia.

El juego lúdico por sí solo no garantiza la apropiación de los aprendizajes, sin embargo, es un buen acercamiento a los conceptos de una manera “tangible” para los estudiantes, por lo que, una vez terminada la primera competencia, el profesor dedique tiempo a reforzar mediante conceptos teóricos y ejercicios prácticos las temáticas desarrolladas. Una vez desarrollada la segunda aplicación, se recomienda hacer una evaluación del aprendizaje para el aprendizaje en donde exista una retroalimentación adecuada para mitigar las dudas y errores que aún pudiera existir.

5. Conclusiones

En un mundo donde la interacción y el esparcimiento son elementos fundamentales para captar la atención de los estudiantes en los diferentes niveles, esta adaptación didáctica pretende dar herramientas a los docentes de secundaria, bachillerato y en algunos contextos también a nivel universitario para captar la atención de los estudiantes y generar un aprendizaje significativo en la temática de operaciones con polinomios, especialmente en la factorización.

Es fundamental que el docente genere un ambiente de confianza, respeto y compañerismo para que el "juego" se desarrolle de manera óptima, donde cada uno de los participantes experimenten emociones asociadas a este aprendizaje. Del mismo modo es importante que durante la actividad y una vez terminada, el profesor retroalimente a los participantes, rescatando las generalidades del juego y transformando la experiencia del entorno real a la abstracción que requiere este tema y la matemática en general.

Agradecimientos (Opcional)

Los autores del presente trabajo agradecen de manera general al departamento de la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán (FES-Cuautitlán) por la invitación a este Congreso y particularmente al Dr. José Juan Contreras Espinosa y al Dr. Carlos Oropeza Legorreta por el apoyo que han mostrado en todo momento en la dirección y asesoría de esta ponencia.

6. Referencias

Acevedo, C., Rocha, F. (2011). Estilos de aprendizaje, género y rendimiento académico. *Revista Estilos de aprendizaje, 8*(4), 71-84. https://revistaestilosdeaprendizaje.com/article/view/937/1645

Casas Rodríguez, L. X. (2019). Factorización de expresiones algebraicas bajo la teoría de representaciones semióticas. https://repositorio.uptc.edu.co/server/api/core/bitstreams/2955326a-3bfb-4550-b512-fbabed4af85b/content

Fonseca Palacios, R. (2023). *El uso del conocimiento tecnológico, pedagógico y de contenido como una estrategia en el aprendizaje de la factorización de expresiones algebraicas.* Universidad Francisco de Paula Santander. https://repositorio.ufps.edu.co/handle/ufps/7718

Ospina Sepulveda, M. (2015). *Guía didáctica para el aprendizaje de la factorización en estudiantes del CLEI IV del ITM. https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/56850*

ISSN 2448 – 7945

Puchi Largo, J. L., & Mora Paladines, K. L. (2024). *DUA como una estrategia didáctica para el aprendizaje de la factorización en primero de bachillerato de la UE Juan Bautista Vásquez* (Bachelor's thesis, Universidad Nacional de Educación). http://201.159.222.12:8080/handle/56000/3340

Villarroel Solis, J. M. (2014). Propuesta para la enseñanza de las operaciones básicas (adición, sustracción, multiplicación y división) y el proceso de factorización de polinomios, con la herramienta didáctica “caja de polinomios”, en estudiantes de grado octavo de la IE María Cano del municipio de Medellín. *Facultad de Ciencias*. https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/51789

Wagner, G., Giraldo, A. M., Hoyos, E. A., & Gutiérrez, H. (2014). El álgebra geométrica como mediadora en la enseñanza de la Factorización y los productos notables. *Revista de investigaciones Universidad del Quindío*, *26*(1), 139-144. https://ojs.uniquindio.edu.co/ojs/index.php/riuq/article/view/140/137

Zegarra, C., García, J. (2010). Pensamiento y Lenguaje: Piaget y Vygostky. [Trabajo final del Seminario sobre Piaget, 2-14. https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/52794919/UNIDAD_3_-_Pensamiento_y_lenguaje_Piaget_y_Vigotsky-libre.pdf?1493064012=&response-content-disposition=inline%3B+filename%3DPensamiento_y_Lenguaje_Piaget_y_Vygotsky.pdf&Expires=1736957074&Signature=a1tGoesGSy2hrDv21Cq00H1b~Tlmqhg81vQZ5Y7hDykr-TV9VBafo-18-~oyPhH700j986QPVmXHsn~pFsNqyhld-Y1rRL9PJOqkUfUxToqzseUrLc-dtXZL7QKHWZU5Ld5MGiZQgJ5O82yoQ3dG1cFtpgfw~I-FQmLDoS6sjNzT1Q8HVc6JJnsP33v5mqlV~iEeimeCegubz6RQ972V9fqrW4iyFm1JNyK-VXRgNF4iHXX9~mXZJ8CeCWVYkYu2-IxfpmzLRPrFJIlOAhU9wyPHK-YxbPGkStdgQ2n9vRcooaaODk4IaLYd2sYVmnl00Ph9UE-BPbZl0BJmM7hMjA__&Key-Pair-Id=APKAJLOHF5GGSLRBV4ZA

ISSN 2448 – 7945

FUNCIÓN MATEMÁTICA, SU ABORDAJE DESDE LA TEORÍA DE LOS REGISTROS DE REPRESENTACIÓN SEMIÓTICA

Redondo Quiroz Andrés[1, *], García Pedraza Daniela[2], Pedraza Solorio Karla [3] y Aguilar Vargas Karla Mariana[4]

[1,2,3,4]*Universidad Autónoma de Querétaro. Cerro de las Campanas s/n, Cp. 76010, Querétaro, Querétaro, México*

IP-POSM047

Resumen

A finales del siglo XVII nace el cálculo infinitesimal. Aunque su evolución ha sido compleja, hoy en día es una herramienta matemática sólida. Sin embargo, su aprendizaje no es sencillo, y uno de los conceptos clave para comprenderlo es el de función, considerado fundamental para el cálculo y las matemáticas en general. La dificultad en la comprensión de la función radica en las diversas formas en las que se puede representar, ya que estas representaciones son la única vía para enseñarla y aprenderla.
Se realizó una investigación que consistía en aplicar un cuestionario a 50 estudiantes de nivel medio superior con el objetivo de conocer el grado de comprensión del concepto de función, derivado de la investigación se observó que muchos estudiantes tienen dificultades para identificar funciones en representaciones no verbales, esto es un problema de comprensión, ya que ninguna representación puede abarcar todas las dimensiones del concepto. Para abordar esto, se propone una estrategia didáctica basada en la teoría de registros de representaciones semióticas de Raymond Duval, que lleva a los estudiantes desde la representación verbal hasta la gráfica para facilitar la comprensión del concepto. Aunque la teoría de Duval no es nueva, su aplicación adecuada puede mejorar significativamente el aprendizaje de los estudiantes en el nivel medio superior.

Palabras clave: *Función*, *semiótica, representación, conversión.*

1. Introducción

El aprendizaje del cálculo de acuerdo con Rodríguez (2011), se fundamenta en primera instancia, en la capacidad de comprender sus conceptos centrales y, sin duda alguna, el concepto de función matemática dentro del cálculo es uno de los más trascendentes (Cuevas y Delgado, 2016).
A pesar de su relevancia, desarrollar una comprensión conceptual de la función matemática está lejos de ser una tarea fácil, la complejidad en la comprensión de este concepto tan fundamental de acuerdo con Cuevas et al. (2016) radica, entre otras cosas, en la generalidad de este y en las diversas formas en las que la función se puede representar, paradójicamente, estas representaciones son el único medio del que disponemos para acceder a él.
La función, de acuerdo con su naturaleza, es un ente abstracto complejo. La única forma de enseñarlo y aprenderlo es a través de las diversas formas de representación

[1] **Autor para la correspondencia. E-mail* ANDRES.REDONDO.Q27@GMAIL.COM

semiótica que socialmente le hemos asignado (Godino y Batanero, 1994). De acuerdo con la teoría de los registros de representaciones semióticas de Raymond Duval (1993), la comprensión conceptual de un objeto matemático se fundamenta en la capacidad de reconocerlo en sus diversas representaciones y, sobre todo, en poder pasar de una representación particular a otra, lo que en la teoría de Duval se denomina una transformación de conversión.

La conversión, de acuerdo con Duval (2006), es un tipo de transformación que consiste en llevar una representación semiótica de un registro de representación particular a otro, por ejemplo, llevar una representación analítica de una función a su correspondiente representación gráfica (p. 145). Duval menciona que, en la actividad de conversión, si es bien realizada, se aprecia una verdadera compresión conceptual (Duval et al., 2016).

2. Metodología o desarrollo

El presente trabajo fue desarrollado en una institución educativa perteneciente al estado de Querétaro, la escuela de Bachilleres de la Universidad Autónoma de Querétaro, en esta, se oferta la educación media superior con un enfoque humanista de desarrollo integral. El plantel está ubicado en el municipio de San Juan del Río. En este municipio, la escuela de bachilleres de la UAQ es una de las primeras opciones educativas de los egresados de nivel básico que pretenden continuar sus estudios.

La realización del trabajo consto de diversas etapas, a saber:

I. Identificación del problema.

De acuerdo con Cuevas, Delgado y Martínez (2018), en el desarrollo del pensamiento matemático los estudiantes deben transitar diversas etapas. La primera de ellas es el pensamiento aritmético, el cual se caracteriza por realizar cálculos numéricos y comprender las operaciones básicas.

La segunda etapa es aquella en la que se adquiere una concepción generalizada de la cantidad. En esta etapa se desarrolla un pensamiento algebraico.

En el último año de su formación dentro del bachillerato tiene que dar un último paso dentro de su desarrollo del pensamiento matemático básico, este es, desarrollar su pensamiento funcional. El tránsito hacia este nivel cognitivo del conocimiento no es sencillo.

Según Cuevas et al. (2018) los estudiantes que se enfrentan por primera vez a la asignatura de cálculo, se encuentran desde el principio con un reto difícil de afrontar cognitivamente y es aquel de tratar de comprender el concepto mismo de función. Los pobres resultados obtenidos de las evaluaciones aplicadas en la materia de cálculo diferencial e integral son muestra de lo anteriormente dicho, lo cual nos permiten plantear la siguiente hipótesis:

Si se refuerza el pensamiento funcional en los estudiantes al inicio del curso de cálculo diferencial mediante actividades didácticas diseñadas para promover este pensamiento matemático básico, los estudiantes mostrarán una mejora significativa en su aprovechamiento escolar en esta asignatura.

II. Análisis de fundamentación teórica, metodológica y trabajo de campo.

El proceso de investigación cualitativa se desarrolló de acuerdo con lo planteado por Monje (2011) en su “Metodología de la investigación cuantitativa y cualitativa”. Este dio inicio con un trabajo reflexivo profundo y documentado sobre una problemática que se ha observado empíricamente en nuestro plantel en donde se tiene registro de un bajo aprovechamiento de los alumnos en las asignaturas de matemáticas, más concretamente en la materia de cálculo. Con la finalidad de definir la problemática, se realizó la aplicación de una evaluación a una muestra 50 estudiantes que ya habían cursado la materia de cálculo, en esta, los participantes debían definir función matemática, un concepto clave para el aprendizaje del cálculo. De los resultados obtenidos se concluye que los estudiantes son en su mayoría incapaces de conceptualizar la función matemática. Con la finalidad de proponer una solución a esta problemática desde una fundamentación teórica, se analizó la teoría de los registros de representación semiótica (una representación semiótica es una forma de representar un objeto matemático mediante distintos tipos de símbolos, signos, imágenes, o expresiones) de Raymond Duval, concluyéndose que, de acuerdo con esta teoría, en el aprendizaje significativo de un concepto, un paso fundamental es la actividad cognitiva de conversión entre registros de representación semiótica.
Una vez analizado el impacto positivo que puede tener la habilidad de conversión de registros de representación semiótica en el aprendizaje del concepto de función matemática de acuerdo con la teoría de Duval, se diseñó una secuencia didáctica fundamentada en esta teoría, que, por medio de diversas actividades, pone al centro la actividad cognitiva de conversión en la búsqueda del aprendizaje del concepto de función.

En la etapa de trabajo de campo, para estudiar la viabilidad de esta secuencia didáctica en el logro del aprendizaje de este concepto se consideraron dos grupos, el primero, compuesto por estudiantes que trabajarán con la secuencia didáctica fundamentada en la teoría de los registros de representaciones semióticas, el cual se denominó grupo de prueba (formado de 47 estudiantes). También se tiene un segundo grupo que denominamos de control con el cual se trabajó el concepto de función de acuerdo a las planeaciones habituales (grupo compuesto de 42 alumnos).

III. Intervención pedagógica a través de la aplicación de una propuesta didáctica.

La propuesta didáctica aplicada al grupo de prueba ofrece un recorrido a través del concepto de función matemática por diversas representaciones donde en cada una de estas representaciones, se busca caracterizar a la función para poder construirla conceptualmente. Las representaciones usadas son las siguientes:
Representación verbal: Las matemáticas son una actividad sofisticada de comunicación en la que nuestro primer acercamiento generalmente va acompañado de lo hablado (registro verbal). Esta representación es el puente entre todas las representaciones de las que se dispone.

ISSN 2448 – 7945

Representación de conjuntos: en esta representación se clarifica la idea de que una función es una relación entre conjuntos a través de una regla de asociación. En esta representación se comprende la idea de domino, codominio y rango.
Representación tabular: la representación tabular de una función perteneciente al registro de representación numérico, clarifica en los alumnos la idea de que cada elemento del dominio se relaciona sólo con un elemento del codominio a través de una regla de correspondencia. La representación tabular reafirma en el alumno la idea de par ordenado, la cual será clave para la posterior representación gráfica.
Representación gráfica: La última representación relevante bajo esta metodología es la gráfica en el plano cartesiano, en este punto la representación tabular previa ha sido fundamental para expresar en el plano cartesiano la función como lugar geométrico.

figura 1

Abordaje del concepto función desde sus diversas representaciones

Nota: Representaciones semióticas con las que se caracteriza la función matemática.

Una vez analizadas estas representaciones y que con ellas se destaquen las características claves de una función, la última parte de la secuencia busca que el alumno partiendo de condiciones iniciales y de una representación particular de función, pueda construir las otras representaciones que conoce, ejercitando con esto su capacidad cognitiva de conversión entre registros. En Duval & Sáenz (2016) se menciona que poder realizar la conversión se considera un salto cognitivo, la capacidad de realizar la transformación de conversión, es resultado de la compresión conceptual, un concepto erróneo sería identificable por medio de una conversión equivocada.

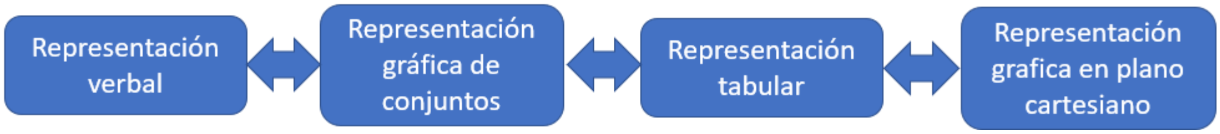


figura 2

Coordinación de las diversas representaciones

Nota: En la etapa final se busca coordinar las diversas representaciones semióticas de la función matemática de manera transversal.

La evaluación de resultados se llevó a cabo posterior al desarrollo del tema de función con ambos grupos. Esta consistía en que los alumnos de ambos grupos (de control y de prueba) debía definir una función matemática por los medios que considerara adecuados apegándose a la definición formal.

3. Resultados

Los resultados obtenidos muestran que los estudiantes del grupo de prueba, para explicar el concepto de función, en su mayoría (68% de los estudiantes del grupo de prueba), usan al menos tres representaciones semióticas, siendo las más usuales, la representación verbal, la representación en notación de conjuntos y la representación tabular. La siguiente figura muestra estos resultados:

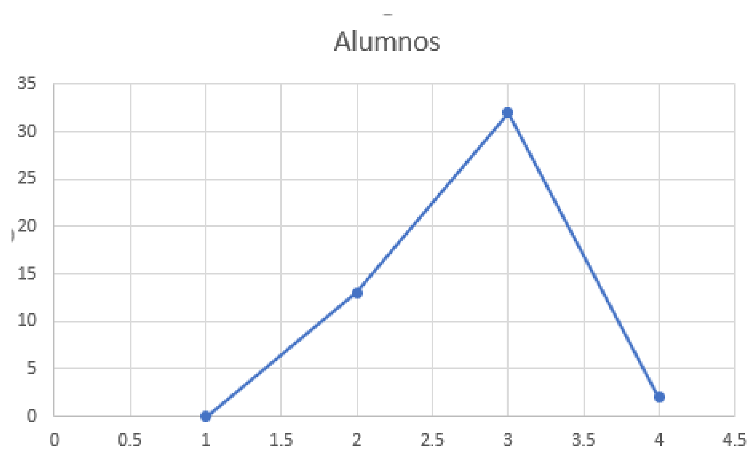


Figura 3

Grafica de alumnos del grupo de prueba

Nota: Polígono de frecuencias en el que se muestra la cantidad de representaciones que usan los alumnos del grupo de prueba para definir la función matemática.

El grupo de control sometido a esa misma prueba, en la mayoría de los casos figura 3 (85.7% de los estudiantes de este grupo) dan una definición del concepto de función apoyándose solamente de un registro de representación que generalmente es el verbal. Una hipótesis planteada en un trabajo de Duval menciona que un concepto se puede considerar comprendido de manera integradora cuando para describirlo se hace uso de al menos dos registros de representación (Duval, 1993).

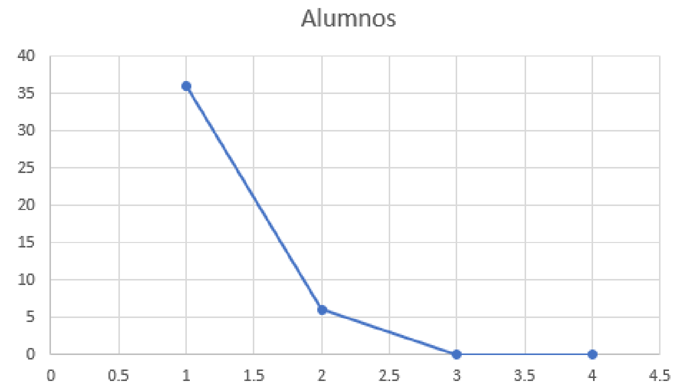


Figura 4

Grafica de alumnos del grupo de control

Nota: Polígono de frecuencias en el que se muestra la cantidad de representaciones que usan los alumnos del grupo de control para definir la función matemática.

La mayoría de los estudiantes del grupo de control son incapaces de hacer uso de más de una representación, lo que nos comprueba que la enseñanza habitual del concepto de función, quizá sin ser del todo conscientes de ello, no tiene como finalidad su aprendizaje conceptual profundo.

4. Discusión y/o análisis.

En este trabajo se muestra el impacto positivo que tiene en el aprendizaje de las matemáticas la aplicación de la teoría de los registros de representación semiótica propuesta por Raymond Duval. El acceder a la comprensión conceptual de un objeto matemático tan complejo, requiere sin duda poner atención en sus de diversas formas para representarlo, ya que, con estas, se puede ver desde sus diversas dimensiones y comprenderlo posteriormente de manera significativa (D’Amore, 2009). A pesar de esto, en las materias pertenecientes a las ciencias exactas la conceptualización parece ser menos relevante que las habilidades de lo procedimental.

5. Conclusiones

De acuerdo con la información previa obtenida con la mencionada investigación, la mayoría de los estudiantes son incapaces de identificar una función expresada en un registro particular de representación que no sea el verbal. El problema principal con este nivel básico de acercamiento al concepto radica en que una sola representación perteneciente a un registro particular es incapaz de mostrar todas las dimensiones del objeto matemático función, por ejemplo, explicar la idea de rango resulta una tarea titánica si sólo se usa un registro verbal, pero resulta ser relativamente sencillo si se dispones de una representación conjuntista.
El análisis posterior de los resultados obtenidos de la aplicación de esta metodología de trabajo propuesta por la estrategia didáctica basada en la teoría de Duval, ha mostrado una notable comprensión de este concepto por parte de los estudiantes,

quienes son capaces de definir la función matemática y de identificarla en sus diversas representaciones, lo cual es el punto de partida para el logro de un aprendizaje significativo.

En conclusión, la teoría de registros de representaciones semióticas a pesar de haber sido desarrollada hace ya algunos años parece no ser muy comprendida en el ámbito educativo del nivel medio superior. Esta teoría es invaluable y bien aplicada, nos brinda la posibilidad de conducir a nuestros estudiantes al logro máximo de sus aprendizajes.

6. Referencias

Cuevas, C. y Delgado, M. (2016). *¿Por qué el concepto de función genera dificultad en el estudiante?* Departamento de matemática educativa, CINVESTAV, México, 7 (7), 108-119.

Cuevas, C. Delgado, M. & Martínez, M. (2018). *Una propuesta para introducir el pensamiento funcional y concepto de función real, antes de un curso de cálculo diferencial*. Policía nacional de Colombia, Colombia. Revista Logos, Ciencia & Tecnología, 10(2).

D'Amore, B. (2009). *Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética: Interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución*. Bogotá, Colombia. Revista Científica, (11), 150-164. https://doi.org/ISSN: 0124-2253.

Duval, R. (1993). *Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensé.* Annales de Didactique et de Sciences Cognitives. IREM de Strasburg, Francia, 37-65.

Duval, R. (2006). *Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación*. La Gaceta de la RSME, España, 9(1), 143–168.

Duval, R., y Sáenz, A. (2016). *Comprensión y aprendizaje en matemáticas: Perspectivas semióticas seleccionadas*. Editorial Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia. https://goo.su/skGJ

Godino, J., & Batanero, C. (1994). *Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. Departamento de didáctica de las matemáticas.* Facultad de ciencias de la educación. Universidad de Granada Campus de Cartuja, España 14(3), 325-355.

Monje, C. (2011). *Metodología de la investigación cuantitativa y cualitativa: Guía didáctica.* Universidad Sur Colombiana, Colombia. Facultad de Ciencias Sociales y Humanas. Programa de Comunicación y Periodismo.

Rodríguez, M. (2011). *La teoría del aprendizaje significativo*. Revista Electrónica d'Investigació i Innovació Educativa i Socioeducativa, 3(1). Centro de Educación a Distancia (C.E.A.D.). España. https://doi.org/1989-0966

ISSN 2448 – 7945

REGISTROS DE REPRESENTACIÓN Y LA SOLUCIÓN DE JUEGOS DE SUMA CERO

Sánchez Guerra José Isaac[1,*] y Sánchez Guerra Edgar Román[2].
[1] *Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, UNAM. Km 2.5 Carretera Cuautitlán Teoloyucan, San Sebastián Xhala, Cuautitlán Izcalli, Estado de México.*
[2]*Universidad Politécnica de Pachuca. Carretera Pachuca – Cd. Sahagún Km. 20, Ex-Hda de Santa Bárbara, Zempoala, Hidalgo.*

EN-POSM053

Resumen

En su desempeño profesional, un ingeniero puede enfrentarse a problemas cuya solución requiera el análisis de situaciones en las cuales están representadas dos o más partes antagónicas.

Para hacer posible un análisis matemático de estas situaciones es necesario construir un modelo simplificado y formalizado de éstas. A este modelo lo denominaremos juego.

La Teoría de Juegos es el estudio del comportamiento estratégico cuando dos o más individuos interactúan con objetivos opuestos y cada decisión individual resulta de lo que se espera que los otros hagan, asumiendo que cada jugador juega de la "mejor manera" que él puede.

Un juego para dos personas se llama de suma cero si uno de los jugadores gana lo que pierde el otro. Para resolver este tipo de juegos, usualmente se ocupa el criterio maximin y el teorema minimax.

Por otro lado, la Teoría de Registros de Representaciones Semióticas supone que los objetos matemáticos no son accesibles a la percepción, por lo que es indispensable representarlos, y que la comprensión (integradora) de un contenido conceptual reposa en la coordinación de al menos dos registros de representación, y esta coordinación se manifiesta por la rapidez y la espontaneidad de la actividad cognitiva de conversión.

El presente trabajo tiene como objetivo mostrar qué registros de representación se pueden usar para la solución de un juego para dos personas de suma cero, cómo se puede transitar entre ellos y cuál es el aporte de cada uno a la solución del problema.

Palabras clave: *Registros, representación, teoría, juegos, suma, cero.*

1. Introducción

En ciertas ocasiones, al resolver problemas prácticos, un ingeniero tendrá que analizar situaciones en las cuales están representadas dos o más partes antagónicas que persiguen objetivos opuestos. El resultado de cada acción de una

[1*] *Autor para la correspondencia. E-mail: joejade@hotmail.com Tel. 56-23-18-90*

ISSN 2448 – 7945

de las partes depende de la acción llevada a cabo por la parte contraria. A estas situaciones las denominaremos situaciones de conflicto (Véntsel, 1977).

Cada situación de conflicto tomada directamente de la práctica es muy compleja y su análisis se dificulta por haber muchísimos factores secundarios. Para hacer posible un análisis matemático de estas situaciones es necesario prescindir de estos factores y construir un modelo simplificado y formalizado de éstas. A este modelo lo denominaremos juego. El juego se diferencia de una situación real de conflicto en que se realiza a base de reglas completamente determinadas.

La Teoría de Juegos es el estudio del comportamiento estratégico cuando dos o más individuos interactúan con objetivos opuestos y cada decisión individual resulta de lo que se espera que los otros hagan (Monsalve, 2003), asumiendo que cada jugador juega de la “mejor manera” que él puede (Weber, s.f.).

Un juego para dos personas se llama de suma cero si uno de los jugadores gana lo que pierde el otro. Para resolver este tipo de juegos, usualmente se ocupa el criterio maximin y el teorema minimax.

Por otro lado, la Teoría de Registros de Representaciones Semióticas de Duval (1998) supone que los objetos matemáticos no son accesibles a la percepción, por lo que es indispensable representarlos, y que la comprensión (integradora) de un contenido conceptual reposa en la coordinación de al menos dos registros de representación, y esta coordinación se manifiesta por la rapidez y la espontaneidad de la actividad cognitiva de conversión.

2. Metodología o desarrollo

Considerar un juego entre dos jugadores, etiquetados con I y II. Cada jugador tiene una colección finita de estrategias puras, es decir, descripciones de las decisiones que los jugadores harán ante todas las posibles situaciones que pueden aparecer en el juego. El jugador I tiene las estrategias $I_1,\ I_2,\ \dots,\ I_n$ y el jugador II tiene las estrategias $II_1,\ II_2,\ \dots,\ II_m$. Se identificará al jugador que está haciendo el análisis del juego con la etiqueta I y a su “contrincante” con la etiqueta II.

Denótense por $e_1(i,j)$ y $e_2(i,j)$ los pagos (esperados) para el jugador I y el jugador II, respectivamente, cuando el jugador I usa la estrategia I_i y el jugador II usa la estrategia II_j. La forma de representación normal del juego es dada por la matriz de pagos M (Tabla 1):

ISSN 2448 – 7945

$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} II_1 & II_2 & \cdots & II_m \end{array} \\ \begin{array}{c} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{array} & \begin{bmatrix} (e_1(1,1),e_2(1,1)) & (e_1(1,2),e_2(1,2)) & \cdots & (e_1(1,m),e_2(1,m)) \\ (e_1(2,1),e_2(2,1)) & (e_1(2,2),e_2(2,2)) & \cdots & (e_1(2,m),e_2(2,m)) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (e_1(n,1),e_2(n,1)) & (e_1(n,2),e_2(n,2)) & \cdots & (e_1(n,m),e_2(n,m)) \end{bmatrix} \end{array}$$

Tabla 1. *Matriz de pagos* M.

En un juego de suma cero $e_1(i,j) = -e_2(i,j) = e_{ij}$, por lo que la matriz de pagos se puede expresar de la siguiente manera (Tabla 2):

$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} II_1 & II_2 & \cdots & II_m \end{array} \\ \begin{array}{c} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{array} & \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & \cdots & e_{1m} \\ e_{21} & e_{22} & \cdots & e_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e_{n1} & e_{n2} & \cdots & e_{nm} \end{bmatrix} \end{array}$$

Tabla 2. *Matriz de pagos para un juego de suma cero.*

Suponer que el jugador I usa el siguiente criterio para decidir su estrategia: cuando el jugador II intenta maximizar su pago, está también tratando de minimizar el pago del jugador I; esto significa que el jugador I debería ver el pago que recibiría si él juega la estrategia I_i, es decir, $\min_j e_{ij}$, y escoger la estrategia que tiene el mayor de esos pagos mínimos. Este criterio es conocido como el **criterio maximin**.

Usando este criterio, el jugador I puede garantizar que su pago es al menos v_L, el **valor más bajo** del juego, donde $v_L = \max_i \min_j e_{ij}$. Similarmente, el jugador II puede garantizar que el pago del jugador I no es más de v_U, el **valor más grande** del juego, $v_U = \min_j \max_i e_{ij}$.

Suponer, además, que se amplía el conjunto de posibles estrategias por aleatorización, permitiendo al jugador I escoger la estrategia I_i con probabilidad p_i y al jugador II escoger la estrategia II_j con probabilidad q_j. Se dice que el jugador I adopta la estrategia $\boldsymbol{p} = (p_1,\ p_2,\ \ldots,\ p_n)$ y II adopta la estrategia $\boldsymbol{q} = (q_1,\ q_2,\ \ldots,\ q_m)$. El pago esperado para el jugador I es

$$e(\boldsymbol{p},\ \boldsymbol{q}) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} p_i e_{ij} q_j.$$

ISSN 2448 – 7945

A partir de estas suposiciones y el siguiente teorema se obtiene la solución del juego:

Teorema minimax. *Considerar un juego de dos personas de suma cero en el que I tiene n estrategias y II tiene m estrategias (ambas finitas). Entonces*

$$v_L^M = \max_p \min_q e(p,\, q) = \min_q \max_p e(p,\, q) = v_U^M.$$

Si p^* y q^* alcanzan el criterio maximin del teorema, entonces

$$e(p^*,\, q^*) = v_L^M = v_U^M = v.$$

Se dice que v es el **valor** del juego y el valor junto con las estrategias óptimas, p^* y q^*, son la solución al juego.

A partir de este punto, y para obtener su solución gráfica, se tomarán en cuenta los juegos en los que alguno de los jugadores tiene sólo dos estrategias. Los ejemplos que se presentarán son tomados de Mendelson (2004).

Considerar un juego donde el jugador I tiene dos estrategias y el jugador II tiene m estrategias. Se puede escribir $\boldsymbol{p} = (x, 1-x)$ como la estrategia del jugador I. Para determinar la estrategia del jugador II se aplica el criterio maximin mostrado en la Tabla 3:

$$\begin{array}{cc} & \\ x & I_1 \\ 1-x & I_2 \\ \max usando\, II_j & \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} II_1 & II_2 & \cdots & II_m \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccc} e_{11} & e_{12} & \cdots & e_{1m} \\ e_{21} & e_{22} & \cdots & e_{2m} \end{array}\right] \\ \begin{array}{cccc} e_{11}x + e_{21}(1-x) & e_{12}x + e_{22}(1-x) & \cdots & e_{1m}x + e_{2m}(1-x) \end{array} \end{array}$$

Tabla 3. *Matriz de pagos para un juego de suma cero con sólo dos estrategias para el jugador I.*

A continuación se construyen los segmentos de recta correspondientes a las ecuaciones mostradas en la última fila de la Tabla 3 en el intervalo $[0,1]$ (cada segmento de recta j tiene como extremos los puntos $(0, e_{2j})$ y $(1, e_{1j})$) y se maximiza como en Programación Lineal.

Ejemplo 1. Considerar la Tabla 4 como matriz de pagos para un juego de suma cero:

$$\begin{array}{cc} & \\ x & I_1 \\ 1-x & I_2 \\ \max usando\, II_j & \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} II_1 & II_2 & II_3 & II_4 \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccc} 1 & 12 & 4 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 9 \end{array}\right] \\ \begin{array}{cccc} x + 3(1-x) & 12x & 4x + (1-x) & 9(1-x) \end{array} \end{array}$$

Tabla 4. *Matriz de pagos para el juego de suma cero del Ejemplo 1.*

ISSN 2448 – 7945

En este caso, se construirán 4 segmentos de recta: De $(0{,}3)$ a $(1{,}1)$ (Recta 1), de $(0{,}0)$ a $(1{,}12)$ (Recta 2), de $(0{,}1)$ a $(1{,}4)$ (Recta 3) y de $(0{,}9)$ a $(1{,}0)$ (Recta 4) (ver Figura 1):

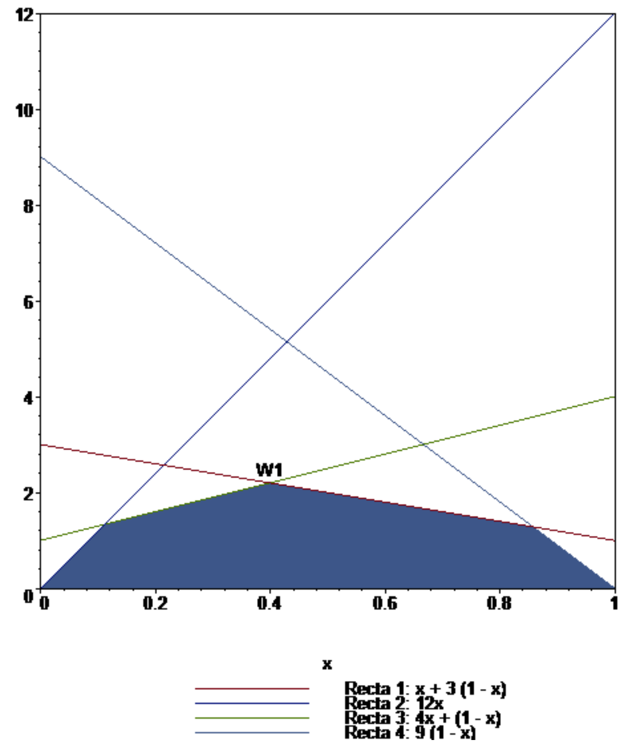


Figura 1. *Segmentos de recta y región factible del Ejemplo 1.*

Maximizando como en Programación Lineal, en la Figura 1 se puede ver que el punto óptimo es $W1$, que es el cruce de las rectas 1 $(x + 3(1 - x))$ y 3 $(4x + (1 - x))$, por lo que la coordenada x del punto $W1$ es $x = \frac{2}{5}$, con lo que se puede deducir que $\boldsymbol{p}^* = \left(\frac{2}{5}, \frac{3}{5}\right)$, $v = \frac{11}{5}$ (que se obtiene sustituyendo $x = \frac{2}{5}$ en cualquiera de las dos rectas que se intersectan en $W1$), y $q_2^* = 0$ y $q_4^* = 0$ (porque las rectas 2 y 4 no pasan por $W1$); tomando en cuenta la ecuación para $e(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{q})$, se tiene que $q_1^* = \frac{3}{5}$ y $q_4^* = \frac{2}{5}$. Por lo tanto, la solución completa de este juego es: $\boldsymbol{p}^* = \left(\frac{2}{5}, \frac{3}{5}\right)$, $\boldsymbol{q}^* = \left(\frac{3}{5}, 0, \frac{2}{5}, 0\right)$ y $v = \frac{11}{5}$.

Considerar un juego donde el jugador II tiene dos estrategias y el jugador I tiene n estrategias. Se puede escribir $\boldsymbol{q} = (y, 1 - y)$ como la estrategia del jugador II. Para determinar la estrategia del jugador I se aplica el criterio maximin mostrado en la Tabla 5:

ISSN 2448 – 7945

$$
\begin{array}{c c c}
 & \begin{array}{cc} y & 1-y \\ II_1 & II_2 \end{array} & \min usando\ I_i \\
\begin{array}{c} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{array} & \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} \\ e_{21} & e_{22} \\ \vdots & \vdots \\ e_{n1} & e_{n2} \end{bmatrix} & \begin{array}{c} e_{11}y + e_{12}(1-y) \\ e_{21}y + e_{22}(1-y) \\ \vdots \\ e_{n1}y + e_{n2}(1-y) \end{array}
\end{array}
$$

Tabla 5. *Matriz de pagos para el juego de suma cero con sólo dos estrategias para el jugador II.*

A continuación se construyen los segmentos de recta de las ecuaciones mostradas en la última columna de la Tabla 5 en el intervalo $[0,1]$ (cada segmento de recta i tiene como extremos los puntos $(0, e_{i2})$ y $(1, e_{i1})$) y se minimiza como en Programación Lineal.

NOTA: Ahora el eje horizontal representa a la variable y.

Ejemplo 2. Una compañía de automóviles compra bocinas para uno de sus modelos. Normalmente, puede comprar las bocinas por \$2, pero si la bocina resulta defectuosa, el costo real para la empresa será de \$8. Sin embargo, a un precio fijo de \$5, el proveedor está dispuesto a surtir la bocina y reemplazarla sin un costo extra si ésta está defectuosa. Finalmente, el proveedor ofrece firmar un contrato de "seguro" bajo el cual cada bocina cuesta \$7, pero, si ésta sale defectuosa, el proveedor la reemplaza y reembolsa el pago inicial de \$7. De estos tres planes, ¿cuál debería adoptar la compañía?

Para resolver este problema, considérese que el Jugador I (la compañía de automóviles) tiene 3 estrategias puras: el procedimiento normal (I_1), el procedimiento de precio fijo (I_2) y el contrato de "seguro" (I_3). Por otro lado, el Jugador II (el estado de la bocina) solamente tiene 2 estrategias puras: no estar defectuosa (II_1) y estar defectuosa (II_2). Los precios dados en el enunciado del problema representan un gasto para el Jugador I, por lo que los pagos se registrarán como negativos en la matriz de pagos. Al interpretar el enunciado a partir de la notación dada, la matriz de pagos para este juego está dada en la tabla 6.

$$
\begin{array}{c c c}
 & \begin{array}{cc} y & 1-y \\ II_1 & II_2 \end{array} & \min usando\ I_i \\
\begin{array}{c} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{array} & \begin{bmatrix} -2 & -8 \\ -5 & -5 \\ -7 & 0 \end{bmatrix} & \begin{array}{c} -2y - 8(1-y) \\ -5y - 5(1-y) \\ -7y \end{array}
\end{array}
$$

Tabla 6. *Matriz de pagos para un juego de suma cero del Ejemplo 2.*

En este caso, se construirán 3 segmentos de recta: De $(0,-8)$ a $(1,-2)$ (Recta 1), de $(0,-5)$ a $(1,-5)$ (Recta 2) y de $(0,0)$ a $(1,-7)$ (Recta 3) (ver Figura 2):

ISSN 2448 – 7945

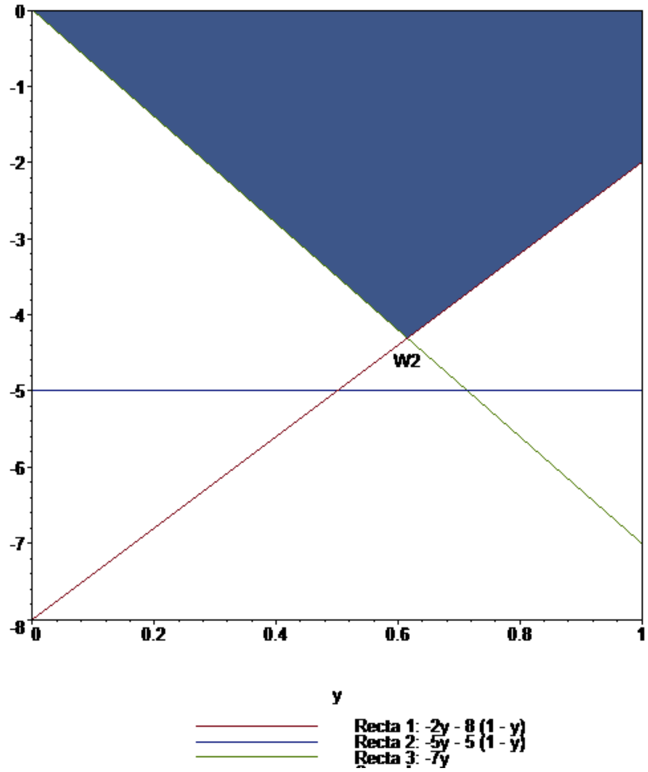


Figura 2. *Segmentos de recta y región factible del Ejemplo 2.*

Minimizando como en Programación Lineal, en la Figura 2 se puede ver que el punto óptimo es $W2$, que es el cruce de las rectas 1 ($-2y-8(1-y)$) y 3 ($-7y$), por lo que la coordenada y del punto $W1$ es $y=\frac{8}{13}$, con lo que se puede deducir que $\boldsymbol{q}^*=\left(\frac{8}{13},\frac{5}{13}\right)$, $v=-\frac{56}{13}$ y $p_2^*=0$; tomando en cuenta la ecuación para $e(\boldsymbol{p},\,\boldsymbol{q})$, se tiene que $p_1^*=\frac{7}{13}$ y $p_3^*=\frac{6}{13}$. Por lo tanto, la solución completa de este juego es: $\boldsymbol{p}^*=\left(\frac{7}{13},0,\frac{6}{13}\right)$, $\boldsymbol{q}^*=\left(\frac{8}{13},\frac{5}{13}\right)$ y $v=-\frac{56}{13}$. Interpretando la solución, ésta sugiere recurrir al procedimiento normal 7 de 13 veces y al contrato de “seguro” 6 de 13 veces, con lo que el costo esperado por bocina será de $\$\frac{56}{13}\approx\$4.31$.

3. Resultados

Con esta actividad, los autores consideran que se favorece el tránsito entre registros de representación de la siguiente manera:

Con el Ejemplo 1, partimos de la representación matricial o tabular del juego, obteniendo expresiones algebraicas para las rectas que delimitan la región factible del problema, se realiza la gráfica correspondiente y, tomando en cuenta estos tres

ISSN 2448 – 7945

registros de representación, se obtiene la solución. Obsérvese que la solución obtenida carece de sentido si no se sabe de qué situación real o ficticia provienen los datos registrados en la matriz de pagos, es decir, si no se tiene el contexto del juego, no se puede interpretar completamente la solución obtenida.

En el Ejemplo 2 también se tiene el registro verbal del juego a resolver, lo cual permite, además de los tránsitos entre registros de representación, dar sentido e interpretar mejor la solución del juego.

4. Discusión y/o análisis.

En este caso, se trabajó con juegos en donde alguno de los jugadores tiene sólo 2 opciones, pero se puede extender a 3 opciones para alguno de ellos, que es lo que se piensa explorar más adelante con la ayuda de Maple, la herramienta computacional ocupada para realizar las figuras mostradas en este trabajo.

5. Conclusiones

La Teoría de Juegos es una rama de las matemáticas relativamente reciente, aunque no lo sean así algunas técnicas que la conforman (Von Neumann, 1953). Por lo tanto, al resolver problemas de este tipo se necesitan suposiciones que puedan justificar la particularización de las técnicas de solución para un problema o para un conjunto de problemas específicos. Al mismo tiempo, estas técnicas pueden comprenderse mejor haciendo uso de registros de representación adecuados tales que cada uno aporte un punto de vista distinto para mejorar dicha comprensión.

6. Referencias

Duval, R. (1998). Registro de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En F. Hitt (Ed.), *Investigaciones en Educación Matemática II* (pp. 173-201). México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Mendelson, E. (2004). *Introducing Game Theory and Its Applications*. Boca Raton: CRC.

Monsalve, S. (2003). John Nash y la teoría de juegos. *Lecturas Matemáticas, Volumen 24*, 137-149.

Véntsel, E. S. (1977). *Elementos de la teoría de los juegos*. Moscú: MIR.

Von Neumann, J. y Morgenstern, O. (1953). *Theory of Games and Economic Behavior* (3rd. Ed.). Princeton: Princeton University Press.

Weber, R. (s.f.). *Mathematics for Operational Research*. Apuntes pertenecientes a la parte III de los Tripos de Matemáticas. Universidad de Cambridge.

DISEÑO DE TALLER STEAM PARA ENSEÑAR LA DEFINICIÓN DE LA ELIPSE MEDIANTE LA EXPRESIÓN ARTÍSTICA

Lujambio Chávez Mariana [1*], Lara Sáenz Noemí Gabriela y Soto Hernández Jazmín Esmeralda
Universidad Autónoma de Querétaro. Cerro de las Campanas, Centro Universitario, 76017 Santiago de Querétaro, Qro.

AP-POSM056

Resumen

La educación STEAM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería, Arte y Matemáticas) es un enfoque educativo que se encuentra en constante expansión y arroja resultados positivos en diversos escenarios ya que se implementa y promueve con éxito en diversos países (Sanz-Camarero et al., 2023). Por ello toma relevancia compartir y fomentar actividades integradoras de las áreas STEAM entre la comunidad docente de matemáticas. El presente trabajo tiene el objetivo de promover en docentes de educación media superior una actividad didáctica bajo el enfoque STEAM que puedan replicar con el estudiantado en clases de matemáticas. La metodología que se implementó consistió en el diseño e impartición de un taller donde participaron profesores de bachillerato a nivel nacional, la propuesta didáctica consistió en trabajar el concepto y ecuación de elipse a través del uso de la tecnología y expresión artística al elaborar una mandala con GeoGebra y Canva. Los resultados obtenidos tras la aplicación del taller con las y los docentes que participaron, muestran un gusto por la actividad diseñada en el taller, declarándola divertida, práctica y factible para llevar a las aulas.

Palabras clave: *Tecnología,arte,elipse,STEAM*

1. Introducción

STEAM es un modelo educativo que surgió en 2007 en Estados Unidos en la mesa de discusión “Americans for the Arts- National Policy, donde se argumenta el papel que conllevan las artes en el desarrollo de habilidades creativas que impacten en el conocimiento científico y tecnológico (Lichtenberg, J et al, 2008). En la literatura, los beneficios más frecuentemente repetidos de la integración de las artes en el enfoque STEAM son, entre otros: desarrollo de la creatividad, el espíritu innovador, el pensamiento crítico, la competencia digital, el conocimiento del diseño de ingeniería, e incluso la promoción de actitudes positivas hacia la ciencia y las matemáticas, y la contextualización de la ciencia (Chien & Chu, 2018; Kim & Kim, 2016; Quigley & Herro, 2016)
Bajo esta premisa se debe formar a las y los docentes para crear actividades multidisciplinares que tomen en cuenta la expresión artística. Como señalan Rodrigues-Silva y Alisina (2022), los estudios sobre formación docente bajo el enfoque STEAM son relativamente recientes, por ello, los autores justifican la importancia de que las investigaciones educativas dirijan su atención a esta perspectiva.

[1] *Autor para la correspondencia. E-mail: MARIANA.LUJAMBIO@UAQ.MX

ISSN 2448 – 7945

La geometría analítica es una de las matemáticas escolares que mejor pueden encajar para realizar actividades con arte debido a su categoría de “dibujar” en el plano un lugar geométrico. Una de las principales finalidades de la geometría analítica es que el estudiantado pueda establecer una conexión entre la geometría y el álgebra en cada uno de los lugares geométricos, de esta forma el docente debe permitir que el estudiantado escale niveles cognitivos, pero también adquiera otras habilidades (Lujambio, Larios & Flores, 2017).

La presente experiencia aborda la metodología de un taller virtual que tuvo lugar con quince docentes de matemáticas de educación media superior en el 6to Encuentro de Innovación en la Enseñanza de las Matemáticas. El taller “STEAM Matemáticas y Expresión artística: Aprendiendo la definición y ecuación de la elipse” pretende indagar en la definición geométrica de una elipse como el lugar geométrico de todos los puntos de un plano en los que la suma de sus distancias a dos puntos fijos, llamados focos, es constante. Además de llegar a su ecuación general $Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$ para ocho elipses particulares. Teniendo como objetivo: Diseñar, construir y decorar a través del concepto de elipse una mandala artística con uso de tecnología. De tal forma que se fomente que las y los docentes creativos implementen enfoque STEAM en sus aulas y formen estudiantes que se dirijan a carreras STEAM.

2. Metodología o desarrollo

El taller estuvo subdividido en tres momentos principales: (1) Introducción, justificación y definición de conceptos, (2) Actividad práctica con geogebra y canva, (3) Galería artística de exposición de trabajos y retroalimentación. Cada una la abordaremos detalladamente a continuación.

2.1 Introducción, justificación y definición de conceptos.

Con la finalidad de poner en contexto a la comunidad docente que tomó el taller se realizó una introducción que incluía la justificación y pertinencia de realizar actividades multidisciplinarias con la comunidad estudiantil fundamentado en el enfoque STEAM, así como la importancia de estudiar carreras de ingeniería y tecnología, así como la definición de conceptos como: Elipse y sus ecuaciones.

2.2 Actividad práctica con geogebra y canva.

Posteriormente se realizó la explicación paso a paso para crear una mandala artística utilizando la herramienta de elipse en el programa de geogebra clásico en línea, un software de matemáticas gratuito y accesible. Los pasos fueron realizados por las facilitadoras en pantalla y explicados en su discurso, de tal forma que las y los participantes los pudieran seguir:

- Abre en el buscador: https://www.geogebra.org/classic?lang=es
- Dibuja una circunferencia con centro en el origen que pase por el punto (0,2) y otra circunferencia concéntrica que pase por el punto (0,6).

- Dibuja una recta que pase por el origen (0,0) y el punto (2,2), dibuja una recta que pase por el origen y el punto (-2,2)
- Dibuja todos los puntos de intersección entre las rectas y las circunferencias.
- Dibuja todos los puntos de intersección entre los ejes X y Y y las circunferencias. Hasta ahora se verá como en la siguiente imagen:

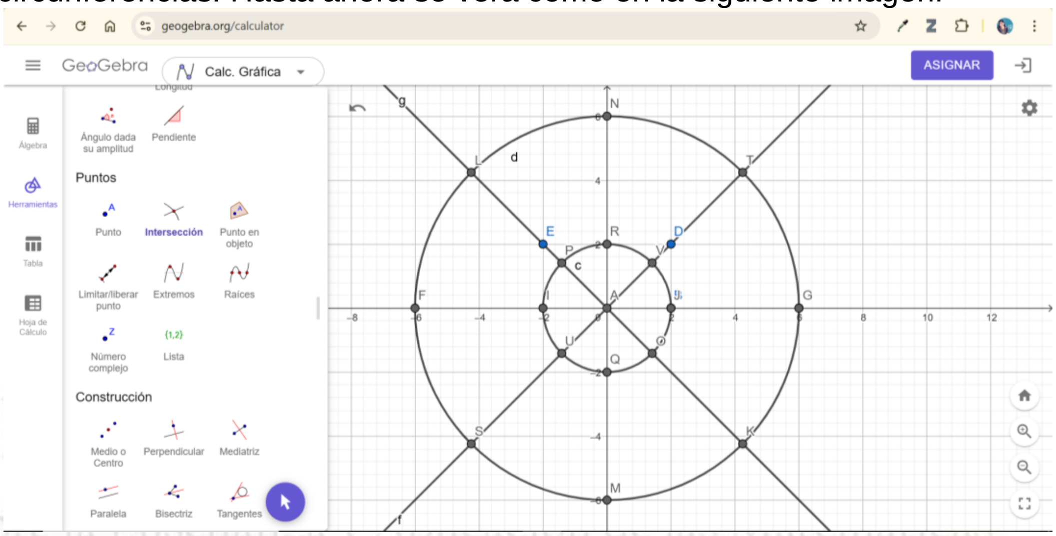


Figura 1.
Arreglo de circunferencias con rectas.

- Utilizando como focos los puntos de intersección y como vértice el origen realiza una elipse por cada recta de la figura (incluyendo los ejes). En total quedaran ocho elipses.

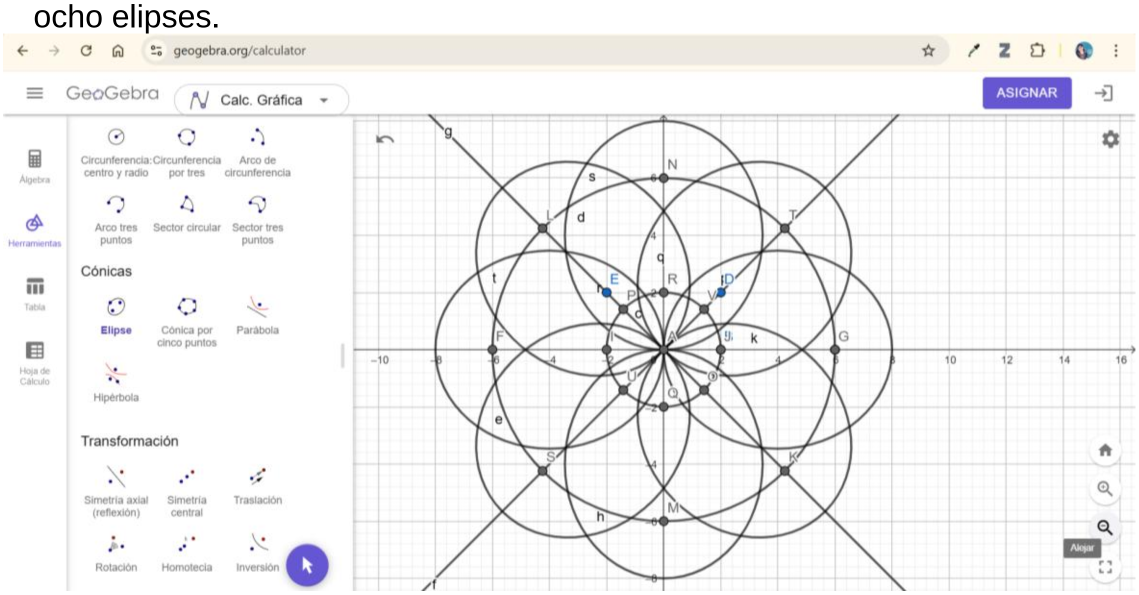


Figura 2.
Arreglo con elipses.

- Oculta todos los puntos, las rectas y la cuadricula para tener una mandala en imagen. Así como todas las etiquetas de las elipses y circunferencias.

ISSN 2448 – 7945

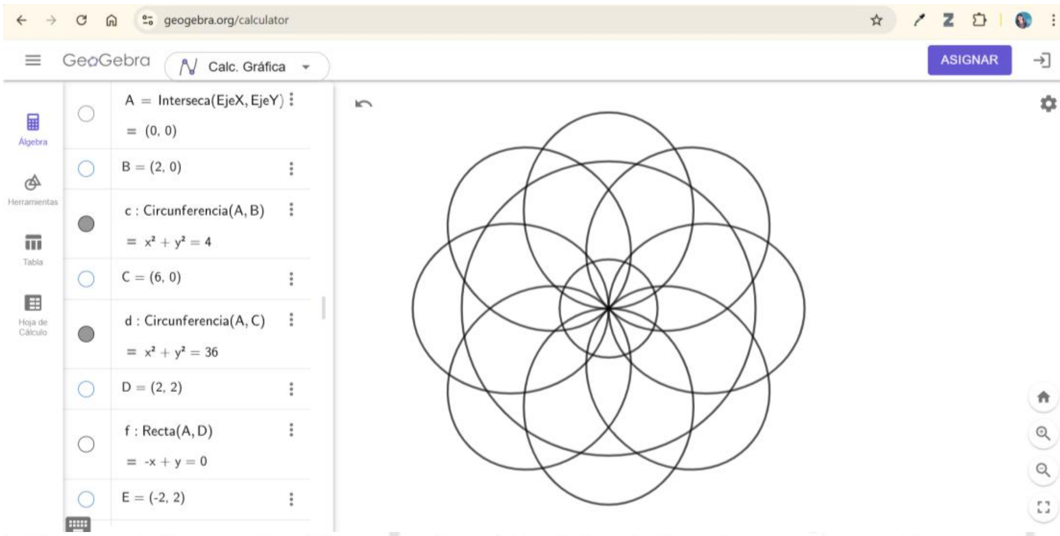


Figura 3.
Arreglo final con elipses. Listo para exportar.

- Exporta en formato imagen para pegar en canva.
- Entra a: https://www.canva.com/ para subir la imagen de la mandala y decorar con las herramientas disponibles.

2.3 Galería artística de exposición de trabajos y retroalimentación.
Por último, las y los participantes del taller entraran a la plataforma de padlet para subir sus trabajos realizados e interactuar con una retroalimentación cualitativa.
Para ello debieron ingresar a: https://padlet.com/noemilara3/comparte-tu-experiencia-y-responde-c-mo-te-pareci-la-activid-mpze5t9xwzxdztly

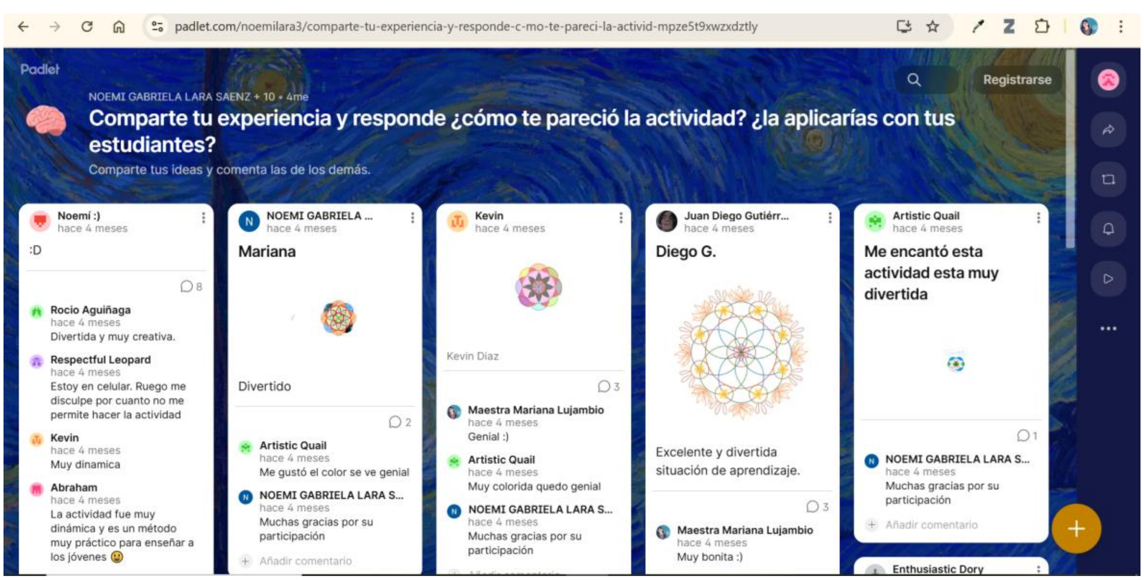


Figura 4.
Galería artística virtual

3. Resultados y discusión

La participación de todos los docentes fue activa durante el taller, realizando preguntas y reaccionando virtualmente conforme iban avanzando en la actividad. Al final nueve docentes de quince compartieron su trabajo en el padle, teniendo como resultados las siguientes mandalas:

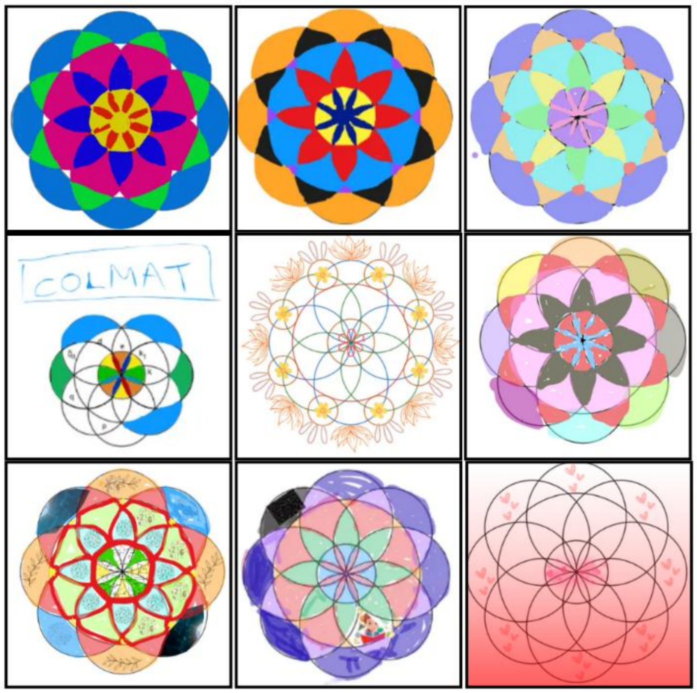


Figura 5.
Diseño final de mandalas.

Por su parte todos los comentarios referentes a la actividad fueron positivos, rescatando argumentos a la pregunta ¿Cómo te pareció la actividad? Como: “Divertida y muy creativa”; “La actividad fue muy dinámica y es un método muy práctico para enseñar a los jóvenes”; “Una situación de aprendizaje muy divertida y enriquecedora.”; “Me encantó, felicidades por tan buena actividad.”; “Muy interesante el taller y muy entretenido. Me gustó mucho”; “Me encantó esta actividad, está muy divertida”.
Además de viva voz, algunos docentes que comentaron, confirmaron que la ven factible para aplicarse con el estudiantado.

4. Conclusiones

El diseño e implementación del taller STEAM para la enseñanza de la elipse mediante la expresión artística demostró ser una estrategia efectiva para fortalecer la formación docente en matemáticas, integrando la tecnología y el arte como herramientas didácticas. La metodología utilizada permitió que las y los participantes comprendieran

ISSN 2448 – 7945

la relación entre la geometría analítica y la creatividad, favoreciendo la apropiación del concepto de elipse de una manera lúdica e innovadora.

Los resultados obtenidos reflejan una recepción positiva por parte de los docentes, quienes destacaron la utilidad, dinamismo y aplicabilidad de la actividad en sus propias aulas. La participación activa y el entusiasmo manifestado en la retroalimentación indican que este tipo de enfoques pueden motivar a las y los estudiantes a mejorar su percepción de las matemáticas, promoviendo el pensamiento crítico y la creatividad en el aprendizaje.

Finalmente, esta experiencia reafirma la importancia de seguir explorando metodologías multidisciplinarias dentro del enfoque STEAM para la enseñanza de conceptos matemáticos y de compartir el conocimiento con la comunidad docente que puede impactar en el estudiantado.

5. Referencias

Kim, B. H., & Kim, J. (2016). Development and validation of evaluation indicators for teaching competency in STEAM education in Korea. Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 12(7), 1909-1924. https://doi.org/10.12973/eurasia.2016.1537a

Lichtenberg, J. Woock, C. Wright, M. (2008). *Ready to Innovate. Are Educators and Executives Aligned on the Creative Readiness of the U.S. Workforce?* ISBN No. 0-8237-0934-5 The Conference Board and the torch logo are registered trademarks of The Conference Board, Inc.

Lujambio, C. M., Larios, O, V., Flores, S, H. (2017). Matemáticas creativas: actividad introductoria al concepto de elipse. Revista Pädi. 1(2). Pp. 31-37.

Quigley & Herro. (2016). “Finding the Joy in the Unknown”: Implementation of STEAM Teaching Practices in Middle School Science and Math Classrooms. Journal of Science Education and Technology, 25(3), 410-426. https://doi.org/10.1007/s10956-016-9602-z

Rodrigues-Silva, J. y Alisina, A. (2022). Effects of a practical teacher-training program on STEAM activity planning. *Revista Tempos e Espaços em Educação*. 15 (34). https://doi.org/10.20952/revtee.v15i34.17993

Sanz-Camarero, R., Ortiz-Revilla, J., & Greca, I. M. (2023). The impact of integrated STEAM education on arts education: A systematic review. Education Sciences, 13(11), 1139.

APLICACIÓN Y RELEVANCIA DE MÉTODOS ESTADÍSTICOS AVANZADOS EN LA INVESTIGACIÓN EDUCATIVA

Torres Ramos Ingrid Chantal [1, *], Canut Díaz Velarde Ma. Eugenia[2]
[1,2]*Facultad de Estudios Superiores Acatlán (FES Acatlán). Avenida Alcanfores y San Juan, Totoltepec s/n, Sta. Cruz Acatlán, 53150 Naucalpan de Juárez, México*

AP-POSM058

Resumen
El uso de métodos estadísticos avanzados es una herramienta fundamental en el campo de la educación. El objetivo de esta investigación es identificar los métodos estadísticos que tienen mayor aplicabilidad para realizar investigación en el campo cuantitativo educativo. Esta necesidad se justifica en que se abarca una variedad de necesidades analíticas, desde la descripción básica hasta los análisis complejos multivariados, así como el abordaje de diferentes tipos de datos y diseños metodológicos, que facilitan la inferencia estadística y la toma de decisiones basadas en evidencia. Es por ello, que su uso refleja la calidad y el rigor de los manuscritos publicados en revistas de alto impacto. Ejemplo de ello se tiene: el análisis de varianza (ANOVA), empleado en el 57.7% de los estudios, que es crucial para comparar medias entre grupos; la prueba t de Student, usada en el 34.8% de los casos; el análisis de correlación, aplicado en un 29.5%; el análisis de regresión representa un porcentaje del 21% de los artículos, por mencionar algunos. La metodología para estructurar el proceso de análisis de métodos estadísticos utilizados es el método de PRISMA junto con la inteligencia artificial (IA). El artículo indaga aplicaciones estadísticas utilizadas en el desarrollo de artículos de investigación que facilitan la relación entre distintas y complejas variables, las cuales proporcionan diferentes métodos para resolver un problema dependiendo del objetivo y proporciona alternativas para la toma de decisiones contribuyendo a la eficacia de las conclusiones académicas.

Palabras clave: *estadística, multivariante, prisma, cuantitativos, procesamiento*

1. Introducción
La investigación educativa a nivel superior es un área de especialidad que permite mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje, se enfoca en la interacción de diversos elementos del sistema educativo, como son el estudiantado, docentes y los recursos e infraestructura disponible. Según Hernández (2018), la investigación educativa busca "resolver problemas específicos del ámbito educativo, proporcionando un marco para el desarrollo de mejores prácticas pedagógicas" (p. 35). Esta área ha experimentado una transformación significativa en las últimas décadas, impulsada en gran medida por la adopción de métodos estadísticos avanzados (Strunk & Mwavita, 2025). Estos métodos permiten que el investigador analice grandes volúmenes de datos de manera objetiva y precisa, lo que es esencial cuando se buscan patrones, relaciones y tendencias dentro de los procesos educativos. La estadística se convierte así en una herramienta imprescindible para validar los resultados obtenidos a través de métodos de investigación cuantitativa. En un contexto global marcado por rápidos cambios tecnológicos, diversidad estudiantil y demandas de calidad, las

[1] **Autor para la correspondencia. E-mail: INGRID-TR@CIENCIAS.UNAM.MX*

ISSN 2448 – 7945

universidades enfrentan el reto de generar evidencia robusta que guíe la toma de decisiones institucionales, el diseño de políticas públicas y la optimización de los procesos de enseñanza-aprendizaje. En la educación superior es esencial el uso de herramientas estadísticas avanzadas para producir conocimientos significativos y de impacto, para tal efecto se debe considerar la mejora de la calidad docente con ayuda de la investigación se identifican prácticas pedagógicas efectivas, se evalúa el impacto de metodologías innovadoras (aprendizaje híbrido, por mencionar uno) y retroalimenta la formación docente. Por ejemplo, estudios como el de García et al. (2022) utilizó modelos multinivel para analizar cómo el clima institucional influye en la efectividad de los profesores. En el caso de la retención y éxito estudiantil, el comprender los factores que afectan la deserción o el rendimiento académico es clave. Técnicas como el *machine learning* han permitido predecir riesgos de abandono con variables como asistencia, calificaciones y contexto socioeconómico (Patel et al., 2022). Al considerar la Evaluación de Políticas Educativas, la investigación cuantitativa aporta evidencia para validar programas de becas, accesibilidad o internacionalización. El *Propensity Score Matching* (PSM), por ejemplo, se emplea para comparar resultados entre beneficiarios y no beneficiarios de intervenciones, controlando sesgos (Rosenbaum & Rubin, 1983). Este artículo presenta algunos métodos estadísticos avanzados como una necesidad emergente en la investigación académica, evaluando sus aplicaciones actuales y su importancia en el contexto de la investigación educativa, en las últimas décadas, impulsada por la complejidad de fenómenos pedagógicos y la disponibilidad de grandes conjuntos. A continuación, se presentan algunas de las técnicas más utilizadas en la actualidad, su relevancia y aplicaciones en el ámbito educativo.

2. Métodos estadísticos

La tecnología informática disponible hoy en día, ha hecho posibles avances extraordinarios en el análisis de datos psicológicos, sociológicos entre otras áreas desde temas referidos al comportamiento humano hasta financieros. Este impacto es más evidente en la relativa factibilidad con la que los ordenadores pueden analizar enormes cantidades de datos complejos. Casi cualquier problema se puede analizar fácilmente hoy en día con ayuda de programas estadísticos. Gran parte de la comprensión y análisis de datos ha venido a través de la estadística y de la inferencia estadística, de la misma forma que las técnicas estadísticas conocidas como análisis multivariante.

Una variable estadística es una característica o propiedad de una población o muestra que puede tomar diferentes valores. Se divide en: Cuantitativa representan cantidades numéricas. Por ejemplo, el número de helados vendidos en un tiempo, la altura de una población, entre otros. Se dividen en discretas y continuas a su vez se clasifican como dependientes o independientes. Se dice que es discreta si sus posibles valores están aislados y es continua se puede tomar todos los valores de un intervalo; Cualitativa (o categóricas) expresan cualidades o categorías sin valores numéricos. Por ejemplo, el color de ojos de una población, el género, la edad, entre otros. Se dividen en nominal y ordinal. La nominal es aquella que representa categorías sin un orden específico, es decir no hay una jerarquía o criterio de comparación entre los valores. La ordinal

representa categorías con un orden o jerarquía definida, aunque la diferencia entre ellas no sea cuantificable.
El análisis univariante, opuesto al análisis multivariante, consiste en el estudio de la distribución de las variables o de las relaciones entre categorías de cada variable, por ejemplo, a través de covarianza, correlación, comparación de medias entre otras. Aunque es fundamentalmente descriptivo, el análisis univariante permite además identificar relaciones o asociaciones entre las variables que facilitan determinar el tipo de análisis multivariante a emprender.
El análisis multivariante es un conjunto de técnicas estadísticas que permiten examinar simultáneamente múltiples variables para comprender las relaciones complejas entre ellas. A diferencia del análisis univariante, que se enfoca en una sola variable, el análisis multivariante aborda varias variables al mismo tiempo, facilitando la identificación de patrones, correlaciones y dependencias en datos complejos. Estas técnicas son ampliamente utilizadas en diversos campos, como la investigación científica, el marketing, la economía y la psicología entre otros, con el fin de analizar datos multifactoriales y tomar decisiones informadas basadas en la comprensión integral de los fenómenos estudiados.

2.1 Componentes principales y análisis factorial común

El método de componentes principales, también conocido como Análisis de Componentes Principales (ACP o PCA en inglés), es una técnica estadística de síntesis de información y reducción de dimensionalidad. Su objetivo principal es transformar un conjunto de variables originales en un nuevo conjunto de variables denominadas componentes principales.

2.2 Análisis factorial

Incluye variaciones tales como el análisis de componentes y el análisis factorial común, es una aproximación estadística que puede usarse para analizar las interrelaciones entre un gran número de variables y explicar estas variables en términos de sus dimensiones subyacentes comunes. El objetivo es encontrar un modo de condensar la información contenida en un número de variables originales en un conjunto más pequeño de variables (factores) con una pérdida mínima de información. Si se proporciona una estimación empírica de la estructura de las variables consideradas, el análisis factorial se convierte en una base objetiva para crear escalas aditivas.

2.3 Regresión múltiple

La regresión múltiple, es un método de análisis apropiado cuando el problema del investigador incluye una única variable métrica dependiente que se supone está relacionada con una o más variables métricas independientes. El objetivo del análisis de la regresión múltiple es predecir los cambios en la variable dependiente en respuestas a cambios en varias de las variables independientes. Este objetivo se consigue muy a menudo a través de la regla estadística de los mínimos cuadrados. La regresión múltiple es útil siempre que el investigador esté interesado en predecir la magnitud de la variable dependiente. Por ejemplo, se puede hacer una predicción de

ISSN 2448 – 7945

los gastos mensuales de cenar fuera de casa (variables dependientes). De la misma forma, el investigador puede intentar predecir las ventas de una compañía a partir de información sobre sus gastos en publicidad, el número de vendedores y el número de tiendas que distribuyen sus productos. En opinión de Aguayo (2024) han brindado a los investigadores la capacidad de explorar de manera más profunda áreas como la educación, la psicología y las ciencias sociales.

2.4 Análisis de conglomerados

El análisis de conglomerados, estudia formas sistemáticas en la manera en que se agrupan objetos en función de un conjunto de mediciones. Los conglomerados pueden representarse con grupos de observaciones en los que no existen diferencias entre las observaciones dentro de un mismo grupo, o bien, en los que sus observaciones sean semejantes en algún sentido. La lógica subyacente a este procedimiento resulta similar a la de una regresión ponderada, por lo que, si se utiliza de esta manera, el análisis de conglomerados permite descubrir fortalezas estadísticas entre los grupos regresores con un conjunto de medidas y objetivos. Chávez et al. (2022), plantea que en la ciencia de la salud es importante clasificar grandes cantidades de datos en categorías significativas, este tipo de estudio demuestra cómo esta técnica facilita la agrupación de características comunes lo que logra que se optimice la interpretación.

2.5 Análisis discriminante

El análisis discriminante es un método estrechamente relacionado con algunas formas concretas de problema supervisado, la naturaleza de la variable dependiente es cualitativa en donde se clasifica las unidades muestrales en función de sus valores. Básicamente, el objetivo del análisis discriminante es conseguir la mejor clasificación posible de las unidades muestrales que compiten en un sistema utilizando la naturaleza de una variable independiente que caracteriza a los individuos en uno (o varios) tipos de unidades que competirán. De hecho, cobra sentido en problemas explícitos en los que un grupo de unidades se ajusta lo mejor posible a un determinado sistema que predice un tipo de comportamiento análogo. Este método es no paramétrico, por lo que no estima la matriz de covarianzas poblacional. En su lugar, se basa en un procedimiento de clasificación mediante la generación de reglas de asignación para los valores de los individuos. Se aplica a un conjunto B de variables independientes, cuyo número debe ser razonablemente grande en comparación con las unidades de observación N y el número de predictores p. Por esta razón, se recomienda que $N/p > 1$, una condición esencial para la correcta aplicación del modelo. Esta característica es clave en el análisis discriminante, ya que permite un enfoque procedimental, teórico y exploratorio en contextos explicativos donde se requiere una clasificación eficiente de las unidades observadas.

2.6 Ecuaciones estructurales

El modelo de ecuaciones estructurales (SEM), es una técnica estadística avanzada que combina el análisis factorial con la regresión lineal múltiple. Se utiliza para analizar relaciones complejas entre variables observables y latentes, permitiendo estudiar

ISSN 2448 – 7945

sistemas multivariantes y relaciones causales utilizando datos no experimentales. Las características de este modelo es que permite modelar relaciones complejas entre variables e incorpora variables latentes (no observadas directamente) y observables, combina el modelo de medida y el modelo estructural y estima los efectos directos e indirectos entre las variables y considera el error de medición en el análisis. Es un modelo que se aplica en las ciencias sociales, psicología, educación, marketing, investigación empresarial por mencionar algunas.

3. Herramientas utilizadas

Se realizó una revisión bibliográfica de las herramientas estadísticas que se han utilizado en artículos de investigación educativa, a través de diversas bases de datos, considerando el periodo del 2020 al 2024, con la finalidad de conocer las tendencias más recientes y relevantes en este campo.

4. Objetivo

En este artículo de investigación se tiene como objetivo identificar los métodos estadísticos que tienen mayor aplicabilidad en el campo de la investigación educativa, en relación con los métodos cuantitativos. De manera que a través del documento se reflejan las tendencias de las herramientas estadísticas avanzadas contribuyendo así a una mejor comprensión de dichas técnicas y usos en las diversas áreas de aplicación.

5. Materiales y Métodos

5.1 Diseño y protocolo de la revisión

Siguiendo la metodología PRISMA 2020, se estableció un protocolo estructurado para garantizar transparencia y reproducibilidad. Este incluyó:

- Pregunta de investigación: ¿Cuál es la prevalencia de los métodos estadísticos de regresión y modelado de ecuaciones estructurales (SEM) en investigaciones educativas publicadas entre 2020 y junio de 2024?
- Criterios de inclusión/exclusión: Estudios empíricos cuantitativos en educación que reporten el uso de regresión o SEM; se excluyeron revisiones teóricas, estudios cualitativos o no relacionados con el ámbito educativo
- Registro del protocolo: El protocolo se documentó utilizando plantillas PRISMA y se compartió en plataformas abiertas para evitar duplicaciones

5.2 Búsqueda sistemática y selección de estudios

La búsqueda se realizó en Scopus, Web of Science, PubMed y ERIC con estrategias basadas en términos clave:

- Palabras clave: "regression analysis", "structural equation modeling", "educational research", "quantitative methods".
- Filtros temporales: 2020–junio 2024.
- Operadores booleanos: Combinaciones como (SEM OR "structural equation modeling") AND ("education" OR "learning")
- Resultados iniciales:

ISSN 2448 – 7945

- Identificación: 1,250 registros (350 en Scopus, 300 en WoS, 400 en PubMed, 200 en ERIC).
- Cribado: 450 estudios tras eliminar duplicados y revisar títulos/resúmenes.
- Elegibilidad: 180 estudios analizados a texto completo.
- Inclusión final: 95 estudios cumplieron criterios (representados en un diagrama de flujo PRISMA

5.3 Evaluación de calidad y riesgo de sesgo

Se aplicaron herramientas estandarizadas para evaluar la calidad metodológica:

- ROBIS (Risk Of Bias In Systematic reviews): Para identificar sesgos en la selección de estudios
- AMSTAR 2: Evaluó la rigurosidad en la síntesis de evidencia Hallazgos:
- 70% de los estudios mostraron bajo riesgo de sesgo.
- 20% presentaron limitaciones en la descripción de métodos estadísticos.
- 10% excluidos por falta de claridad en los resultados

6. Resultados

6.1 Síntesis de datos y prevalencia

Análisis cuantitativo (meta-análisis):

- Prevalencia de regresión: 68% de los estudios utilizaron modelos de regresión (lineal, logística, jerárquica).
- Prevalencia de SEM: 32% emplearon SEM, destacando su uso en estudios sobre evaluación de competencias y factores psicosociales en educación .
- Heterogeneidad: Índice = 75%, indicando alta variabilidad entre estudios, atribuible a diferencias en diseños muestrales y contextos educativos

6.2 Subanálisis por área temática:

- Educación superior: Mayor uso de SEM (45%) para modelar relaciones complejas (ejemplo motivación-rendimiento).
- Educación básica: Predominio de regresión lineal (55%) en estudios de impacto de políticas educativas

6.3 Evaluación de sesgos y limitaciones

- Sesgo de publicación: Se detectó asimetría en el gráfico de embudo (prueba de Egger: $p = 0.03$), sugiriendo que estudios con resultados no significativos fueron menos publicados.
- Sesgo de selección: 15% de los estudios no detallaron criterios de inclusión, afectando la reproducibilidad.
- Herramientas de mitigación: Se aplicaron modelos de efectos aleatorios y análisis de sensibilidad para ajustar estimaciones.

ISSN 2448 – 7945

6.4 Siguiendo los lineamientos PRISMA.

Se analizó la prevalencia de ANOVA y ANCOVA en investigaciones educativas publicadas entre 2020 y junio de 2024, ver tabla 1. La búsqueda se realizó en Scopus, Web of Science, PubMed y ERIC,

- Palabras clave:
  "ANOVA education", "ANCOVA education", "analysis of variance", "analysis of covariance", "quantitative methods in education".
- Criterios de inclusión:
  - Artículos empíricos en revistas revisadas por pares.
  - Enfoque en educación básica, superior o políticas educativas.
  - Uso explícito de ANOVA y/o ANCOVA como técnica principal.
- Exclusión:
  - Estudios cualitativos, revisiones teóricas o metanálisis previos.

De 2,300 registros identificados, 320 artículos cumplieron los criterios tras eliminar duplicados y aplicar filtros de relevancia.

Técnica	Frecuencia (%)	Ejemplos de Aplicación
ANOVA	**68%**	**Comparar rendimiento académico entre metodologías de enseñanza (ej.: presencial vs. virtual).**
ANCOVA	**32%**	**Controlar variables como nivel socioeconómico al evaluar programas de intervención escolar.**

Tabla 1. Prevalencia de ANOVA vs. ANCOVA

7. Conclusiones

La estadística se ha convertido en una herramienta fundamental para la investigación educativa, permitiendo un análisis objetivo y preciso de grandes volúmenes de datos. Esto es esencial para identificar patrones, relaciones y tendencias dentro de los procesos educativos. Los métodos estadísticos avanzados permiten a los investigadores validar los resultados obtenidos a través de métodos de investigación cuantitativa, proporcionando una base sólida para la toma de decisiones en el ámbito educativo. Los métodos estadísticos son esenciales para la investigación educativa, ya que permiten organizar, analizar e interpretar datos de manera estructurada. La capacidad de utilizar estadísticas avanzadas en los estudios educativos ha permitido que se obtengan conclusiones más sólidas y confiables que guían las políticas educativas. García y Rodríguez (2020) sostienen que "los métodos estadísticos proporcionan un enfoque riguroso y sistemático para comprender fenómenos educativos complejos, como la eficacia de los métodos de enseñanza, el rendimiento estudiantil y las brechas educativas" (p. 58). Estos métodos incluyen desde técnicas descriptivas simples, como medias y desviaciones estándar, hasta modelos

ISSN 2448 – 7945

estadísticos avanzados que buscan relaciones causales entre variables, como regresiones múltiples o análisis de varianza.

El uso de estos métodos es clave para estudiar el impacto de diferentes variables en los resultados educativos. Por ejemplo, investigaciones que analizan el rendimiento académico de los estudiantes pueden utilizar métodos estadísticos para determinar si hay diferencias significativas en el desempeño entre distintos grupos, como género, edad o antecedentes socioeconómicos. López (2021) destaca que "la investigación educativa que incorpora análisis estadísticos puede identificar factores predictores del rendimiento, facilitando intervenciones educativas más efectivas" (p. 88). Al utilizar técnicas como análisis multivariante, el investigador puede observar cómo múltiples factores interactúan simultáneamente, lo cual no sería posible mediante métodos cualitativos o descriptivos aislados.

8. Referencias

Aguayo, E. R. (2024). Comparación de Métodos Estadísticos de Meta-Análisis de Generalización de la Fiabilidad con Datos Reales. *Revista Iberoamericana de Diagnóstico y Evaluación–e Avaliação Psicológica. RIDEP, 2*(72), 157-168. https://doi.org/10.21865/RIDEP72.2.11

Chávez, A. L., Díaz, G. L., & Rosales, R. M. (2022). Determinantes socioeconómicos de salud y COVID-19 en México. *Gaceta medica de México* (1), 3-10. https://doi.org/10.24875/GMM.M22000633

García, J., & Rodríguez, M. (2020). *Métodos estadísticos en la investigación educativa*. Editorial Académica.

Hernández, R. (2018). *La investigación educativa: Conceptos y enfoques*. Ediciones Universitarias.

López, P. (2021). *Investigación educativa y análisis de datos: Una guía práctica para docentes*. Editorial Universitaria

Otero, E. R., Calo, E., & Rodríguez, B. A. (2024). La importancia de la filosofía de la ciencia y la teoría sociológica en una asignatura universitaria de estadística: una cronología. *ENSAYO, 36*(2), 213-231. https://doi.org/https://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol36/2/08_REM_36-2.pdf

Patel, S., Smith, R., & Jones, L. (2022). Machine learning for predicting student dropout in higher education. *Journal of Educational Data Mining, 14*(1), 89–110. https://doi.org/10.1234/jedm.2022.0001

Rosenbaum, P. R., & Rubin, D. B. (1983). The central role of the propensity score in observational studies for causal effects. *Biometrika, 70*(1), 41–55. https://doi.org/10.1093/biomet/70.1.41

Strunk, K. K., & Mwavita, M. (2025). *Design and analysis in educational research using jamovi: ANOVA designs*. Routledge.

LA MULTIPLICACIÓN: DOS CIVILIZACIONES, UN LENGUAJE MATEMÁTICO UNIVERSAL

Pérez Gamón Carolina Margarita[1,*], Domingo Márquez Ortega[2]

[1]Universidad Nacional de Lanús Argentina. 29 de Septiembre 3901 (1826), Remedios de Escalada, Lanús.
[2]Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, UNAM. Carretera Cuautitlán-Teoloyucan Km. 2.5, Colonia San Sebastián Xhala. Cuautitlán Izcalli, Estado de México, C.P. 54714.

AP-POSM059

Resumen

La multiplicación, una operación matemática fundamental, ha sido adaptada por diversas civilizaciones a lo largo de la historia. Este estudio se enfoca en comparar la multiplicación maya y los Huesos de Neper en la Europa del siglo XVII, buscando similitudes en el desarrollo de conceptos matemáticos en diferentes culturas. La investigación se basa en fuentes primarias y secundarias sobre la historia de las matemáticas, revelando que tanto los mayas como los europeos realizaron operaciones matemáticas similares, a pesar de las diferencias en sus sistemas numéricos y símbolos. Las conclusiones de esta investigación sugieren que tanto los sumerios como los mayas realizaron importantes contribuciones al desarrollo de las matemáticas. A pesar de sus diferencias, ambos métodos comparten la idea fundamental de que la multiplicación es una forma de suma repetida.

***Palabras claves**: mayas, Huesos de Neper, multiplicación, culturas.*

1. Introducción

La multiplicación, una de las operaciones fundamentales de la aritmética, ha sido abordada de diversas maneras a lo largo de la historia y en diferentes culturas. En este estudio, nos enfocaremos en comparar dos enfoques distintos: la multiplicación desarrollada por la civilización maya en Mesoamérica y los Huesos de Neper, un invento europeo del siglo XVII. A pesar de la distancia geográfica temporal que separa a estas dos civilizaciones, ambas contribuyeron al desarrollo de un lenguaje matemático universal que trasciende fronteras y épocas. La investigación propuesta se basa en diversas fuentes que abordan la historia y el desarrollo de las matemáticas en diferentes culturas, centrándose en el estudio de la multiplicación maya y su comparación con los Huesos de Neper.
En primer lugar, la obra de Nápoles V., J.E. (1996) proporciona un contexto histórico amplio sobre la evolución de los conceptos matemáticos, sentando las bases para comprender cómo las diferentes civilizaciones abordaron la multiplicación.

[1*] *Autor para la correspondencia. E-mail:* PEREZGAMONCAROLINA@GMAIL.COM Tel. /Fax.: 011-5533-5600

En segundo lugar, los trabajos de Ibáñez, R. (2016) resultan fundamentales para analizar la notación matemática utilizada en la multiplicación maya y en los Huesos de Neper. Estos estudios exploran cómo los símbolos y herramientas de cálculo han evolucionado a lo largo del tiempo, lo cual es crucial para comparar los sistemas de representación de ambas culturas.

Finalmente, la investigación de Ibáñez Torres, R. (2019) ofrece una visión detallada de los métodos de multiplicación utilizados en diferentes épocas y lugares, incluyendo un análisis de la multiplicación maya. Esta obra permite establecer paralelismos y contrastes entre las técnicas de multiplicación maya y los Huesos de Neper, enriqueciendo el análisis comparativo.

La obra de Magaña, L. F. es esencial para comprender el sistema numérico maya y su enfoque particular de la multiplicación. Este texto proporciona información valiosa sobre el contexto cultural y matemático en el que se desarrolló la multiplicación maya, lo que permite una comparación más adecuada con los Huesos de Neper.

Teniendo en cuenta Formas de Multiplicar (2011) surge de manera natural la cuestión ¿Creías que había un único algoritmo para el producto? Esta última obra, junto a la anterior, proporcionan un marco teórico sólido para la investigación propuesta, permitiendo un análisis comparativo profundo y contextualizado de la multiplicación maya y los Huesos de Neper.

Este estudio es importante porque destaca la diversidad de enfoques para abordar un mismo concepto matemático. Al comparar la multiplicación maya y los Huesos de Neper, podemos apreciar cómo diferentes culturas han desarrollado soluciones creativas para resolver problemas matemáticos. Además, este estudio subraya la universalidad de las matemáticas y su capacidad para trascender las barreras culturales y temporales. El objetivo principal de este estudio es analizar las similitudes y diferencias entre la multiplicación maya y los Huesos de Neper Los resultados de este estudio podrían contribuir a una mejor comprensión de los orígenes de la multiplicación en las matemáticas.

2. Metodología

Este estudio se enfoca en comparar la multiplicación maya y los Huesos de Neper en la Europa del siglo XVII, buscando similitudes en el desarrollo de conceptos matemáticos en diferentes culturas. La investigación se basa en una revisión exhaustiva de fuentes primarias y secundarias sobre la historia de las matemáticas, con un enfoque especial en el desarrollo de la multiplicación en diferentes contextos culturales y temporales.

Fases de la Investigación

Recopilación y Análisis de Fuentes: Se identificarán y analizarán fuentes primarias y secundarias que aborden la multiplicación maya y los Huesos de Neper. Se prestará especial atención a las descripciones de los métodos de multiplicación, los sistemas numéricos utilizados y los contextos culturales en los que se desarrollaron estas herramientas matemáticas.

Comparación de Conceptos Matemáticos: Se compararán los conceptos matemáticos subyacentes a la multiplicación maya y los Huesos de Neper, identificando similitudes

ISSN 2448 – 7945

y diferencias en la forma en que estas culturas abordaron la operación de multiplicación. Se analizará cómo los diferentes sistemas numéricos (vigesimal en el caso maya, decimal en el caso europeo) influyeron en el desarrollo de los métodos de multiplicación. Se espera que esta investigación revele similitudes en el desarrollo de conceptos matemáticos en diferentes culturas, a pesar de las diferencias en sus sistemas numéricos y símbolos. Se busca demostrar que tanto los mayas como los europeos realizaron operaciones matemáticas similares, adaptando sus métodos a sus propios contextos culturales y necesidades prácticas.

Ibáñez (2016) explora los diferentes símbolos que se han utilizado a lo largo de la historia para representar la multiplicación. Desde los babilonios que utilizaban un ideograma hasta los matemáticos indios que simplemente yuxtaponían los factores, la notación para la multiplicación ha variado considerablemente. Algunos matemáticos notables, como Michael Stiefel, Simon Stevin y René Descartes, incluso utilizaron letras como "M" para representar la multiplicación.

Juan Eduardo Nápoles Valdés (1996) en su libro aborda el tema de la multiplicación a través de las tablillas babilónicas de raíces cuadradas, que datan del segundo milenio a. C., demuestran un alto grado de abstracción matemática. Los escribas utilizaban estas tablillas para calcular raíces cuadradas, ya sea encontrando el valor exacto en la tablilla o interpolando a partir de valores cercanos. Este método de interpolación era común en la antigüedad y se utilizaba también para realizar otras operaciones matemáticas como multiplicación y suma de fracciones. Los babilonios incluso desarrollaron una fórmula para facilitar la multiplicación utilizando únicamente una tabla de cuadrados, lo que evidencia su avanzado conocimiento matemático.

En palabras de Ibáñez Torres, R. (2019, p 32) “*La idea intuitiva originaria del concepto de multiplicación es la repetición de una misma cantidad de objetos una cierta cantidad de veces (..) De hecho, la multiplicación de dos números puede verse como la suma del multiplicando consigo mismo, tantas veces como indique el multiplicador, es decir, 2 · 3 es igual a 2 + 2 + 2.”* El autor explica que la multiplicación se basa en la idea de repetir una misma cantidad de objetos varias veces.

Ibáñez, R. (2016) en su artículo “Los huesos de Napier, la multiplicación árabe y tú” menciona que El ábaco neperiano es un instrumento de cálculo inventado por el matemático escocés John Napier en el siglo XVII. Consiste en un conjunto de varillas o tablas con números impresos que se utilizan para realizar operaciones matemáticas, principalmente multiplicaciones y divisiones. El ábaco neperiano fue un avance importante en la tecnología de cálculo de la época y allanó el camino para el desarrollo de herramientas de cálculo más sofisticadas, como la regla de cálculo y la calculadora mecánica.”. *Los huesos de Napier consistían en una versión individualizada y particular de las tablas de multiplicar. Cada varilla contenía la tabla de multiplicar de una de las 10 cifras básicas de nuestro sistema de numeración decimal, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9, donde el resultado de cada multiplicación individual se escribía en un cuadrado con una diagonal que separaba la parte de las decenas, arriba de la diagonal, de la parte de las unidades, debajo de la diagonal.*

Figura 1. *Ábaco neperiano. Estuche de madera que contiene los dos ábacos que diseñó John Napier. Su interior consta de 30 cajones, los de arriba contienen las 60 fichas del ábaco huesos de Napier, y los de abajo las 300 fichas del ábaco promptuario.* ***Fuente*** *Ibáñez, R. (2016)*

El sitio Formas de Multiplicar (2011), presenta en detalle la multiplicación Maya, que utiliza un sistema numérico ancestral utilizando líneas y puntos, base 20, a diferencia de nuestro sistema decimal. Este método consiste en trazar líneas horizontales y verticales que representan los valores numéricos de los factores. Las intersecciones de estas líneas simbolizan las unidades, y su conteo por secciones revela el resultado. Aunque requiere un proceso de conteo y reagrupación, este sistema tiene la ventaja de no depender de la memorización de tablas de multiplicar, lo que facilita su aprendizaje. Igualmente debemos señalar que la presentación de este método es lo que se llama “Actual”, es decir, está adaptado a nuestra época y nuestro sistema decimal por sus evidentes objetivos didácticos porque, como dijimos antes, el sistema numérico maya tiene base 20[2].

La investigación de Magaña, L. F. describe como la civilización Maya desarrolló un sistema numérico basado en tres símbolos: el punto, la raya y el cero (representado por un caracol). Este sistema, aunque diferente al decimal, permitía realizar operaciones aritméticas complejas como suma, resta, multiplicación y división. La multiplicación Maya, en particular, destaca por no requerir la memorización de tablas de multiplicar. Aunque su metodología es distinta a la occidental, es igualmente efectiva y demuestra la avanzada comprensión matemática de esta antigua cultura.

Aportes de Fernández Sánchez, O. y Duque Sánchez, H. D. (2014) a cerca de la matemática Maya, más allá de simples numerales y operaciones, poseía un profundo significado cosmológico. Los Mayas desarrollaron un sistema numérico vigesimal (base 20) con solo tres símbolos (punto, raya y concha o cero), y lograron realizar operaciones aritméticas complejas como suma, resta, multiplicación, división y raíces. Su sistema posicional facilitaba los cálculos, demostrando un alto nivel de abstracción matemática. La multiplicación, en particular, se realizaba mediante un ingenioso sistema de tablas y cálculos auxiliares, adaptándose a su base vigesimal y a la complejidad de los números involucrados.

[2] En el sentido estricto de la palabra es un sistema “impuro” de base 20, ver Nápoles V. (1996).

ISSN 2448 – 7945

La multiplicación maya, según Calderón (1966), citado por Fernández Sánchez, O. y Duque Sánchez, H. D. (2014), para multiplicar dos números, se colocan los marcadores correspondientes a los factores en los márgenes izquierdo y superior del tablero, alineando las posiciones de mayor rango. Luego, se llena cada casilla con el producto parcial de los guarismos correspondientes a cada fila y columna, utilizando un sistema de conversión donde cinco frijoles se reemplazan por un palito en la posición superior, y cuatro palitos se reemplazan por un frijol en la posición superior. Finalmente, se juntan los marcadores sobre la diagonal principal del tablero, aplicando nuevamente el sistema de conversión para obtener el resultado final de la multiplicación, este método permitía a los mayas realizar cálculos complejos.

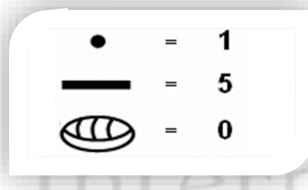


Figura 2. *Numerales Básicos Mayas.* ***Fuente*** *Fernández Sánchez, O. y Duque Sánchez, H. D. (2014)*

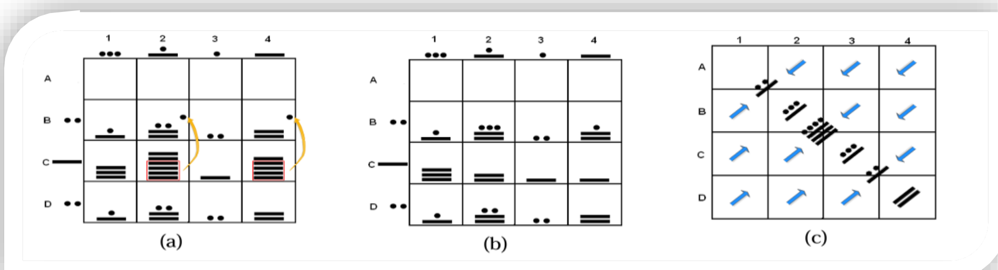


Figura 3. *Multiplicación de dos números al estilo maya. (a) Un grupo de cuatro palitos en C2 y otro en C4 se convierte en un punto en B2 y B4, respectivamente. (b) Productos parciales simplificados en el tablero. (c) Agrupación sobre la diagonal principal para obtener el producto final (a) (b).* ***Fuente*** *Fernández Sánchez, O. y Duque Sánchez, H. D. (2014)*

3. Resultados

Similitudes y diferencias:

A pesar de sus diferencias culturales y tecnológicas, tanto la multiplicación maya como los Huesos de Neper comparten algunas similitudes:

- Enfoque en la suma**:** Ambos métodos se basan en la idea de que la multiplicación es una forma abreviada de sumar repetidamente un número.
- Uso de símbolo**s:** Tanto los mayas como Napier utilizaron símbolos para representar los números, aunque sus sistemas de notación eran diferentes.

ISSN 2448 – 7945

- Precisión: Ambos métodos permitían realizar multiplicaciones con precisión, lo que demuestra la capacidad de ambas civilizaciones para desarrollar conceptos matemáticos abstractos.

4. Discusión y/o análisis.

Si bien la multiplicación maya y los Huesos de Neper son productos de culturas y épocas distintas, ambos comparten el objetivo de brindar un algoritmo para la multiplicación. Los mayas, con su enfoque en la repetición de sumas y su sistema numérico vigesimal, lograron desarrollar un método de multiplicación eficiente y preciso. Por su parte, John Napier, con su invento mecánico, buscaba simplificar la multiplicación y hacerla más accesible. El punto central de similaridad, es el hecho que ambos métodos, creados en civilizaciones distantes en el espacio y en el tiempo, descansan sobre el mismo principio algebraico: la descomposición de los factores abc, en caso de ser un número de tres cifras, en 100a+10b+c muestra el mismo procedimiento de trabajo en ambos casos.
Una diferencia clave entre ambos enfoques radica en su naturaleza: mientras que la multiplicación maya era un sistema numérico y un método de cálculo intrínseco a su cultura, los Huesos de Neper eran un dispositivo mecánico externo a la multiplicación. Además, la multiplicación maya se basaba en un sistema numérico vigesimal, mientras que los Huesos de Neper utilizaban el sistema decimal.
A pesar de estas diferencias, tanto la multiplicación maya como los Huesos de Neper, son aportes matemáticos trascendentes, que contribuyeron al desarrollo del lenguaje matemático universal.

5. Conclusiones

La multiplicación maya y los Huesos de Neper son dos ejemplos notables de cómo diferentes culturas han abordado la multiplicación. A pesar de sus diferencias, ambos métodos comparten la idea fundamental de que la multiplicación es una forma de suma repetida. Este estudio destaca la importancia de valorar y comprender las contribuciones matemáticas de diferentes culturas, ya que nos permiten apreciar la diversidad y universalidad del conocimiento matemático.
En conclusión, tanto la multiplicación maya como los Huesos de Neper son ejemplos de cómo diferentes culturas abordaron la multiplicación y contribuyeron al desarrollo del lenguaje matemático universal. Es importante destacar que tanto la multiplicación maya como los Huesos de Neper son parte de una rica historia de las matemáticas que abarca diferentes culturas y épocas. Al estudiar estos enfoques, podemos apreciar la diversidad de pensamiento matemático y comprender cómo se ha desarrollado el lenguaje matemático universal que utilizamos hoy en día.
Si bien trasciende los objetivos de este trabajo, debemos recomendar el estudio de los diferentes métodos de multiplicación conocidos de la historia, por ejemplo, de la Matemática Védica, que proporcionarían un marco mucho más general a la comprensión de ese lenguaje universal que es la Matemática.

ISSN 2448 – 7945

6. Referencias

Formas de Multiplicar (2011) ¿Creías que había una sola? Multiplicación Maya https://formasdemultiplicar.webnode.es/formas/multiplicacion-maya/

Ibáñez, R. (2016) El origen de los signos matemáticos. Metemocion https://culturacientifica.com/2016/01/27/el-origen-de-los-signos-matematicos/

Ibáñez, R. (2016) Los huesos de Napier, la multiplicación árabe y tú https://culturacientifica.com/2016/10/05/los-huesos-napier-la-multiplicacion-arabe/

Ibáñez Torres, R. (2019) Los secretos de la multiplicación. De los Babilonios a los ordenadores. Colección Miradas Matemáticas. Madrid. https://www.icmat.es/divulgacion/Material_Divulgacion/miradas_matematicas/09.pdf.

Nápoles V., J.E. (1996)-"De las cavernas a los fractales. Conferencias de Historia de la Matemática", ISPH (Cuba). http://www.edutecne.utn.edu.ar/napoles-valdes/historia_matematica.html 1996. Editado por la Editorial de la Universidad Tecnológica Nacional, 2008 y disponible en el sitio http://www.edutecne.utn.edu.ar/napoles-valdes/historia_matematica.html ISBN 978-987-26665-9-0, ISBN 978-987-27056-0-2.

Magaña, L. F. La Matemática y los Mayas. Revista de cultura científica Instituto de Física, UNAM. https://www.revistacienciasunam.com/pt/167-revistas/revista-ciencias-19/1494-las-matem%C3%A1ticas-y-los-mayas.html

PLATAFORMA “SINNEDU” COMO HERRAMIENTA DIDÁCTICA PARA DISMINUIR EL PORCENTAJE DE REPROBACIÓN DE PROBABILIDAD

María Elena Maruri Peña[1*], Ana Laura López Rueda[2], Enrique Aguilar Pérez[3]
[1.2.3]*Unidad Profesional Interdisciplinaria de Ingeniería y Ciencias Sociales y Administrativas (I.P.N.), Té 950 Col. Granjas México, Alcaldía Iztacalco, CDMX C.P 08400*

ID-POSM060

Resumen

El uso de la plataforma Sistema de Innovación Educativa (SINNEDU), como herramienta en la mejora de las estrategias de enseñanza – aprendizaje, para los docentes en la impartición de las sesiones de clase de Probabilidad, además que el estudiante pueda obtener un aprendizaje significativo y colaborativo, donde le permita aprobar con argumentos teóricos necesarios la materia, con el uso de la plataforma educativa, como herramienta en la enseñanza - aprendizaje de la Probabilidad, enfocada bajo tres aspectos: la línea tecnológica, las estrategias de enseñanza-aprendizaje y contenidos temáticos,considerados desde el punto de vista de los estudiantes y docentes inmersos en el contexto educativo de la UPIICSA.
Se realizan dos muestras, la primera se constituye por 214 estudiantes pertenecientes al turno matutino y vespertino (102 alumnas y 112 alumnos), la edad de los estudiantes en promedio es de 20 años la característica especifica es que son alumnos repetidores en la segunda muestra participan seis docentes de matemáticas.
Al finalizar la investigación, la teoría del aprendizaje significativo Ausubel (1983), hace referencia al aprendizaje debe ser ordenado, ya que las matemáticas tienen como tabú ser complejas y no se reduce a simples asociaciones memorísticas. Esta concepción se centra en la importancia que tiene el aprendizaje para el alumno por descubrimiento donde (SINNEDU), le permite descubrir nuevos hechos, conceptos, generando que se sienta satisfecho con los conocimientos obtenidos que serán a largo plazo. Sin embargo, no se puede inferir que este resultado se vaya a mantener, se necesita utilizar la plataforma por más periodos.

Palabras Clave: *Enseñanza, reprobación, aprendizaje, plataforma educativa, trabajo colaborativo.*

1. Introducción

En la unidad académica UPIICSA, se observa el alto porcentaje de reprobación, aun cuando el estudiante ha presentado n veces exámenes a título de suficiencia (ETS). Esta situación genera un desfase en su trayectoria escolar, lo que indica un receso en su avance académico.
Teniendo como base la problemática antes expuesta, se propone el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), particularmente el uso de la plataforma educativa llamada Sistema de Innovación Educativa (SINNEDU), la cual ofrece interesantes oportunidades para replantear a fondo el proceso de apropiación del conocimiento, la creación de nuevos escenarios y condiciones para que tanto el

[1] **Autor para la correspondencia. E-mail: pemupic@gmail.com*

alumno como el docente cuenten con los conceptos y experiencias que generen procesos de reflexión, análisis y síntesis, además que nos brinda una herramienta de apoyo en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la Probabilidad, inmerso en el contexto educativo de la UPIICSA que se aborda en los siguientes puntos.
Primeramente, se enfoca la investigación en la alineación de la problemática, el diagnóstico, seguido de los principios pedagógicos que lo sustenta, *enseñanza, reprobación, aprendizaje, plataforma educativa, trabajo colaborativo*, el enfoque es cuantitativo explorativo y las técnicas de recolección de datos, son tres instrumentos: el primero que se utilizó para recolectar información es el Pretest; el segundo instrumento que se aplicó es la muestra de estudiantes donde se realizó un cuestionario que se abordó la satisfacción de ellos con respecto al contenido temático de la unidad de aprendizaje de Probabilidad, finalmente el tercer instrumento fue el cuestionario realizado a los docentes sobre las causas de reprobación en la unidad de aprendizaje de Probabilidad; estos aspectos engloban la presentación de resultados y análisis de la investigación, los hallazgos más relevantes y significativos encontrados en ello, donde nos apoyamos con las muestras de los estudiantes y docentes en el proceso enseñanza - aprendizaje de la unidad de aprendizaje de Probabilidad.

2. Metodología o desarrollo

Los factores sociales que influyen en la reprobación de los alumnos serían: el ingreso económico, el nivel de estudios alcanzado por los padres y la necesidad de trabajar y estudiar.
Simultáneamente, entre los factores institucionales que influyen en la reprobación de los estudiantes se encuentran la metodología de enseñanza utilizada, la comunicación existente o no entre el profesor y los estudiantes, así como la claridad de objetivos y contenidos de los programas de estudio.
Uno de los puntos que se menciona y se aborda es la formación pedagógica, institucionalizada y sistemática del profesorado para afrontar los nuevos retos educativos.
Ocampo, J., Martínez, M., Lara, M & Zataraín, J. (2017:2). Comentan que: “La deserción y reprobación de los estudiantes universitarios de las carreras de ingeniería han pasado a ser en años recientes una gran preocupación en las instituciones de educación en México (se entiende por deserción escolar el proceso de abandono y por reprobación la no acreditación de asignaturas)”.

2.1 Trabajo colaborativo

Otro de los puntos a considerar Valencia, A, A. Valenzuela, G, J. (2017:42). Comentan que “la importancia de la resolución de problemas matemáticos situados en contextos reales, y dada la influencia del libro de texto en la enseñanza - aprendizaje de las matemáticas, se cuestiona a qué tipo de problemas matemáticos están expuestos los estudiantes”. Por lo que, las estrategias que le pueden apoyar al docente en la impartición de la Probabilidad es el aprendizaje colaborativo, como herramienta didáctica en el nivel superior, los autores del aprendizaje colaborativo lo definen como:

"El uso instructivo de grupos pequeños, para que los estudiantes trabajen juntos y aprovechen al máximo el aprendizaje que se produce en la interrelación”.

2.2 Plataforma Educativa

Se tomará como base la plataforma de Innovación Educativa (SINNEDU), como estrategia educativa que ayude a aumentar el porcentaje de aprobación de la unidad de aprendizaje de Probabilidad, a los alumnos del segundo semestre de la Licenciatura de Ingeniería Industrial. “Es una herramienta innovadora que diagnóstica a los alumnos, mediante la evaluación continua, cuyo seguimiento y evaluación periódica permite tener mayor conocimiento de la situación en tiempo real, con el fin de potencializar las habilidades y el aprendizaje de los alumnos, manteniendo una constante comunicación y construyendo una mejor calidad de educación.” http://www.desof.mx

2.3 Principios pedagógicos

Se espera que con el empleo de la plataforma de Innovación Educativa (SINNEDU), en la unidad de aprendizaje de Probabilidad, se logre reducir el porcentaje de reprobación.

2.3.1 Aprendizaje significativo

Es el proceso a través del cual el estudiante asocia la información nueva con la que ya posee; ambas informaciones en este proceso, para Ausubel (1963, p. 58), “el aprendizaje significativo es el mecanismo humano, por excelencia, para adquirir y almacenar la inmensa cantidad de ideas e informaciones representadas en cualquier campo de conocimiento”. Justo lo antes mencionado es la finalidad de la implementación de la plataforma de Innovación Educativa (SINNEDU), en la unidad de aprendizaje de Probabilidad.
El estudiante tiene una participación en el proceso de aprendizaje y el objetivo de la intervención pedagógica es desarrollar en el estudiante la capacidad de encontrar un aprendizaje significativo por sí sólo en una amplia gama de situaciones y circunstancias a través de actividades intencionales, planificadas y sistemáticas (Coll,1988).
Por lo tanto, el aprendizaje es significativo cuando el estudiante va construyéndolo, generando su proceso de mediación lo que nos lleva a la siguiente corriente pedagógica.
.

2.3.2 Trabajo colaborativo

Se considera cuando un grupo de personas intervienen aportando sus ideas y conocimientos con el objetivo de lograr una meta en común. Se diferencia, sin embargo, del trabajo en equipo ¿qué es lo que se persigue?, en el trabajo colaborativo es la producción de conocimientos, y no tanto la optimización de resultados.
El trabajo colaborativo es pertinente en la UPIICSA, se requiere porque en la actualidad la educación es masificada con alta demanda con atención en secuencias (grupos), de más de cuarenta estudiantes. Es una alternativa porque de esta manera el docente podrá enfocarse en grupos pequeños, lo que les permitirá mayor atención a los

ISSN 2448 – 7945

estudiantes que cursan la unidad de aprendizaje de la Probabilidad dentro y fuera del contexto escolar.

Aplicado a la educación, es un método de enseñanza donde el docente involucra de forma activa a los estudiantes en el proceso de aprendizaje; la interacción y cooperación social resulta más estimulante para el desarrollo del pensamiento crítico, el resultado de esa interacción es la adquisición de nuevos conocimientos, fomentando el sentimiento de solidaridad y respeto mutuo entre ellos.

A continuación, se presentan diversas aportaciones del primer constructo de investigación sobre la reprobación.

2.3.3 Reprobación

Proviene del concepto latino *reprobatio* y hace referencia a la acción y efecto de reprobar, entendida como la situación en la cual los estudiantes implicados no reúnen los requisitos mínimos para acreditar una o varias unidades de aprendizaje del programa de estudios correspondiente al conjunto de elementos armónicamente integrados, encaminados a adquirir, incrementar, profundizar y actualizar el conocimiento en un determinado campo, en una modalidad educativa y bajo una metodología y una duración específica.

El programa académico de Ingeniería Industrial se rige por los contenidos temáticos, lo que nos concierne a la unidad de aprendizaje de Probabilidad, en este caso se rigen por las unidades (temas), que el estudiante debe cubrir durante el semestre, lo que no sucede porque en cierto momento no logra esa armonía de conocimientos integrales para las unidades subsecuentes, generado la reprobación de una o algunas unidades.

2.4 Sistema de Innovación Educativa (SINNEDU)

Es una herramienta innovadora que diagnóstica a los estudiantes, mediante la evaluación continua con indicadores, cuyo seguimiento y evaluación periódica permite tener mayor conocimiento de la situación en tiempo real, con el fin de potencializar las habilidades y el aprendizaje de los estudiantes, manteniendo una constante comunicación y construyendo una mejor calidad educativa.

El uso de la Plataforma Educativa permite al estudiante resolver tareas con el razonamiento necesario para cada problema, presentando los conceptos de manera visual a través de aplicaciones (mural, foro, etc.) en lugar de hacerlo de forma abstracta, lo que le permitirá, fomentar su aprendizaje guiado por el docente; por tanto, el aprendizaje será significativo porque el estudiante asocia la información nueva con la que ya posee; ambas informaciones en este proceso, para Ausubel (1963, p. 58), porque originará que esas matemáticas que se le dificultan las vea atractivas y accesibles, hecho que le facilitará apropiarse de ellas vinculando conocimientos adquiridos en niveles educativos anteriores.

2.5 Justificación y objetivo

Actualmente, las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC), juegan un papel fundamental en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Por esta razón, las instituciones

ISSN 2448 – 7945

de nivel superior deben reconocer que el uso adecuado de las TIC puede ofrecer una educación de alta calidad, enriqueciendo la experiencia académica y favoreciendo el aprendizaje más efectivo.
La función del currículo en el Sistema Educativo Nacional es la de promover el desarrollo de perfiles profesionales mediante la apropiación de los contenidos programáticos, en una serie de experiencias significativas, relevantes y pertinentes, para que los estudiantes adquieran de manera óptima los aprendizajes, por lo que los medios o recursos didácticos tecnológicos que los docentes utilicen para tal fin han de ser acordes a los contenidos temáticos, el desarrollo de competencias, el grado de responsabilidad, iniciativa o creatividad del alumno, así como de su nivel cognitivo o de sus conocimientos previos.

2.6 Metodología

En el presente proyecto de investigación, se evaluó el índice de reprobación en la unidad de aprendizaje de Probabilidad del segundo semestre de la Licenciatura de Ingeniería Industrial de la (UPIICSA), donde se consideran las siguientes variables.

- Alumnos del turno matutino y vespertino
- Profesores del turno matutino y vespertino
- Plataforma educativa

2.6.1 Universo de estudio

Se tienen para el ciclo escolar 2025-1, 2,629 secuencias (grupos). Para las academias de matemáticas son 225 secuencias, para esto 123 de ellas son del turno matutino y 102 secuencias(grupos), del turno vespertino. https://www.upiicsa.ipn.mx/estudiantes/gestion-escolar.html.
Considerando estos criterios el tamaño de la población asciende a 448 alumnos inscritos en la unidad de aprendizaje de Probabilidad, existen seis secuencias (grupos) en el turno matutino y cinco secuencias (grupos) en el turno vespertino, conformadas cada secuencia por aproximadamente entre 30 y 42 estudiantes del programa académico de Ingeniería Industrial del segundo semestre.
De las 225 secuencias (grupos), que pertenecen a las academias de matemáticas ,123 de ellas son del turno matutino y 102 secuencias, del turno vespertino.
Cabe resaltar que, de las 225 secuencias, 45 pertenecen a la unidad de aprendizaje de Probabilidad, 25 secuencias del turno matutino y 20 del turno vespertino, partiendo de lo anterior, para la Licenciatura en Ingeniería Industrial, donde se centra el trabajo de investigación, se generan 7 secuencias en el turno matutino y 5 en el turno vespertino, donde 3 grupos del turno matutino y 3 grupos del turno vespertino son alumnos que se encuentran recursando la materia de Probabilidad con un total de 214 alumnos que representan la muestra de estudio que cursan el segundo semestre en el periodo 2025-1 en la licenciatura antes mencionada, considerando estudiantes repetidores del turno matutino y vespertino.

ISSN 2448 – 7945

2.6.2 Alumnos

En esta variable se incluyen las siguientes, para la investigación que son: 2IM26, 2IM27, 2IM28 del turno matutino se constituyen por 124 estudiantes (60 alumnas y 64 alumnos), y las secuencias 2IV25, 2IV26, 2IV27 del turno vespertino está constituida por 90 estudiantes (42 alumnas y 48 alumnos), la edad de las y los estudiantes en promedio es de 20 años la característica especifica de estas secuencias es que son alumnos repetidores.

Tabla1: Alumnos participantes en la investigación

Género Femenino	102	Género Masculino	112

2.6.3 Profesores

Está variable incluye a los docentes que integran las Academias de Matemáticas siendo 70 docentes, con la participación de 6 docentes como prueba piloto.

Tabla2: Profesores participantes en la investigación

Género Femenino	2	Género Masculino	4

3. Resultados

A continuación, se presentan los resultados obtenidos con el uso del Sistema de Innovación Educativa (SINNEDU), como herramienta didáctica de acuerdo con los contenidos temáticos de la unidad de aprendizaje de Probabilidad de la carrera de Ingeniería Industrial se determinó que el porcentaje de alumnos que más reprueban la unidad de aprendizaje son los del turno matutino siendo 40 estudiantes de la muestra con un porcentaje 18.69% y la unidad temática de mayor dificultad es la uno llamada probabilidad condicional y teorema de Bayes, donde 36 alumnos reprobaron que representa el 16.82%.

3.1 Clasificación

II.- Ingeniería Industrial
ATM. - Alumnos del turno matutino
ATV. - Alumnos del turno vespertino
PTM. - Profesores del turno matutino
PTV. - Profesores del turno vespertino
PE.- Plataforma educativa

Tabla 3. Respuestas por unidad temática de Probabilidad

Unidad I: Probabilidad Condicional y Teorema de Bayes		Unidad II: Variable Aleatoria Discreta y sus Distribuciones		Unidad III: Variable Aleatoria Continua y sus Distribuciones		
Correcta	Incorrecta	Correcta	Incorrecta	Correcta	Incorrecta	
35	36	46	28	43	26	Total: 214

Total, general el 16.82% de los alumnos reprobaron la unidad número uno

Tabla 4. Aprobación de la materia de Probabilidad

ISSN 2448 – 7945

Genero	ATM	ATV	Aprobaron ATM	Aprobaron ATV	Reprobaron ATM	Reprobaron ATV	
Mujeres	60	42	40	30	20	12	102
Hombres	64	48	44	25	20	23	112
Total	124	90	84	55	40	35	214

Total, general el 57.94% de los alumnos aprobaron

3.2 Docentes

Para reducir el porcentaje de reprobación se usó la plataforma educativa, como herramienta de apoyo en el proceso de la enseñanza-aprendizaje, bajo tres aspectos: el uso de las tecnologías, estrategias de enseñanza -aprendizaje y contenidos temáticos, los docentes consideran que la plataforma los apoya ya que involucra un aprendizaje significativo sumado al aprendizaje colaborativo ya que permite trabajar conjuntamente dentro y fuera del aula, proporcionando herramientas esenciales en la enseñanza, en temas cruciales como el de la Variable Aleatoria Discreta y Continua.

Tabla 5. Utilización de la Plataforma Educativa

Estrategias de enseñanza aprendizaje	Porcentaje obtenido de utilización de los profesores
Aprendizaje Significativo	90%
Trabajo Colaborativo	85%
Tecnologías: plataforma, internet, proyectores, computadoras, etc.).	93%
Contenido temático	86%

Total, general en promedio la utilización de la plataforma alcanzo el 89%

Los docentes coinciden en la finalidad del uso de la plataforma educativa, permite observar los avances de los estudiantes de manera continua, dándoles un seguimiento cercano y previniendo en muchos casos la reprobación; en cada evaluación ordinaria se canaliza al estudiante para reincorporarse al ritmo de la unidad de aprendizaje, realizando actividades de forma puntual.

Para fortalecer el aprendizaje significativo Ausubel (1983), expresa que el factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente. Entonces la importancia de los resultados obtenidos es que el alumno logró vincular lo aprendido en el nivel medio superior con la educación superior, lo que fortalece los conocimientos adquiridos por el estudiante, porque aplicó el aprendizaje teórico en situaciones de su contexto real.

Con respecto a la estrategia del aprendizaje colaborativo, permitió a los alumnos y docentes integrar dinámicas diferentes a las empleadas por años y trabajar conjuntamente, alcanzando los objetivos propuestos del contenido temático de la unidad de aprendizaje de Probabilidad.

En relación con los contenidos temáticos de la unidad de aprendizaje de Probabilidad que se abordaron se alcanzó aproximadamente el 86%. Se puede afirmar que el uso de la plataforma educativa, así como el trabajo colaborativo usadas como herramientas didácticas en el proceso de enseñanza – aprendizaje, impactan de forma positiva en la reducción del porcentaje de reprobación en la unidad de aprendizaje de Probabilidad.

ISSN 2448 – 7945

4. Discusión y/o análisis

Se puede afirmar que el uso de la plataforma educativa Sistema de Innovación Educativa (SINNEDU), así como el aprendizaje significativo y el trabajo colaborativo utilizadas como herramientas didácticas en el proceso de enseñanza – aprendizaje, impactan de forma positiva en la reducción del porcentaje de reprobación alcanzado el 57.94 % de aprobación, donde cabe destacar que la muestra se realizó con alumnos que cursan por segunda vez la unidad de aprendizaje de Probabilidad, además se pudo observar que el 16.82% de los estudiantes se les dificulta la unidad temática número uno.

5. Conclusiones

En la actualidad, el sistema educativo ha fomentado a cambiar muchos aspectos en la impartición de la cátedra y el uso de tecnologías como apoyo, para enfatizar que todo lo que aprendemos es para compartir con otros individuos que se encuentran en el mismo contexto, por lo que, en la realización de tareas, en cierta medida lograron llegar a la meta.
Los estudiantes opinan que el uso de la Plataforma es positivo con respecto a los contenidos temáticos que pueden ser abordados en el sistema, aún sin la presencia del profesor, por lo que la educación a distancia en la actualidad toma relevancia.
Finalmente, se propone que la Plataforma, sea utilizado en el periodo 2025/2, como apoyo a los docentes que imparten sesiones de clase con la finalidad de continuar fortaleciendo debilidades encontradas en el manejo de la plataforma educativa Sistema de Innovación Educativa (SINNEDU), y que este, a su vez ayude a disminuir el porcentaje de reprobación conjuntamente con la adquisición de conocimientos teórico – prácticos, utilizando el aprendizaje significativo y colaborativo que será de gran utilidad en su trayectoria escolar.
Finalmente, la investigación muestra resultados óptimos, pero no son suficientes por lo que se propone utilizar la plataforma durante dos semestres posteriores.

6. Referencias

Ausubel, D.P. (1963). The psychology of meaningful verbal learning. New York, Grune and Stratton
Ausubel, N. (1983). Psicología Educativa; Un punto de vista cognoscitivo. 2º Ed. TRILLAS México.
C. Coll, (1988). El constructivismo en el aula. Editorial Graó, de IRIF, SL.
Ocampo, J., Martínez, M., Lara, M & Zataraín, J. (2017). Universidad Autónoma de Baja California, Facultad de Ingeniería Mexicali, Blv. Benito Reprobación y Deserción en la Facultad de Ingeniería Mexicali de la Universidad Autónoma de Baja California.
Valencia, A & Valenzuela, J. (2017). ¿A qué tipo de problemas matemáticos están expuestos los estudiantes de Cálculo? ¿Un análisis de libros de texto To what Kind of Mathematical Problems are Calculus Students Exposed? A Textbook Analysis. Educación matemática, vol. 29, núm. 3, 2017 Editorial Santillana.
SINNEDU. Recuperado de: http://desof.mx.

ISSN 2448 – 7945

357 UPIICSA: https://www.upiicsa.ipn.mx/estudiantes/gestion-escolar.html

ISSN 2448 – 7945

IMPACTO DE LA ENSEÑANZA DEL LENGUAJE ALGEBRAICO CON TIC E IA EN PENSAMIENTO MATEMÁTICO I

[1]Meléndez Pulido Julio[1, *], Gutiérrez González José Juan [2] y Rojas Rivero Víctor [3]
[1,2,3] Cbtis No. 50.
Av. Francisco Márquez No. 5 Col. Tequesquinahuac.
C.P 54020. Tlalnepantla. Edo. de México.

EN-POSM061

Resumen

El uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) y la Inteligencia Artificial (Meta IA) en la enseñanza del lenguaje algebraico ha tenido un impacto positivo en estudiantes de nivel medio superior, particularmente en el CBTis No. 50 dentro de la unidad "Pensamiento Matemático I" del Marco Curricular Común (MCCEMS). Según Aguirre et al. (2020), las TIC fomentan una enseñanza interactiva, permitiendo que los alumnos participen activamente en su aprendizaje y comprendan mejor los conceptos abstractos mediante simuladores y recursos visuales. Estas herramientas hacen que el álgebra sea más accesible y comprensible. Por su parte, la Inteligencia Artificial optimiza el aprendizaje adaptativo. Sánchez (2019) destaca que los Sistemas de Tutoría Inteligente basados en Meta IA ajustan los contenidos y estrategias de enseñanza a las necesidades de cada estudiante, promoviendo una evaluación precisa y el desarrollo de autonomía. García y López (2022) explican que estos sistemas ofrecen retroalimentación instantánea y predicen dificultades en el aprendizaje, adaptando la instrucción en tiempo real para reforzar conceptos algebraicos esenciales como la factorización y la resolución de ecuaciones. En conclusión, la integración de las TIC y la Meta IA en la enseñanza del álgebra motiva a los estudiantes y fortalece sus competencias matemáticas. A medida que estas tecnologías avanzan, su papel en la educación se vuelve más relevante, permitiendo una enseñanza más personalizada y de mayor calidad, esencial para enfrentar los desafíos de la educación superior y el mundo profesional digitalizado.

***Palabras clave**: IA, estudiantes, herramientas, Tic, enseñanza, aprendizaje.*

1. Introducción

La enseñanza del lenguaje algebraico en el ámbito de la educación media superior ha experimentado transformaciones significativas gracias a la incorporación de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) y la Inteligencia Artificial (Meta IA). Estas herramientas no solo han modificado la forma en que los estudiantes interactúan con los contenidos matemáticos, sino que también han favorecido un enfoque más dinámico y personalizado en su aprendizaje. En particular, el uso de TIC en la unidad "Pensamiento Matemático I" del Marco Curricular Común (MCCEMS) ha

*1** *Autor para la correspondencia. E-mail: julmel48@hotmail.com*

permitido una enseñanza más accesible y comprensible de conceptos abstractos como la factorización y la resolución de ecuaciones (Aguirre et al., 2020). Según Cabero-Almenara (2018).

Por su parte, la Inteligencia Artificial, al estar integrada en sistemas de tutoría inteligente, permite personalizar el aprendizaje de acuerdo con las necesidades y el ritmo de cada estudiante, optimizando el proceso educativo (Sánchez, 2019). Esto también contribuye a una evaluación detallada y a la retroalimentación instantánea. Fernández (2021) señala que la retroalimentación inmediata proporcionada por los sistemas basados en IA refuerza el dominio de habilidades matemáticas, promoviendo un aprendizaje autónomo y la mejora continua. El uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) y la Inteligencia Artificial (Meta IA) ha transformado notablemente la enseñanza de diversas disciplinas, incluido el lenguaje algebraico, en el contexto de la educación media superior. En particular, dentro del CBTis No. 50 y en la unidad "Pensamiento Matemático I" del Marco Curricular Común (MCCEMS), estas tecnologías tienen un impacto significativo en el proceso de aprendizaje de los estudiantes. Según Aguirre et al. (2020), las TIC favorecen una enseñanza dinámica e interactiva, lo que permite que los estudiantes se involucren activamente en su aprendizaje a través de herramientas como simuladores y recursos visuales que hacen más comprensibles los conceptos abstractos del álgebra. Por otro lado, la Inteligencia Artificial desempeña un papel crucial en el aprendizaje adaptativo, ajustando los contenidos y ejercicios según las necesidades y el ritmo de cada estudiante. Tal como señala Sánchez (2019), los sistemas de tutoría inteligente permiten una personalización del aprendizaje, lo que facilita una evaluación más detallada del progreso individual y fomenta la autonomía del estudiante. Este enfoque, según García-Peñalvo (2020), potencia la mejora continua al ofrecer retroalimentación inmediata, lo que es esencial para corregir errores y consolidar el dominio de conceptos algebraicos como la factorización y la resolución de ecuaciones.

2. Metodología o desarrollo

2.1. Objetivo general

El objetivo de este trabajo es evaluar el impacto de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) y la Inteligencia Artificial (Meta IA), disponibles en uso de aplicaciones al alcance de los estudiantes en la enseñanza y aprendizaje del lenguaje algebraico dentro de la unidad "Pensamiento Matemático I" del Nuevo Marco Curricular Común de la Educación Media Superior.

2.2. Diseño de la Investigación (cuasi-experimental con enfoque mixto)

a) **Tipo de estudio:** Cuasi-experimental con pre y posprueba.
b) **Muestra:** La muestra estuvo compuesta por estudiantes matriculados en la Unidad de Aprendizaje Curricular (UAC) "Pensamiento Matemático I" en el CBTis No. 50. Se seleccionaron estos grupos en razón de que

ISSN 2448 – 7945

ambos tienen características académicas similares en cuanto a la especialidad, docentes y cantidad de estudiantes: **Grupo experimental (1° L)**: **50 Estudiantes** siendo **38** mujeres y **12** hombres que utilizaron el uso de TIC y **(Meta IA)**, (que opera en WhatsApp, Messenger (Meta) y ChatGPT (Open IA) y **Grupo de control (1° K)**: **47 Estudiantes** siendo **30** mujeres y **17** hombres que reciben enseñanza sin el uso de TIC e IA.

2.3. Instrumentos de Recolección de Datos

1. Preprueba y Posprueba:
2. Cuestionarios de percepción: Se aplicaron cuestionarios antes y después de la intervención.
3. Entrevistas: Se realizaron entrevistas a una muestra representativa de **44 estudiantes** para explorar en profundidad sus experiencias y opiniones al respecto.

2.4. Intervención

Consistió en la utilización de las siguientes herramientas Tecnológicas:

- Simuladores y aplicaciones interactivas: Programas como GeoGebra o Wolfram Alpha para ilustrar.
- Sistema de Tutoría Inteligente: Aplicación con (Meta IA) que adaptan los ejercicios según el rendimiento del estudiante.
- Selección de contenidos propios del andamiaje y que permite el desarrollo del pensamiento abstracto y puente entre los conocimientos previos o necesarios para los nuevos contenidos a desarrollar.

2.5. Procedimiento

Fase 1: Diagnóstico inicial

1. Aplicación de Preprueba
2. Aplicación de cuestionarios iniciales sobre la percepción de los estudiantes hacia el uso de TIC y (Meta IA) en su aprendizaje

Fase 2: Intervención

1. Durante un semestre, el grupo experimental utilizó TIC y (Meta IA) en sus actividades diarias, guiados por recursos técnicos.
2. El grupo de control trabajó, con la enseñanza tradicional, utilizando métodos convencionales sin apoyo de (Meta IA).
3. Nivelación en: Números reales, Notación algebraica, conjuntos, propiedades de los números.

ISSN 2448 – 7945

Fase 3: Evaluación final

1. Al final del semestre, se aplicó la posprueba a ambos grupos para comparar el rendimiento académico en el aprendizaje del lenguaje algebraico.
2. Se realizó un cuestionario final para evaluar cómo los estudiantes percibieron el uso de las TIC y (Meta IA)
3. Se realizaron entrevistas con una muestra seleccionada de estudiantes y profesores para obtener información de calidad.

Fase 4: Análisis de datos

1. Los datos cuantitativos (pre y post pruebas) fueron analizados estadísticamente usando hoja de cálculo Excel.
2. Los datos cualitativos (cuestionarios y entrevistas) se analizaron mediante un enfoque de análisis de contenido para identificar patrones.

2.6. Variables

- Independientes: Uso de TIC y (Meta IA) (sí/no).
- Dependientes: Desempeño académico en el lenguaje algebraico (medido a través de las pruebas) y las percepciones sobre el uso de TIC y (Meta IA) (medidas con cuestionarios y entrevistas).

3. Resultados

Los exámenes diagnósticos al inicio del semestre, con el grupo experimental y el grupo control arrojaron los siguientes datos estadísticos:

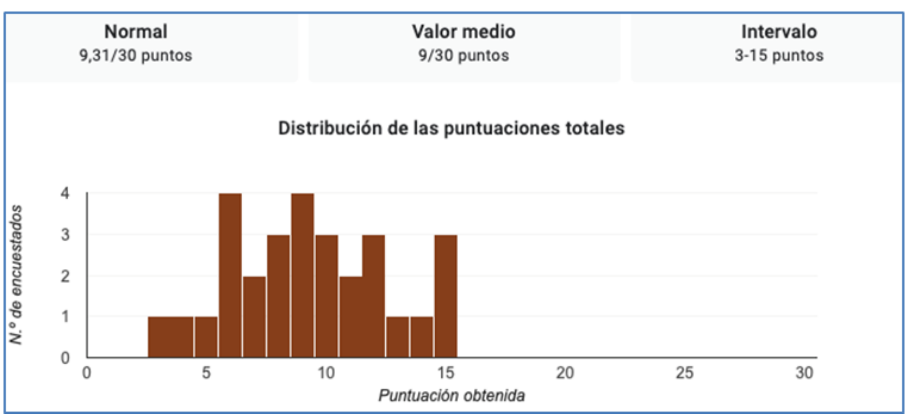


Figura 1. ***Gráfica inicial del grupo intervenido***

ISSN 2448 – 7945

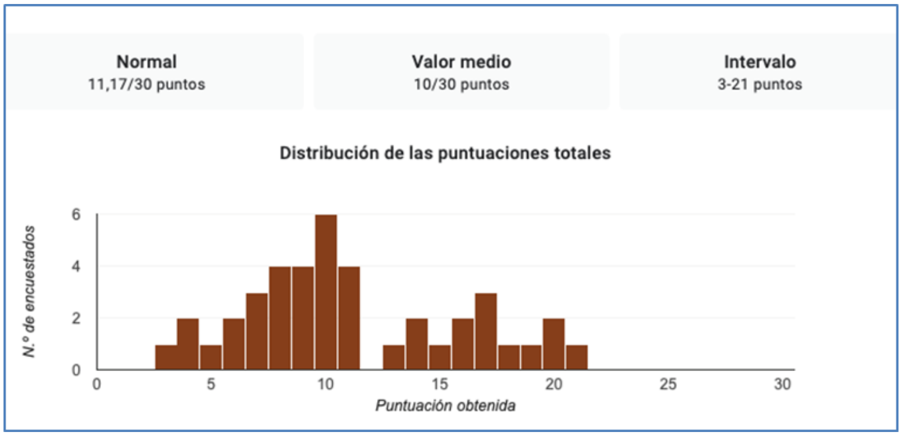


Figura 2. Gráfica inicial del grupo no intervenido

En estos dos resultados se puede observar una similitud, la cual es que en ambos casos los alumnos tienen un resultado similar, se puede observar que el grupo experimental está reprobando mayormente. Posteriormente se colocan los resultados finales de los dos grupos considerados, dónde se encuentra lo siguiente:

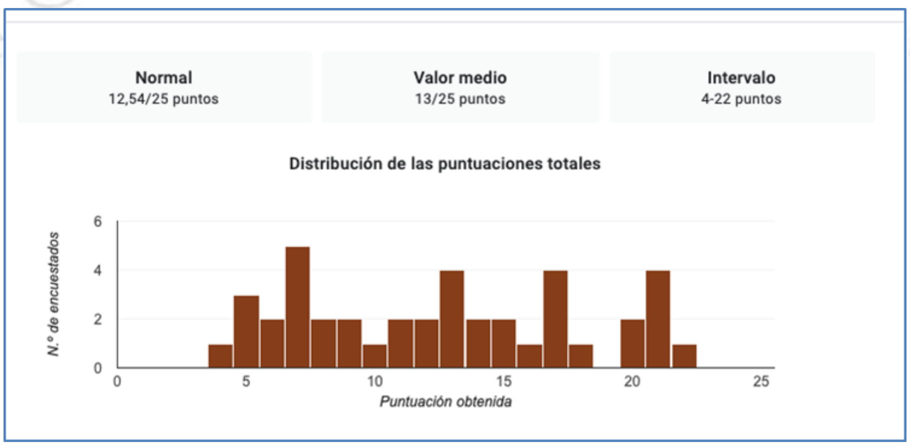


Figura 3. Gráfica final del grupo no intervenido

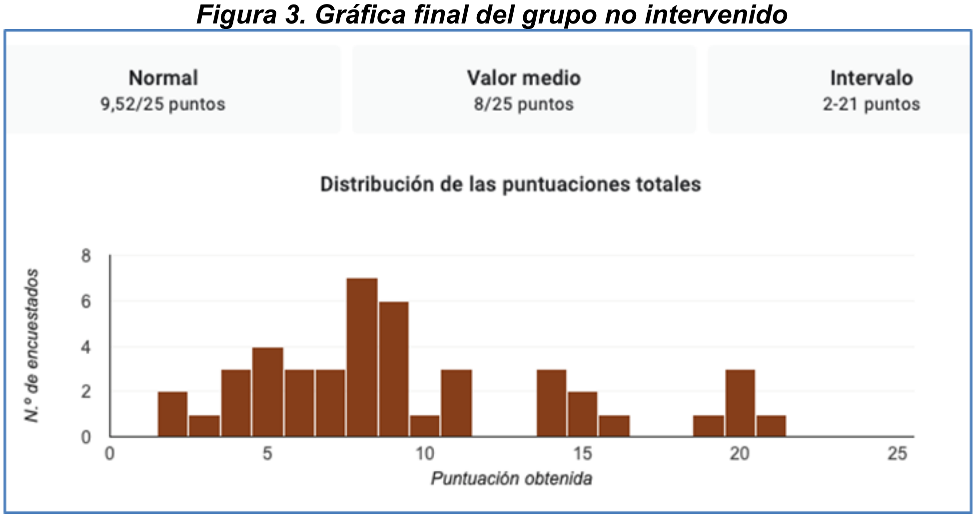


Figura 4. Gráfica final del grupo no intervenido

ISSN 2448 – 7945

En estas dos gráficas la diferencia es propia a la vista, ya que se ven más estables los resultados que se obtienen, sin embargo, nos surge al colectivo docente y directivo la incertidumbre sobre los porcentajes en cada caso.

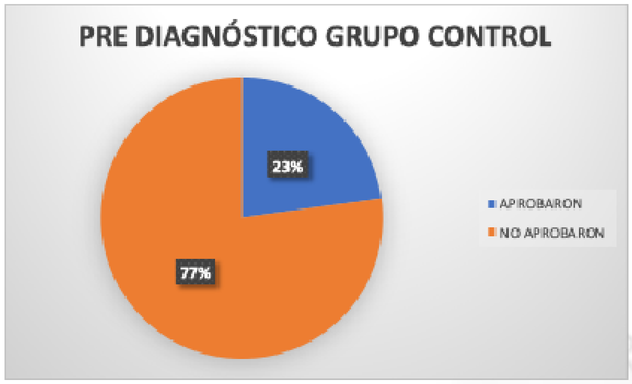
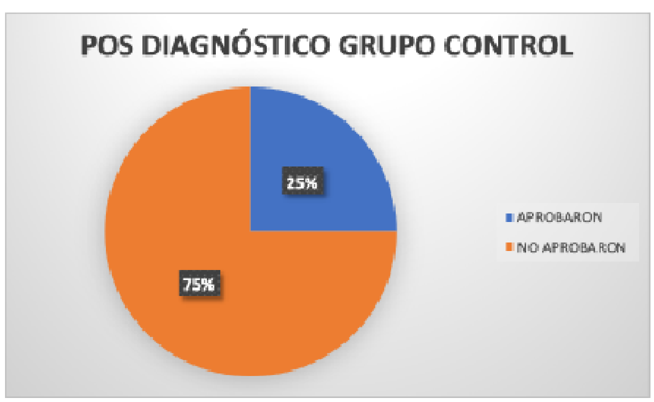


Figura 5. Gráfica Pre-diagnóstico grupo control

Figura 6. Gráfica Pre-diagnóstico grupo experimental

En este punto se observa como en el grupo experimental aprobó solamente un 12% de los alumnos, mientras que en el grupo control, lo hizo el 23%, notando desde ese momento una mejora en los datos arrojados en el grupo control. Posterior a la intervención docente y al desarrollo de las actividades que se plantearon con ayuda de la IA así como de las TIC, los resultados finales fueron:



ISSN 2448 – 7945

Figura 7. Gráfica Pos-diagnóstico grupo control

Figura 8. Gráfica Pos-diagnóstico grupo experimental

En este momento se puede observar como la intervención en el aula con (Meta IA) y con las TIC, resultó favorable, ya que en el examen final el grupo control, aprobó con un 25% del total de los alumnos; mientras que en el grupo experimental, se aprobó con un 59% del total de los alumnos.

4. Discusión y/o análisis.

Los resultados reflejan que la Meta IA favorece la participación y el aprendizaje autodidacta de los alumnos al facilitar el diseño e implementación de actividades. Según el MCCEMS, esto refuerza el rol docente como diseñador didáctico e innovador educativo, otorgándole autonomía para adaptar estrategias pedagógicas según el contexto y las metas de aprendizaje (SEP, 2023).

5. Conclusiones

La incorporación de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) y la Inteligencia Artificial (Meta IA) como Sistema de Tutoría Inteligente (TIS) en la enseñanza del lenguaje algebraico, particularmente en la unidad "Pensamiento Matemático I", ha demostrado tener un impacto positivo en el aprendizaje de los estudiantes. Estas herramientas tecnológicas no solo han facilitado la comprensión de conceptos abstractos, sino que también han transformado la forma en que los estudiantes interactúan con los contenidos matemáticos. Gracias a las TIC, los estudiantes pueden acceder a simuladores, aplicaciones interactivas y recursos visuales que permiten representar de manera clara los contenidos y apropiarse de los conocimientos de manera significativa. Por su parte, la (Meta IA), al estar integrada en sistemas de tutoría inteligente, ha optimizado la personalización del aprendizaje. de los estudiantes, promoviendo un enfoque más adaptativo y centrado en el alumno.

6. Referencias

ISSN 2448 – 7945

Aguirre, F., Pérez, M. y López, R. (2020). Las TIC en el aula de matemáticas: Interactividad y aprendizaje activo. Editorial U.

Cabero-Almenara, J. (2018). La integración de las TIC en el aprendizaje de las matemáticas. Revista de Investigación Educativa, 36(2), 203-217.

Fernández, J. (2021). El uso de la inteligencia artificial en la enseñanza de las matemáticas: Retos y oportunidades. Investigación Educativa.

García, F., & López, R. (2022). Sistemas de Tutoría Inteligente y su impacto en el aprendizaje adaptativo de matemáticas. Revista de Educación y Tecnología, 14(2), 45-60.

García-Peñalvo, F. (2020). El impacto de las tecnologías en la educación matemática: Nuevas perspectivas. Revista de Educa.

Sánchez, M. (2019). La inteligencia artificial y la personalización del aprendizaje.

Secretaría de Educación Pública (SEP). (2023). Orientaciones pedagógicas del área de conocimiento ciencias naturales, experimentales y tecnología. Recuperadodehttps://educacionmediasuperior.sep.gob.mx/work/models/sems/Resource/13634/1/images/Orientaciones%20pedag%C3%83%C2%B3gicas%20-%20CNEyT.pdf.

ISSN 2448 – 7945

ESTRATEGIAS INNOVADORAS CON INTELIGENCIA ARTIFICIAL PARA EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS

Nequiz Medina Pedro Ernesto[1, *], Pérez Gamón Carolina Margarita[2] y Márquez Ortega Domingo[3]

[1]*Colegio de Ciencias y Humanidades, CCH Oriente*
Av. Canal de San Juan s/n, Tepalcates, Iztacalco,
Ciudad de México. C.P. 09210.
[2]*Universidad de Lanús Buenos Aires en Pensamiento Nacional y Latinoamericano*
Km 2,5 carretera Cuautitlán -Teoloyucan
San Sebastián Xhala, Cuautitlán Izcalli
Estado de México. C.P. 54714
[3]*Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, UNAM*
Km 2,5 carretera Cuautitlán -Teoloyucan
San Sebastián Xhala, Cuautitlán Izcalli
Estado de México. C.P. 54714

EN-POSM062

Resumen

El objetivo de este trabajo es explorar estrategias innovadoras basadas en inteligencia artificial (IA) para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, personalizando la educación y optimizando el proceso de adquisición de conocimientos. Desde un punto de vista teórico, el uso de IA en la educación se sustenta en teorías del aprendizaje adaptativo y la enseñanza asistida por tecnología. Estudios previos han demostrado que los sistemas inteligentes pueden facilitar la resolución de problemas, mejorar la retroalimentación y motivar a los estudiantes mediante el uso de plataformas interactivas y adaptativas.

La metodología empleada incluye el diseño e implementación de plataformas basadas en IA, como tutores virtuales, sistemas de recomendación de ejercicios y asistentes automatizados para la resolución de problemas matemáticos. Los resultados muestran que el uso de IA en matemáticas permite una enseñanza más personalizada, adaptando el contenido al nivel de cada estudiante y detectando dificultades en tiempo real. Además, se observó una mayor motivación y compromiso en los estudiantes.

Se concluye, la integración de la inteligencia artificial en la educación matemática representa una estrategia efectiva para mejorar la enseñanza y el aprendizaje. Sin embargo, su implementación requiere un diseño pedagógico sólido y una adecuada capacitación docente para maximizar su potencial en el aula.

Palabras clave: *Inteligencia Artificial, Aprendizaje adaptativo, Personalización, Matemáticas, Estrategias innovadoras.*

---

1 [*]*Autor para la correspondencia. E-mail: ing.nequiz@gamil.com Tel. 55-79-01-78-90, Fax 00-00-00-00*

ISSN 2448 – 7945

1. Introducción

La educación matemática ha enfrentado desafíos persistentes en cuanto a la personalización y la eficacia del aprendizaje. Los enfoques tradicionales, caracterizados por una enseñanza estandarizada, a menudo no logran adaptarse a las diversas necesidades y ritmos de los estudiantes, lo que puede generar dificultades en la comprensión y desmotivación en el proceso de aprendizaje (Holmes, Bialik & Fadel, 2019). En este contexto, la inteligencia artificial (IA) se ha convertido en una herramienta innovadora con el potencial de transformar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas mediante el uso de sistemas adaptativos y personalizados (Luckin, Holmes, Griffiths, & Forcier, 2016).

Al explorar estrategias innovadoras basadas en IA que permitan personalizar la educación matemática y optimizar la adquisición de conocimientos. La IA, con su capacidad para analizar grandes volúmenes de datos, identificar patrones de aprendizaje y ajustarse en tiempo real a las necesidades de los estudiantes, ofrece oportunidades para mejorar la enseñanza y la retroalimentación en el aula (VanLehn, 2011). Su aplicación en plataformas educativas permite no solo fortalecer el aprendizaje individual, sino también fomentar un entorno más interactivo y motivador, lo que puede contribuir significativamente a la mejora del rendimiento estudiantil (Woolf, 2010).

Así, la integración de la IA en la educación matemática representa una estrategia clave para abordar las limitaciones de los métodos tradicionales y aprovechar el potencial de la tecnología para personalizar la enseñanza. Sin embargo, su implementación efectiva requiere una planificación pedagógica adecuada y la capacitación docente para maximizar sus beneficios en el aula (Holmes et al., 2019).

2. Metodología o desarrollo

El enfoque metodológico se basa en el diseño e implementación de plataformas de IA que incluyen tutores virtuales, sistemas de recomendación de ejercicios y asistentes automatizados para la resolución de problemas matemáticos. Estas herramientas utilizan algoritmos de aprendizaje automático para analizar el desempeño de los estudiantes y adaptar los contenidos según su nivel de competencia (Holmes et al., 2019). Además, se emplearon técnicas de análisis de datos para valorar el uso de plataformas en el aprendizaje.

La metodología empleada en este estudio se centra en el diseño e implementación de plataformas educativas basadas en inteligencia artificial (IA). Estas plataformas han sido desarrolladas con el objetivo de mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas mediante la personalización del contenido y la optimización del proceso de adquisición de conocimientos. Para ello, se han incorporado diversas herramientas tecnológicas que permiten una experiencia de aprendizaje más dinámica y efectiva.

Las plataformas utilizadas incluyen tres componentes clave:

Tutores virtuales: Estos sistemas proporcionan instrucción personalizada y retroalimentación adaptativa a los estudiantes, permitiendo que cada alumno reciba explicaciones y sugerencias ajustadas a su nivel de comprensión y ritmo de aprendizaje (VanLehn, 2011).

Sistemas de recomendación de ejercicios: Basados en algoritmos de aprendizaje automático, estas herramientas sugieren ejercicios y problemas en función del desempeño individual de cada estudiante, facilitando así una progresión gradual y estructurada en el aprendizaje matemático (Holmes, Bialik, & Fadel, 2019).

Asistentes automatizados para la resolución de problemas: Estas aplicaciones guían a los estudiantes a través de los pasos necesarios para resolver problemas matemáticos complejos, promoviendo el desarrollo del pensamiento lógico y la autonomía en la resolución de ejercicios (Woolf, 2010).

La implementación de estas herramientas se fundamenta en las teorías del aprendizaje adaptativo y la enseñanza asistida por tecnología. Según Zawacki-Richter et al. (2019), la personalización del aprendizaje y la retroalimentación inmediata son elementos clave para mejorar la comprensión y el desempeño académico de los estudiantes. Asimismo, se ha considerado la importancia de la gamificación y la realidad virtual como estrategias complementarias para crear entornos de aprendizaje más inmersivos y motivadores (Kapp, 2012; Merrill, 2013). Estas estrategias permiten captar el interés de los estudiantes y fomentar su compromiso con el proceso de aprendizaje, lo que resulta en una experiencia más enriquecedora y efectiva.

3. Resultados

Los resultados obtenidos muestran que la implementación de sistemas de IA en la enseñanza de las matemáticas permite una personalización efectiva del aprendizaje. Se observó una mejora en la capacidad de resolución de problemas y un aumento en la motivación de los estudiantes al interactuar con plataformas adaptativas. Además, los sistemas de IA detectaron dificultades en tiempo real, proporcionando retroalimentación inmediata y recomendaciones específicas para mejorar el desempeño de los alumnos (VanLehn, 2011).

Para que ChatGPT pueda analizar y resolver una ecuación a partir de una imagen, es necesario seguir estos pasos con precisión:

ISSN 2448 – 7945

Paso 1: Preparar la imagen, asegurarse de que la imagen sea clara y legible. Si la imagen contiene una ecuación, verificar que los números y símbolos sean distinguibles.

Guardar la imagen en un formato compatible, como PNG, JPG o JPEG.

$$3x^2 - 11x - 4 = 0$$

Paso 2: **Subir la imagen a ChatGPT**, abrir la conversación en ChatGPT.

Ubicar el botón de adjuntar archivos o el icono de carga de imágenes.
Seleccionar la imagen desde el dispositivo.
Esperar a que la imagen se cargue completamente en la conversación.

Paso 3: Escribir un prompt adecuado:
Para obtener una respuesta precisa, es importante acompañar la imagen con una instrucción clara. Un ejemplo de prompt correcto sería:

Imagen 1 prompt adecuado.

"Resuelve la ecuación matemática que aparece en la imagen adjunta y explica el procedimiento paso a paso."

ISSN 2448 – 7945

Paso 4: Revisar la respuesta, leer con atención la solución proporcionada por ChatGPT.

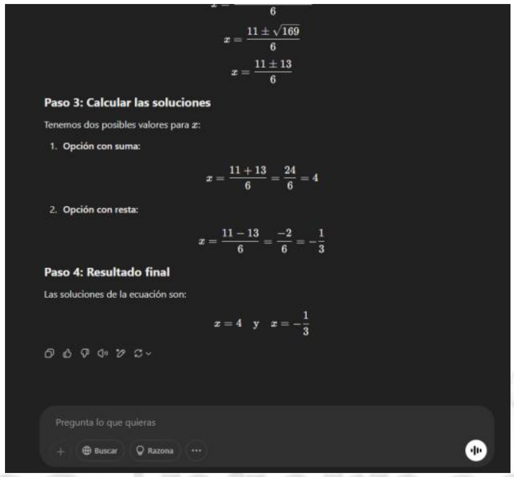
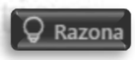


Imagen 2 Respuesta de CHATGPT

Si hay dudas o es necesario más detalle, Se puede activar la opción  para poder evaluar como esta empleando la resolución del problema e incluso poder mejorar el prompt anteriormente proporcionado a la IA.

Comparativa con la herramienta – Copilot

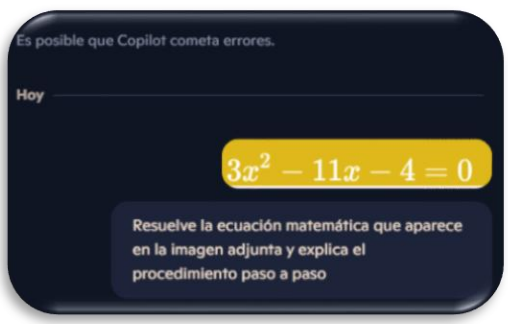


Imagen 3 Prompt copilot

ISSN 2448 – 7945

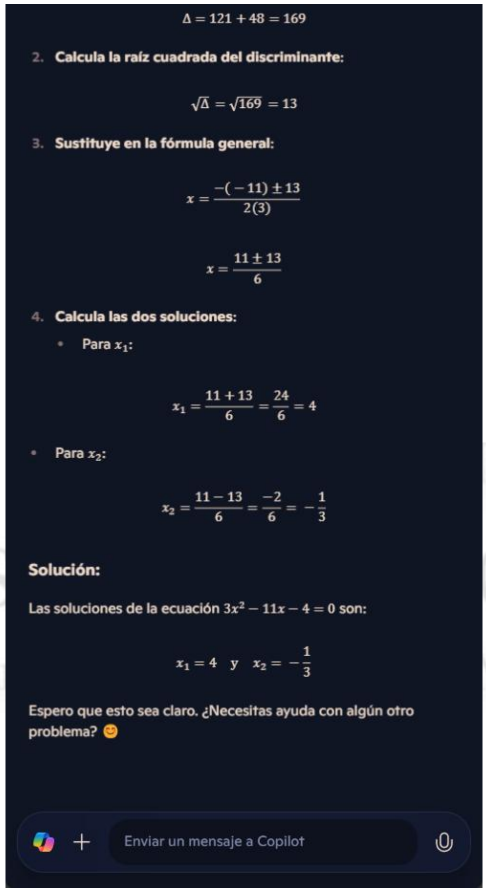


Imagen 4 Respuestas

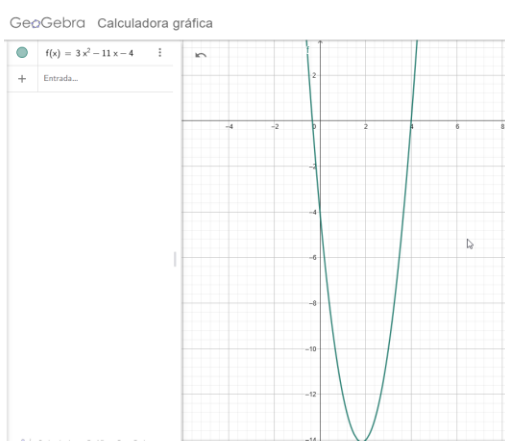


Imagen 5 GeoGebra

Comparativa de IA´s como agentes

Los hallazgos principales incluyen:

Enseñanza personalizada: La IA permite adaptar el contenido educativo al nivel de cada estudiante, ajustando la dificultad de los ejercicios y detectando dificultades en tiempo real. Esto facilita un aprendizaje más eficiente y alineado con las necesidades individuales (VanLehn, 2011).

Mayor motivación y compromiso: Se observó que los estudiantes mostraron una mayor disposición para participar en actividades matemáticas cuando utilizaban plataformas interactivas y adaptativas. La gamificación y la interacción con sistemas inteligentes contribuyeron a un ambiente de aprendizaje más dinámico y atractivo (Kapp, 2012).

Retroalimentación inmediata y efectiva: Los sistemas de IA proporcionaron respuestas instantáneas a los estudiantes, permitiéndoles corregir errores en tiempo real y comprender conceptos complejos con mayor claridad. Esto refuerza la importancia de la enseñanza adaptativa para mejorar el rendimiento académico (Zawacki-Richter et al., 2019).

Mejora en la resolución de problemas: Se evidenció un aumento en la capacidad de los estudiantes para resolver problemas matemáticos de manera autónoma, gracias a la orientación progresiva proporcionada por los tutores virtuales y asistentes automatizados (Woolf, 2010).

Estos resultados sugieren que la IA no solo optimiza el aprendizaje de las matemáticas, sino que también mejora la experiencia educativa al proporcionar herramientas que apoyan la enseñanza personalizada y la motivación estudiantil. Sin embargo, su implementación efectiva requiere una integración adecuada en los programas educativos y una capacitación docente que permita maximizar su potencial en el aula.

4. Discusión y/o análisis.

El uso de IA en la enseñanza de las matemáticas representa una transformación significativa en la educación, ya que permite abordar las diferencias individuales en el aprendizaje. La inteligencia artificial (IA) puede desempeñar un papel fundamental en la mejora de la educación matemática. Su capacidad para personalizar el aprendizaje y proporcionar retroalimentación adaptativa permite a los estudiantes avanzar a su propio ritmo y superar dificultades de manera efectiva (Holmes, Bialik, & Fadel, 2019; VanLehn, 2011). Estudios previos han demostrado que los sistemas de tutoría inteligente y los algoritmos de recomendación pueden mejorar significativamente la retención del conocimiento y la motivación de los estudiantes (Woolf, 2010).

Sin embargo, para que la IA tenga un impacto positivo sostenido en la educación matemática, es fundamental contar con un diseño pedagógico sólido y una adecuada

ISSN 2448 – 7945

capacitación docente. Los profesores no solo deben estar familiarizados con las herramientas basadas en IA, sino que también deben integrarlas de manera efectiva en sus estrategias de enseñanza (Luckin et al., 2016). La implementación de la IA en el aula no debe verse como un reemplazo del docente, sino como un apoyo que fortalezca la enseñanza y facilite una educación más equitativa y accesible (Zawacki-Richter et al., 2019).

Además, es crucial considerar las implicaciones éticas y sociales de la IA en la educación. La equidad en el acceso a estas tecnologías es un desafío importante, ya que existe el riesgo de que su implementación amplíe la brecha digital entre estudiantes con diferentes niveles de acceso a la tecnología (Selwyn, 2019). También es fundamental garantizar la privacidad de los datos de los estudiantes y establecer regulaciones que aseguren que la IA se utilice de manera transparente y responsable (Williamson & Eynon, 2020).

En este sentido, el desarrollo de políticas educativas que fomenten el uso ético y equitativo de la IA en la enseñanza matemática es esencial. La combinación de un enfoque pedagógico bien estructurado, capacitación docente y regulaciones claras permitirá maximizar los beneficios de la IA en la educación y mitigar sus posibles riesgos.

5. Conclusiones

La integración de la inteligencia artificial (IA) en la educación matemática representa una estrategia efectiva para mejorar tanto la enseñanza como el aprendizaje. La capacidad de la IA para personalizar la educación y proporcionar retroalimentación inmediata permite optimizar la adquisición de conocimientos y aumentar la motivación de los estudiantes (Holmes, Bialik, & Fadel, 2019). A través del uso de tutores virtuales, sistemas de recomendación de ejercicios y asistentes automatizados, los estudiantes pueden desarrollar una mayor autonomía en la resolución de problemas matemáticos y fortalecer su comprensión conceptual (VanLehn, 2011; Woolf, 2010).

Ventajas:

1. Personalización del Aprendizaje

La IA permite adaptar los contenidos y ejercicios según el nivel y el ritmo de cada estudiante. Mediante sistemas de aprendizaje adaptativo hacia el alumnado, ofreciendo recursos personalizados y ejercicios específicos para reforzar áreas en las que se necesita mayor práctica.

2. Retroalimentación Inmediata

Gracias a los algoritmos de IA, es posible obtener retroalimentación instantánea sobre ejercicios y problemas resueltos. Esto ayuda a que los estudiantes puedan corregir errores en el momento y entender en qué se equivocaron, lo que refuerza el proceso de aprendizaje y fomenta la práctica constante.

3. Resolución y Análisis de Problemas Complejos

La IA es capaz de analizar grandes volúmenes de datos y reconocer patrones que podrían pasar desapercibidos para el ojo humano. Esto permite abordar problemas matemáticos complejos de forma más eficiente, ofreciendo soluciones optimizadas y demostraciones detalladas que enriquecen la comprensión del proceso.

Sin embargo, la implementación de estas herramientas tecnológicas en el aula requiere un diseño pedagógico sólido y una adecuada capacitación docente. Los educadores deben estar preparados para integrar la IA en sus estrategias de enseñanza, asegurando que se utilice como un apoyo complementario y no como un sustituto de la instrucción humana (Luckin et al., 2016). Además, es fundamental considerar las implicaciones éticas y sociales del uso de IA en la educación, garantizando que su aplicación sea equitativa y accesible para todos los estudiantes, sin aumentar la brecha digital existente (Selwyn, 2019; Williamson & Eynon, 2020).

6. Referencias

Holmes, W., Bialik, M., & Fadel, C. (2019). *Artificial Intelligence in Education: Promises and Implications for Teaching and Learning.* Center for Curriculum Redesign.

Kapp, K. M. (2012). *The gamification of learning and instruction: Game-based methods and strategies for training and education.* Pfeiffer.

Luckin, R., Holmes, W., Griffiths, M., & Forcier, L. B. (2016). *Intelligence Unleashed: An Argument for AI in Education*. Pearson.

Merrill, M. D. (2013). *First principles of instruction: Identifying and designing effective, efficient, and engaging instruction*. John Wiley & Sons.

Selwyn, N. (2019). *Should Robots Replace Teachers? AI and the Future of Education*. Polity Press.

VanLehn, K. (2011). *The relative effectiveness of human tutoring, intelligent tutoring systems, and other tutoring systems*. Educational Psychologist, 46(4), 197-221.

Williamson, B., & Eynon, R. (2020). Historical trends and contemporary challenges in the ethics of AI and education. *Oxford Review of Education, 46*(3), 257-274.

ISSN 2448 – 7945

Woolf, B. P. (2010). *Building Intelligent Interactive Tutors: Student-Centered Strategies for Revolutionizing E-Learning*. Morgan Kaufmann.

Zawacki-Richter, O., Marín, V. I., Bond, M., & Gouverneur, F. (2019). Systematic review of research on artificial intelligence applications in higher education. *International Journal of Educational Technology in Higher Education, 16*(1), 39.

- Software y servicios basados en matemáticas para educación, ingeniería e investigación (2019). Maple para educación. [En Línea] Disponible en: http://www.maplesoft.com

- Solucionador de problemas de algebra. (2019). El solucionador gratuito de problemas responde las preguntas de tu tarea. [En línea] Disponible en: https://www.mathway.com/FiniteMath

ISSN 2448 – 7945

COMUNICACIÓN ASINCRÓNICA PARA EL APRENDIZAJE COLABORATIVO DE LA ESTADÍSTICA, MEDIANTE LA REVISIÓN DE ARTÍCULOS PSICOLÓGICOS

González Beltrán Luis Fernando [*1] y Rivas García Olga[2]
[1,2] FES Iztacala UNAM. Av. De los Barrios 1, Los Reyes Iztacala, Tlalnepantla, Estado de México.

AP-POSM063

Resumen

Una competencia básica para el aprendizaje a nivel superior es la comprensión de la lectura. Bastantes alumnos no usan estrategias de lectura, ni se ponen un objetivo al realizarla. Una primera medida que hemos tomado es la utilización del análisis estratégico de textos (Santoyo, 2001), con excelentes resultados (González y Rivas, 2023). El siguiente paso fue extender el análisis a la toma de decisiones estadísticas, por la necesidad de entrenamiento en intervención y solución de problemas, donde la probabilidad y la estadística son claves para determinar la efectividad de las soluciones planteadas. En este trabajo el objetivo es evaluar el efecto de la comunicación asincrónica en el aprendizaje colaborativo, en una tarea de comprensión lectora, dirigida a que los estudiantes calificaran, principalmente, decisiones estadísticas en la intervención en Psicología. Debido a la inclusión del modo virtual en el aprendizaje, se acudió a la comunicación asincrónica grupal, diseñando una técnica de aprendizaje colaborativo, para la revisión sistemática de las lecturas de una asignatura teórica, seguida de ejecución individual. Participaron dos grupos, uno entrenado con comunicación asincrónica, el otro entrenado solo con ejecución individual, que mostraron diferencias significativas. La tendencia del primer grupo consistió en un incremento sostenido para alcanzar una ejecución casi perfecta, mostrando análisis cada vez más completos, con una mejora en sus habilidades sobre pruebas estadísticas. El segundo grupo mostró mayor variabilidad y no alcanzó un nivel alto. Se discute su utilidad para la enseñanza de la estadística a nivel superior.

Palabras clave: *aprendizaje, colaboración, comunicación, decisiones, estadística, psicología.*

1. Introducción

Cuando nos referimos a la formación académica a nivel superior, el principal dispositivo para ello es la lectura, que permite al estudiante unirse a una comunidad con lenguaje especializado en una disciplina particular (Muñoz et al., 2016). Pero al revisar la literatura sobre la lectura, se destacan el nulo uso de estrategias de comprensión (Neira et al., 2015) y la falta de generación de inferencias de la lectura (Guerra y Guevara, 2017). Precisamente Cabrera, Lara y Puga (2021) definen las tareas de comprensión abarcando la obtención de información así como la realización de inferencias, interpretaciones y evaluaciones, es decir criticando y enjuiciando los argumentos leídos, que pocos estudiantes hacen. Si se debe

1 [*]*Autor para la correspondencia. E-mail: luisfgb0616@gmail.com Tel. 44-84-19-58*

evaluar la validez de lo que se lee y decidir su aplicación práctica, entonces se aplica el pensamiento crítico (Tubay y Frutos, 2025). Cuando los estudiantes aplican estas estrategias mejoran su formación teórica en la carrera que están estudiando. Pero no debemos olvidar la parte práctica, donde los alumnos resuelven problemas de su práctica profesional. Para la parte de habilidades metodológicas o procedimentales, hemos intentado que los estudiantes utilicen una serie de esquemas cognitivos que les ayuden a explicar cómo se logran cambios en los fenómenos, y cómo se solucionan los problemas en su campo (Jiménez, Santoyo y Colmenares 2016). En estudiantes de Psicología, hemos utilizado, tanto para la cuestión conceptual, como para la cuestión empírica, un tipo de lectura crítica, elaborada para el análisis de artículos publicados en la literatura psicológica, moviendo el foco del análisis primero en la teoría, luego en la metodología, incluyendo aquí el uso de las pruebas estadísticas por parte de los autores de dichos artículos, y finalmente en la parte de intervención. En nuestro laboratorio tuvimos éxito en la comprensión teórica al utilizar el análisis estratégico de textos (Santoyo, 2001), y pudimos comparar los resultados en situaciones de instrucción presencial y a distancia (González y Rivas, 2023), y pronto nos enfocamos en cuestiones de estadística aplicada a las decisiones que se tomaban sobre la prueba de hipótesis, utilizando el aprendizaje basado en problemas donde los textos se enmarcaban como problemas a resolver, y mientras se entrenaba la comprensión lectora, se debería evaluar la correspondencia entre la metodología y las decisiones estadísticas de los autores de los textos (González y Rivas, 2024). Sin embargo, los estudiantes en línea nos hicieron algunas observaciones, cuando la retroalimentación es individual, los demás alumnos no se enteran, por lo que se pierden de ciertas situaciones, no aprenden de los errores de los demás, y se sienten un poco aislados. Por ello, proponemos usar un foro de discusión asincrónica para resolver estas cuestiones que no se presentan en los grupos de educación presencial.

2. Metodología o desarrollo

El objetivo de este trabajo es evaluar el efecto de la comunicación asincrónica en el aprendizaje colaborativo, en una tarea de comprensión lectora, dirigida a que los estudiantes calificaran, entre otros aspectos, decisiones estadísticas en la intervención en Psicología.

2.1 Participantes

Dos grupos de Psicología de sexto semestre, del sistema a distancia, de una Universidad Pública, con 25 y 24 alumnos, respectivamente.

2.2 Materiales e Instrumentos

ISSN 2448 – 7945

- Los materiales de análisis fueron las 6 lecturas que se pide se revisen en el programa de estudios.
- Para la evaluación se utilizaron tres pruebas, 1) un cuestionario de aplicación individual, para entrenamiento sobre la estrategia de análisis de textos; 2) un cuestionario de preguntas abiertas para contestar en grupo sobre los temas estadísticos de cada lectura; y 3) el cuestionario global de conocimientos sobre metodología y estadística desarrollado en González y Rivas (2016), para la evaluación individual. Esta última prueba permite diferenciar cuestiones entre la teoría de probabilidad, los diseños de intervención, las pruebas estadísticas, y la creatividad para generar alternativas a la intervención.
- El análisis para cada lectura incluía las categorías que se modificaron de las presentadas por Cepeda, Santoyo y Moreno (2010). Para calificar el análisis que hacían los estudiantes se tenía el puntaje de 1 si contestan, pero incompleto, puntaje de 2 si es correcto y puntaje de 3 cuando responde de forma creativa y va más allá del texto. Con un total de 10 categorías, se calculó un índice de precisión, dividiendo el puntaje que obtenía cada alumno, entre 30.

2.3 Procedimiento

Ambos grupos recibieron un entrenamiento con una presentación en Power Point que explicaba el análisis estratégico de textos, contestaban el primer cuestionario y se daba retroalimentación. Enseguida se dividieron los grupos al azar en grupo experimental y grupo control. La diferencia radica en que el primer grupo debe analizar cada articulo colaborativamente entre todos los miembros, en un foro asincrónico, donde deben contestar todas las preguntas del segundo cuestionario, una por una, comentar las aportaciones de los demás y llegar a conclusiones sobre las decisiones estadísticas de los autores del artículo. El grupo control debería hacer lo mismo, pero individualmente, sin foro asincrónico. Cada lectura debería analizarse en el plazo de una semana. Después de las seis lecturas, se aplicaba el tercer cuestionario en forma individual, a los dos grupos. El grupo control tuvo un foro asincrónico para comentar el curso y llegar a conclusiones sobre su ejecución. Se le pidió al grupo experimental sus comentarios y conclusiones sobre su ejecución de forma individual.

3. Resultados

A fin de apreciar las diferencias entre los grupos, la Figura 1 muestra el índice de precisión promedio, conforme avanzaban las sesiones. Los dos grupos iniciaron muy parecidos, el grupo con foro tuvo un índice de 0.37 y el grupo sin foro de 0.39 en la primera lectura. En las siguientes lecturas se fueron separando, terminando con 0.95 el grupo con foro y 0.79 el grupo control. Las diferencias fueron significativas ($p=.006$). Terminadas las lecturas se aplicó el tercer cuestionario, sobre las decisiones estadísticas que se deben tomar en la investigación o la intervención. La Figura 2 presenta una gráfica de barras para diferenciar los grupos con base en las cuatro categorías generales. Como se puede apreciar, en lo que toca a la teoría, no hay

ISSN 2448 – 7945

diferencias marcadas, pero sí en las demás categorías, especialmente en las cuestiones de decisiones estadísticas, aunque las diferencias no fueron tan grandes como para ser significativas.

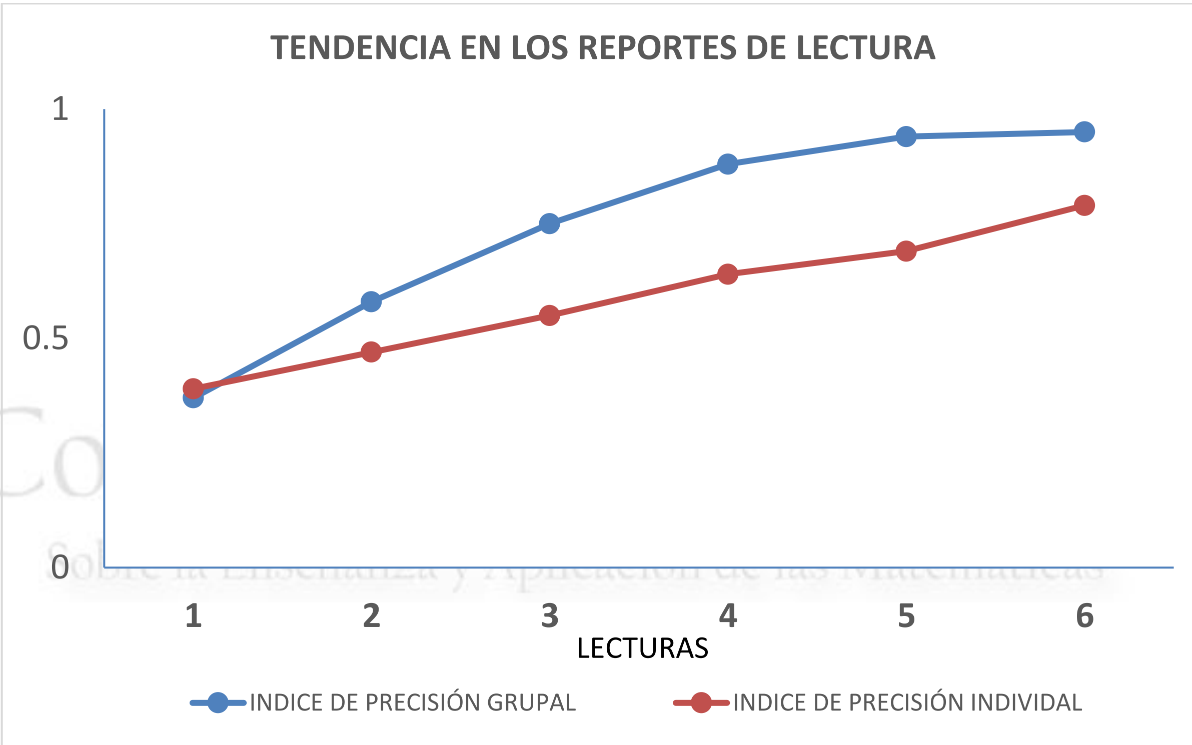
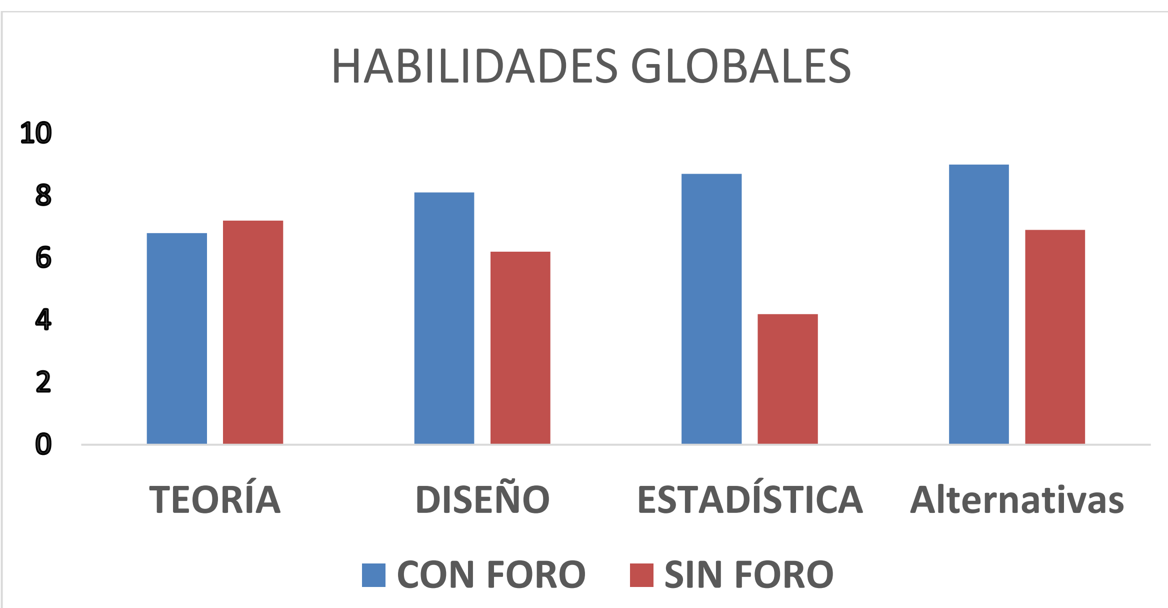


Figura 1. Tendencia de precisión en los reportes de lectura, para los dos grupos, con comunicación asincrónica grupal y sin ella.



ISSN 2448 – 7945

Figura 2. Resultados del cuestionario sobre estadística, para los dos grupos, con comunicación asincrónica grupal y sin ella.

4. Discusión y/o análisis.

Nuestro procedimiento intentó entrenar la comprensión lectora de nuestros estudiantes, en la revisión de literatura especializada, tanto en los modelos teóricos de la Psicología, como en las cuestiones prácticas de intervención, su evaluación y búsqueda de alternativas. Los grupos iniciaron con índices de precisión bajos, debido muy probablemente a las categorías que requerían solo la identificación, del objetivo, por ejemplo. Con la lectura de más artículos, fueron capaces de deducir, evaluar e integrar, con las categorías más complejas, pero el grupo con foro de discusión asincrónica se vio más favorecido, con diferencias significativas. Estos resultados están acordes con lo encontrado en un estudio donde se asignaron los artículos de investigación ya publicados para su análisis estratégico, centrando el enfoque en el análisis estadístico utilizado por el autor (González y Rivas, 2024). Con la prueba sobre estadística es posible ver que aunque el grupo con foro asincrónico resultó mejor calificado, sus puntajes aún quedan lejos de lo ideal. Una posible razón para ello es que los artículos, que están propuestos para los objetivos de la materia, no cumplen con todas las decisiones estadísticas que se pueden tomar en la investigación experimental. Sin embargo, nuestro procedimiento permite que los estudiantes puedan desarrollar proyectos de investigación mejor sustentados. Finalmente, el grupo control tuvo una probadita de un foro de discusión asincrónico, y sus comentarios fueron en el sentido de que sería buena idea programarlos a lo largo del curso. El grupo que sí trabajó con comunicación asincrónica realizó comentarios positivos sobre el procedimiento, y la retroalimentación abierta a todo el grupo

5. Conclusiones

Podemos afirmar que cumplimos nuestro objetivo, demostrando el valioso efecto de la comunicación asincrónica en el entrenamiento en comprensión lectora, en la literatura especializada de Psicología, incluyendo la toma de decisiones estadísticas para la intervención. También hemos expuesto cómo el análisis estratégico de textos puede considerarse lectura crítica, y demostramos nuevamente su generalidad. Comparado con la opción de realizar prácticas por equipo, para entrenar las habilidades metodológicas, el análisis estratégico de textos sale mejor parado. Principalmente porque estas habilidades, y en especial la toma de decisiones estadísticas, se enmarcan en un contexto más amplio, el de la intervención y la investigación.

6. Referencias

Cabrera-Pommiez, M., Lara-Inostroza, F., y Puga-Larraín, J. (2021). Evaluación de la lectura académica en estudiantes que ingresan a la Educación Superior. *Ocnos.*

ISSN 2448 – 7945

Revista de estudios sobre lectura, 20(3), 1-18. https://doi.org/10.18239/ocnos_2021.20.3.2614

Cepeda, M. L., Santoyo, C. y Moreno, D. (2010). Base Teórica y descripción de la estrategia de análisis de textos. En M. L. Cepeda y M. R. López (Coordinadoras). *Análisis Estratégico de Textos: Fundamentos Teóricos-Metodológicos y Experiencias Instruccionales*. (pp. 49 - 110). México: UNAM.

González B., L. F. y Rivas G, O. (2016). Conducta compleja en contextos de solución de problemas: La estadística. En M. L. Cepeda & M. R. López (Coordinadoras). *Conducta Compleja: Fundamentos teóricos y aplicaciones educativas*. (pp. 199 - 242). México: UNAM.

González B., L. F. y Rivas G., O. (2023). Reading Comprehension in Psychology: Students of The Installed and Distance Systems. *International Journal of Human Sciences Research*, 3(17), p. 1-9.

González B., L. F. y Rivas G., O. (2024). Aprendizaje Basado en Problemas: Enfoque en el Análisis Estadístico en Psicología. En: Jorge Altamira Ibarra, José Luis Hernández Castillo, Liana López Pacheco (Comité Editorial). *Memorias del Congreso Internacional sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas*. Año 8, Número 5. Capítulo 18. Pp. 137-141.

Guerra, J., y Guevara, C. (2017). Variables académicas, comprensión lectora, estrategias y motivación en estudiantes universitarios. *Revista electrónica de investigación educativa*, 19(2), 78-90. https://doi.org/10.24320/redie.2017.19.2.1125

Jiménez, A. L.; Santoyo, C. y Colmenares, L. (2016). La complejidad y su significado en las habilidades metodológicas y conceptuales. En M. L. Cepeda & M. R. López (Coordinadoras): *Conducta compleja: Fundamentos teóricos y aplicaciones educativas.* (pp. 29 – 56). México: FESI, UNAM.

Muñoz, C., Valenzuela, J., Avendaño, C., y Núñez, C. (2016). Mejora en la motivación por la Lectura Académica: la mirada de estudiantes motivados. *Ocnos, Revista de estudios sobre lectura* 15(1), 52-68. http://doi.org/10.18239/ocnos_2016.15.1.941

Neira, A., Reyes, F., y Riffo, B. (2015). Experiencia académica y estrategias de comprensión lectora en estudiantes universitarios de primer año. *Literatura y lingüística*, 31, 221-244. https://doi.org/10.29344/0717621X.31.1536

Pilay, P. F. T., y Garcés, A. I. F. (2025). La lectura crítica: Un enfoque para cultivar habilidades de pensamiento crítico. *Ciencia y Educación, 6*(1), 6-17. https://doi.org/10.5281/zenodo.14579615

Santoyo, C. (2001). *Alternativas docentes. Vol. II. Aportaciones al estudio de la formación en habilidades metodológicas y profesionales en las ciencias del comportamiento*. México: PAPIME, UNAM

Tubay P., F. T., y Frutos G., A. (2025). La lectura crítica: Un enfoque para cultivar habilidades de pensamiento crítico. Ciencia y Educación, 6(1), 6-17. https://doi.org/10.5281/zenodo.14579615

ISSN 2448 – 7945

PROPUESTA DE APLICACIÓN DE ENSEÑANZA MIXTA PARA LA COMPRENSIÓN DE FRACTALES EN TRES REACCIONES REDOX

Arroyo Fal Ofelia Esperanza[1, *], Ruiz Camargo Cariño[2] y Hernández Santiago María Guadalupe[3]

[1,2,3] *Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, UNAM. Carretera Cuautitlán8 Teoloyucan Km. 2.5, Colonia San Sebastián Xhala. Cuautitlán Izcalli, Estado de 9 México, C. P. 54714.*

ID-POSM64

Resumen

Se reporta una experiencia de cátedra interdisciplinaria. La actividad se diseñó para relacionar el concepto abstracto de fractales con estructuras ramificadas generadas a través de reacciones óxido-reducción (redox). Se propone una metodología mixta que incluye Aprendizaje cruzado, Simulación en GeoGebra y Gamificación, con el objetivo de facilitar la comprensión del tema. La experiencia se llevó a cabo en un ambiente abierto e informal, con estudiantes aleatorios. Durante la actividad, se realizaron experimentos redox (con 3 reacciones), la información se complementó con un cartel explicativo y realizaron simulaciones en GeoGebra con su celular. La enseñanza introductoria a los fractales se dio de forma gradual e integradora, basada en procesos metodológicos para estimular el aprendizaje. Se dividió el tema de fractales en tres etapas: Información teórica y construcción de fractales de forma manual, digital y experimental. Los estudiantes manifestaron interés en cada una de las etapas, particularmente en la creación de patrones fractales en sus dispositivos y observar la generación de fractales de plata, plomo y estaño, mediante reacciones químicas. Los resultados cualitativos indican que estas estrategias estimulan la participación, motivación y curiosidad de los estudiantes universitarios en un entorno informal y con un tema avanzado y poco común a nivel licenciatura. Se propició un ambiente colaborativo y de confianza, en el que estudiantes que no se conocían interactuaron entre sí. Se propone realizar una investigación donde se puedan recolectar datos y hacer un estudio cuantitativo.

Palabras clave: Fractales, *aprendizaje*-simulación, química, gamificación, aprendizaje-cruzado.

1. Introducción

En este artículo se aborda la experiencia de cátedra integral obtenida al presentar el tema de fractales en el evento, la *Semana de las Matemáticas e inteligencia artificial en la educación universitaria,* llevado a cabo en la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán (FESC) en octubre de 2024. Dado el alto nivel de complejidad matemática que conlleva el estudio de los fractales, este tema no se aborda en los cursos introductorios de nivel superior. No obstante, en ciertos laboratorios se pueden identificar patrones fractales como resultado de reacciones químicas redox, tratándose de manera superficial, ya que el objetivo principal radica en estudiar las reacciones químicas, no los fractales.

---

1 **Autor para la correspondencia. E-mail: atichnalep@hotmail.com*

ISSN 2448 – 7945

La idea de presentar esté trabajo en la semana de las matemáticas, fue vincular los fractales que se producen en algunas reacciones químicas (redox) con los fundamentos matemáticos de estos mismos y su simulación en la computadora, mediante una metodología de aprendizaje cruzado. Entendiéndose por aprendizaje cruzado, la unión de entornos formales e informales en la educación, como lo cita, (Universidad Isabel I, 2023). En este caso particular, la actividad se realizó en la explanada de campo 1 de la FESC (entorno informal) con la Exposición de "*Geometría de Fractales en la química*", (cuestión formal). A la par se combinó con las metodologías de simulación y de gamificación. La presentación del tema de fractales se realizó en tres etapas, independientes pero complementarias, lo que permitió a los estudiantes acercarse en el orden que desearan o según les resultara más interesante. Estas etapas fueron las siguientes y se explicarán detenidamente en la sección de metodología:

A. Información teórica: Introducción a los conceptos básicos relacionados con los fractales.
B. Simulación y construcción: Creación de fractales utilizando GeoGebra en sus celulares, así como métodos manuales con papel, lápiz y regla.
C. Fase experimental. Observación de la formación de fractales dendríticos en reacciones redox.

La finalidad de esta actividad fue la enseñanza introductoria de un tema abstracto de matemáticas como lo es la geometría fractal, de una forma gradual e integradora, una enseñanza basada en procesos metodológicos para estimular el aprendizaje.

2. Metodología o desarrollo

En este trabajo se integraron diversas metodologías de aprendizaje, como el aprendizaje cruzado, la simulación en GeoGebra y la gamificación.

El aprendizaje cruzado (crossover learning), ha sido tradicionalmente empleado en contextos como museos, visitas guiadas a sitios históricos y conservatorios de música etc. enfocado principalmente en estudiantes de nivel básico. Sin embargo, no se ha encontrado un estudio controlado que evalúe de manera sistemática los resultados de este tipo de aprendizaje (Lagmay)**.** En el presente estudio, el aprendizaje cruzado (Facultad de Humanidades y Ciencias Sociales (9/01/2023); Masoumian Hosseini et al. (2023)) se utilizó para conectar el contenido educativo formal de química y matemáticas con un entorno informal, representado por las actividades llevadas a cabo durante la Semana de las Matemáticas. Esta metodología se combinó con la estrategia de "simulación y juego" (Montes, 2024), que tuvo como objetivo proporcionar a los estudiantes una experiencia interactiva y dinámica fuera del aula de clases.

El enfoque consistió en conjugar el aprendizaje formal, mediante una breve explicación sobre las definiciones de los fractales y sus características, con un entorno informal que promoviera una experiencia de aprendizaje vivencial. La actividad permite dividir en tres etapas la información sobre fractales, cada una de las etapas de nuestra experiencia:

Memorias del Congreso Internacional sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán
8 y 9 de mayo del 2025, Cuautitlán Estado de México
ISSN 2448 – 7945

Etapa A. *Introducción conceptual*. En esta etapa se presentan las bases teóricas, como las definiciones, propiedades y características principales de los fractales. El objetivo es proporcionar un marco conceptual sólido que prepare a los participantes para comprender su relevancia y utilidad en diversos contextos. ***Etapa B.*** *Exploración interactiva.* Aquí, los estudiantes tienen la oportunidad de trabajar con herramientas como GeoGebra o simulaciones digitales para observar y manipular fractales en un entorno interactivo. Esta etapa busca consolidar el conocimiento a través de la experimentación y el descubrimiento guiado. ***Etapa C.*** *Aplicación práctica.* Se enfoca en mostrar escenarios del mundo real o resolver problemas específicos. Esta etapa fomenta una conexión directa entre la teoría y la práctica, ayudando a los estudiantes a visualizar cómo los fractales pueden ser utilizados en diversas áreas, como la química, las matemáticas o la ingeniería.

Figura 1. Etapas A, B y C de la metodología utilizada para explicación de Fractales.

Etapa A. Introducción conceptual

Formalización del aprendizaje a través de definiciones y conceptos básicos e informativos (Rendon Fernández et. al. (2006)), con ejemplos sencillos de fractales que podemos observar en la naturaleza y en nuestra vida cotidiana. *Se dio una "breve"* explicación de los conceptos básicos para introducirlos a *"la idea de un fractal"* mediante la exposición de un póster informativo, figuras 2 y 3.

ISSN 2448 – 7945

Figura 2. Explicación teórica a nivel introductorio.

Figuras 3. Explicación mediante un póster.

Etapa B Exploración interactiva.

La simulación mediante aplicaciones como GeoGebra facilita la creación de modelos matemáticos, promoviendo y fortaleciendo el aprendizaje de los estudiantes. A través de esta herramienta computacional, se logró reforzar el estudio de los fractales desde una perspectiva geométrica, utilizando dispositivos móviles para su construcción. Además, se complementó esta experiencia con la elaboración manual de fractales, empleando papel, lápiz, compás y regla, lo que permitió explorar su concepto fundamental de proyección infinita. Figuras 4 y 5.

Figura 4. Fractales con el programa GeoGebra

Figura 5. Simulación es sus celulares

Etapa C. Aplicación experimental.

Observación de la formación de fractales dendríticos en reacciones redox, también llamados árboles metálicos por su estructura ramificada. Se observa la forma repetitiva de los fractales o árboles de plata a partir de disoluciones de nitrato de plata. También se mostró la formación de fractales de Plomo y la de Estaño a partir de disoluciones de acetato de plomo y cloruro estanoso respectivamente. Como una parte

ISSN 2448 – 7945

fundamental de la metodología usada el “Crossover learning”, mediante la observación y la interacción que los estudiantes tuvieron con el experimento en vivo, figura 6.

Figura 6. Aplicación real de fractales e interacción con el experimento en vivo.

3. Resultados

Se formaron grupos de varios estudiantes y fueron pasando poco a poco a realizar las actividades durante dos días, la teoría presentada fue breve y concisa, la duración de la explicación fue de alrededor de 10 minutos. Se comenzaba preguntando: ¿cómo medir el perímetro de la Costa de Gran Bretaña?, sin ningún instrumento a la mano. Escasamente alguno tenía una idea vaga de cómo hacerlo, el resto respondió la pregunta al final de la explicación teórica. En la explicación se proporcionó la definición y clasificación de fractales a nivel introductorio, así como la aparición de ellos en la naturaleza. Para procesar la información teórica en los alumnos se les invitó a construir fractales con lápiz y papel. En la etapa de simulación de fractales con GeoGebra, figuras 4 y 5, los estudiantes se mostraron atentos, interesados y con gran entusiasmo, al reproducir fractales en su celular. En la fase experimental, la reacción entre nitrato de plata y cobre produce fractales metálicos de plata que son visualmente fascinantes y vistosos. Los fractales son depósitos sólidos de plata sobre la superficie del alambre de cobre, generan formas ramificadas y dendríticas, similares a estructuras naturales como los árboles o los corales. Estas formas fractales se deben a la manera en que los átomos de plata se agrupan y cristalizan durante la reacción química. La geometría fractal de estos depósitos metálicos es un ejemplo de cómo los principios químicos y físicos pueden crear patrones complejos y hermosos.

ISSN 2448 – 7945

Figura 7. Secuencia de producción experimental de fractales de Plata.

4. Análisis

Se observa que la enseñanza de las matemáticas usando aprendizaje cruzado, en particular del tema fractales, genera confianza por el entorno y para trabajar en equipo, curiosidad e interés en los estudiantes por la pregunta planteada al principio de la exposición del tema. El aprendizaje cruzado, crossover learning, genera confianza en los alumnos por escuchar el tema en espacios abiertos, (Romana (), Bindu J. et. al (2023)), debido a que la información se presenta como si estuvieran jugando fuera de las cuatro paredes tradicionales (salón de clases). Además de ello se observó confianza y disposición en los participantes, tanto de forma individual como en equipo. Al impartir la información al alumno en las tres etapas descritas A, B y C se condujo a los estudiantes al proceso de aprendizaje teórico-práctico donde se exploran nuevas metodologías de aprendizaje para los alumnos, (Rodríguez y Navarrete (2025)). Una enseñanza basada en los procesos: teórico, modelación y experimentación. Montes Estrada S. (2024), algunas posibles razones por las que las matemáticas pueden generar desidia, miedo o dificultades para algunas personas pueden ser, la falta de conexión con la vida cotidiana (aprendizaje contextualizado), la enseñanza tradicional basada en memorización en lugar de comprensión, etc. En ese contexto, la exposición del tema de fractales con el poster conduce al alumno a la reflexión de un problema real en el dominio de territorios, lo que genera la duda y la reflexión en el estudiante sobre la solución de un problema cotidiano. La reflexión generada en el alumno es fundamental en las etapas de la adquisición de nuevos conocimientos. La construcción de fractales con lápiz, papel y regla, así como con GeoGebra fueron familiares en los estudiantes al reproducir los fractales vistos teórica o experimentalmente. Bajo esta gamificación de aprendizaje, el alumno reiteró la información, al reproducir los fractales, como modelo matemático. En esta sección, se puede contribuir al desarrollo de la habilidad de visualización crítica en la comprensión de fractales a nivel introductorio. Las actividades propuestas se adquirieron en cualquier orden, es decir, no fue relevante como adquirió el conocimiento el estudiante.

5. Conclusiones

I. La metodología empleada en tres etapas permite que el alumno seleccione aquella por la cual se siente más atraído y a los profesores atender a un mayor número de alumnos de acuerdo con sus inquietudes.
II. El aprendizaje cruzado generó interés e inquietud por el tema de fractales, pues observamos que se genera un ambiente de confianza, que proporciona seguridad y reflexión y disposición en el estudiante para adquirir nuevos. La simulación de fractales con GeoGebra le permitió al estudiante desarrollar una imagen visual de los fractales. Comprobar experimentalmente lo revisado teóricamente y simulado, permitió al estudiante tener un conocimiento integral a nivel básico sobre fractales.
III. Abordar un tema específico como son los Fractales, desde un enfoque interdisciplinario permite al alumno conectar el pensamiento abstracto de los modelos matemáticos con los modelos químicos utilizados para explicar las estructuras presentes en la naturaleza.

Agradecimientos

Agradecemos a la Universidad Nacional Autónoma de México, a la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, al departamento de Matemáticas de la FESC por organizar este tipo de eventos para la difusión de las matemáticas.

6. Referencias

Bindu Joseph, Alice Joseph, Anu Cleetus, Liz Kuriakose, Sam Thomas Joy, Sindhu S (2023), *Crossover learning is an innovation is strategy for Environmental Education*, Journal of Survey in Fisheries Sciences 10(2S) 2285-2291.

Facultad de Humanidades y ciencias sociales (9/01/2023), Universidad Isabel I, *12 nuevas metodologías de enseñanza para profesores innovadores*, https://www.ui1.es/blog-ui1/12-nuevas-metodologias-de-ensenanza-para-profesores-innovadores

Lagmay, Romana Glenda S. *Crossover Learning: A Pedagogical Strategy In Teaching Science.* Bayorbor National High School/Mataasnakahoy District/Batangas. Province/Region Iv-A Calabarzon.

Masoumian Hosseini et al (2023), *Crossover design in triage education: the effectiveness of simulated interactive vs routine training on student nurses´perfomande in a disaster situation*, BMX Research Notes. https://doi.org/10.1186/s13104-023-06596-5

Montes Estrada S.(2024), Desarrollo de competencias matemáticas en diversos contextos educativos, Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar, Vol.8, Núm. 1.

Rendon Fernandez, (2006), Los procesos de adquisición de conocimiento en la didáctica de la ciencia química en la educación superior.

Rodríguez y Navarrete (2025), fases del efecto del conocimiento del profesorado en el aprendizaje matemático de los estudiantes, revista electrónica interuniversitaria de formación del profesorado. DOI: https://doi.org/10.6018/reifop.634051.

Memorias del Congreso Internacional sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán
8 y 9 de mayo del 2025, Cuautitlán Estado de México
ISSN 2448 – 7945

LA RELACIÓN ENTRE EL DISEÑO FOTOGRÁFICO. EL INSTANTE DECISIVO Y LA GEOMETRÍA DEL DISPARO: PERSPECTIVAS DE ARMONÍA.

Karina Simón Farfán[1,*], Edgar Osvaldo Archundia Gutiérrez[2],
Sharon Aline Mondragón Martínez [3]
[1,2 y 3] *Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, UNAM.*
Km 2,5 carretera Cuautitlán -Teoloyucan
San Sebastián Xhala, Cuautitlán Izcalli
Estado de México. C.P. 54714

EN-POSM066

Resumen

Recientemente se han producido diversos estudios relacionados con disciplinas que toman como temas centrales fundamentos de las matemáticas, por ejemplo, el desarrollo de narrativas fotográficas, los conceptos de diseño fotográfico, el instante decisivo y la geometría del disparo se encuentran relacionados en el quehacer de producir imágenes fotográficas que son de utilidad en el ámbito del diseño. Henri Cartier-Bresson (1952) describía su proceso creativo como una práctica intuitiva, donde el fotógrafo debe estar siempre atento al entorno, listo para capturar momentos únicos e irrepetibles con su cámara.

La geometría del disparo se convierte así en un puente entre los lenguajes de la fotografía y el diseño, al tratarse de un componente matemático esencial en la composición visual. Durante la toma de una fotografía, la geometría permite estructurar la imagen y otorgarle coherencia visual. En estudios realizados entre el Departamento de Matemáticas y Diseño y Comunicación Visual, se concluye que la geometría es un elemento clave en el lenguaje visual fotográfico.

Este enfoque ayuda a comprender principios como la simetría, el balance, el ritmo y la proporción. Además de ser una herramienta organizativa, la geometría ofrece una forma de entender y representar la realidad a través de la imagen. El pensamiento geométrico enriquece la mente creativa, permitiendo que ideas abstractas se transformen en composiciones visuales concretas. Así, el fotógrafo-diseñador se convierte en un observador activo, capaz de interpretar el mundo mediante una mirada estructurada y artística que combina intuición, percepción y razonamiento matemático.

Palabras clave: *Fotografía, Diseño, Geometría, Matemáticas, Instante, Decisivo.*

---

1 * *Karina Simón Farfán. E-mail: krs_farfan@cuautitlan.unam.mx Tel. 55-80-51-85-84*

1. Introducción

Desde mediados del siglo XIX, cuando la fotografía apareció en la vida del ser humano, significó un cambio de suma importancia en la manera de concebir, crear y mirar una imagen física bidimensional. Por un lado, se acercó como nunca se había visto en la historia de la humanidad, el encargo y la adquisición de retratos, que debido a su coste más accesible que una pintura, proliferó exitosamente. Así la fotografía entro por la puerta grande al escenario humano, instalándose para siempre en un lugar privilegiado.

La fotografía es un medio de comunicación que permite emitir mensajes sin contener en su superficie bidimensional o texto alguno que la acompañe. La fotografía contiene información detallada, que es decodificada por un espectador, que la ve, la mira, la observa y la contempla. Así es como el mensaje informativo que contiene una imagen fotográfica llega a su destino, el espectador ha de interpretar las formas, tonos, colores y todo aquello que se encuentre atrapado en ella.
Con la cámara fotográfica se atrapa el tiempo y el espacio, se captura al mirar por el visor, un instante del mundo y, se inmortaliza al presionar a fondo el botón del obturador. Nuestro entorno, aquello que nos rodea, un suceso, un hallazgo, son susceptibles de ser atesorados en una foto, el pequeño instante entre mirar y presionar el botón del disparador, ha de atrapar el tiempo, el espacio; aquel espacio tridimensional en el que nos desenvolvemos, habitamos y vivimos.

El tiempo tiene su particularidad en la fotografía; desde un punto de vista técnico-conceptual la fotografía capta un breve momento de la realidad, de lo que pasa alrededor de quien empuña una cámara fotográfica, atrapa el presente y lo preserva para el futuro. La fotografía ha de representar lo actual, lo que acontece en este instante, al tomar la foto esa imagen conserva el pasado, una foto es presente y un segundo después es algo pretérito, una fotografía ésta destinada por la naturaleza tecnológica que la ha concebido, a ser siempre un documento visual que nunca ha de representar el futuro.

La cámara fotográfica nunca habrá de ser un artilugio propio de la gente que se dedica a la adivinación, a aquellos que buscan conocer el futuro; una fotografía no predecirá lo que va a suceder. En sentido contrario se puede afirmar que una cámara fotográfica es una herramienta que vaticina el pasado, una máquina que solo podrá augurar lo que ya paso, una bola de cristal propia de la magia, que solo sabe mirar hacia atrás, hacia lo que ocurrió y no habrá de volver a suceder jamás. “No se puede reconstruir el relato ni volver atrás en el tiempo” (Fontcuberta; 2007).

ISSN 2448 – 7945

2. Metodología o desarrollo

Una imagen fotográfica, se encuentra contenida en un espacio limitado por dos líneas verticales y dos horizontales, pero dependiendo de lo que se conoce como *formato*, el espacio físico podría ser ovalado y circular. Cuando vemos una foto, sin duda alguna los limites espaciales bidimensionales físicos de la imagen, representan un fragmento de la realidad, un pedazo de lo que los ojos bidimensionales del ser humano vieron.

La fotografía al ser una representación visual del espacio contenido en ella, adquiere valores para el ser humano; que requiere perpetuar su memoria, sus recuerdos. La fotografía es también un objeto, un producto del ingenio humano que si está impresa se puede tocar, tener, poseer, si es digital o virtual, solo se puede ver. La fotografía es también un objeto a través de las pantallas de los dispositivos tecnológicos actuales, no se puede tocar, pero también se archiva, se colecciona, se atesora.

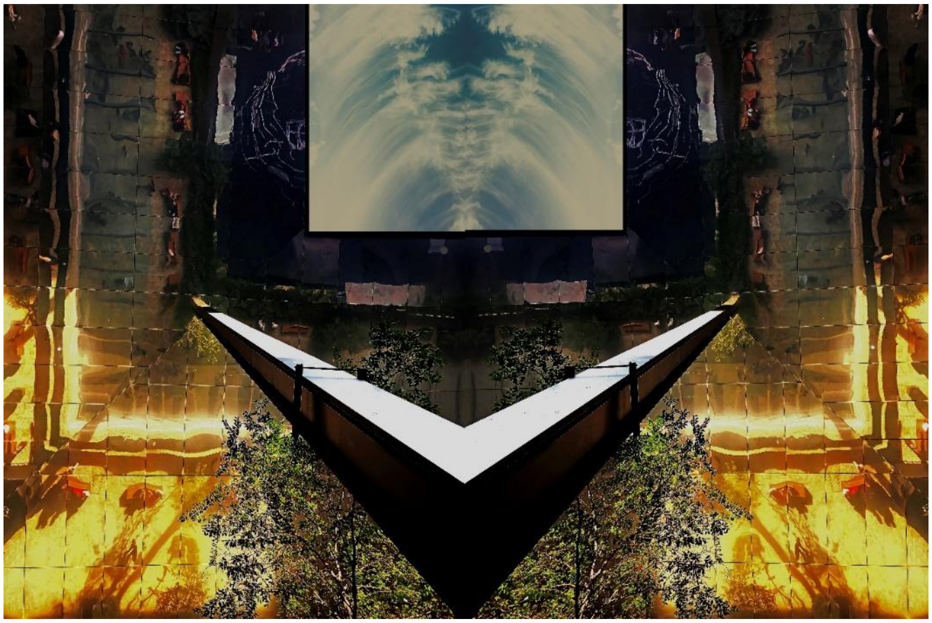
La cámara fotográfica constituye una extensión creativa y creadora, es una prolongación del ojo, brazo, la mano y los dedos de quien ha de empuñarla para detener el tiempo, el espacio, para representar, sustituir, por mímesis mostrar y dar testimonio de una pequeña parte del mundo en donde el ser humano se desenvuelve, vive y muere. Con cada disparo del obturador se ha perpetuar lo que el tiempo en el sentido humano, habrá de irse, no volverá a suceder jamás.

Al respecto Bresson (2022) nos dice:

> La fotografía es un medio de expresión, desde luego, igual que la música o la poesía. Es mi medio de expresión y también mi oficio. Pero también es, además, el medio que nos permite, a través de nuestras imágenes, dar testimonio. Cada vez que aprieto el disparador es una manera de conservar lo que desaparece (p 9-12).

Cartier Bresson, se presenta como un creativo de la fotografía, como un personaje de suma importancia. El concepto del *instante decisivo* que lo acompañaría toda su vida, lo va descubriendo a lo largo de su carrera “poco a poco me propuse tratar de descubrir las distintas maneras con que podía jugar con la cámara” (Fontcuberta; 2007). Entiende que la cámara fotográfica es una herramienta lúdica, que tiene *duende, magia*, que ese aparato tecnológico no solo atrapa momentos, también emociones.

Supo ver a través del visor de su cámara, un entorno que no veían sus contemporáneos y comprendió que aquello que miraba con sus ojos, no era igual que verlo a través de la óptica de la cámara. Esta herramienta era para él, una extensión de su mente, del conocimiento preciso del manejo técnico, habría de surgir el genio creativo. “Me limito a ser el testigo de las cosas que atraen mi ojo” (Bresson, 2022).



***Fotografía 1**: Archundia, Osvaldo. Ecos ahogados 12. (2024)*

En este sentido percibe que lo que ocurre a su alrededor es digno de ser fotografiado, “De todos los medios de expresión, la fotografía es el único que fija para siempre el instante preciso y fugitivo” (Fontcuberta; 2007). De la comprensión intelectual y emotiva de este *instante decisivo*, surge toda la expresión de su obra.

No es un disparo en ráfaga, veloz, sin sentido; es más bien conocer el entorno, posicionarse en él, ver la escena a fotografiar, intuir el momento preciso para presionar el disparador a fondo.

En la fotografía de Cartier Bresson hay que componer la imagen al mismo tiempo que se intuye que hay que tomarla. Para él la composición está ligada a una geometría del disparo, que viene supeditada por la visión del fotógrafo en primera instancia, después por el ángulo de toma –que comprende el manejo del encuadre, la distribución espacial de los objetos que aparecerán en la copia final, después la elección de la óptica fotográfica es fundamental para poder vislumbrar los resultados perceptivos en la imagen.

ISSN 2448 – 7945

La composición es determinante para la manera en que habrá de ser recibida por un espectador. Este receptor, quien mire la imagen ha de saber interpretar y decodificar lo que sus ojos ven, Bresson consideraba que cuando miramos por el visor de la cámara, el entorno ya está hecho, terminado, quien fotografía no puede cambiar el orden de lo que pasa frente a la cámara; no se puede mover un automóvil, un árbol, así como tampoco se puede agregar o añadir algo.

Cartier-Bresson (1952) apunta en este sentido:

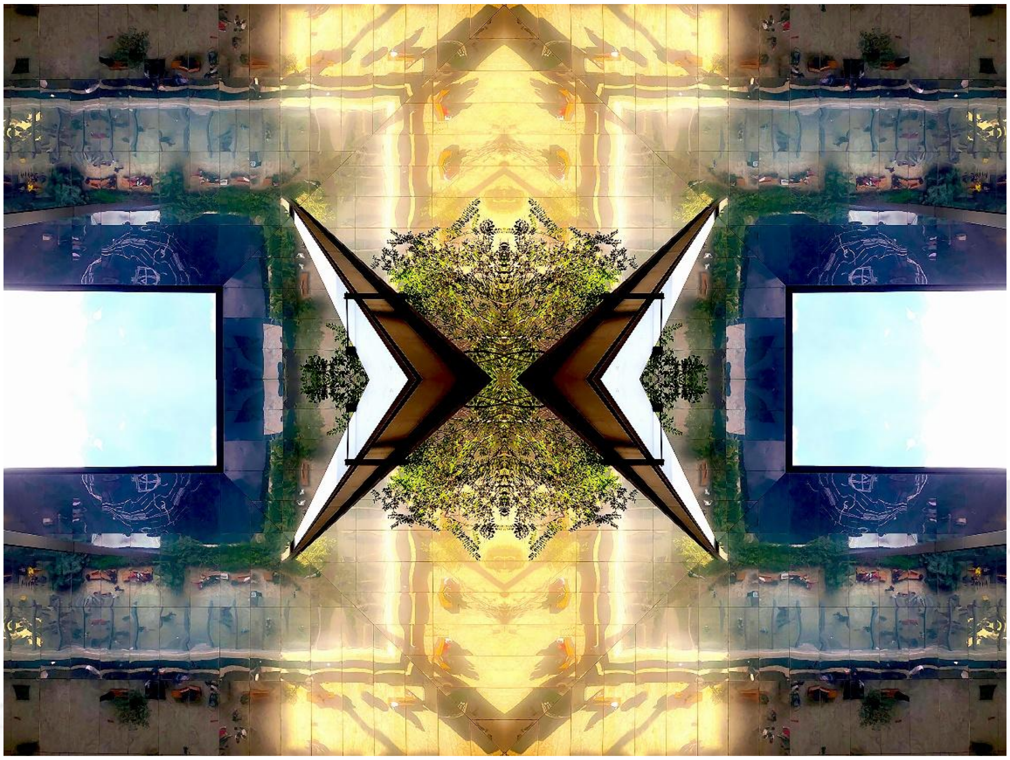
> En una fotografía la composición es el resultado de una coalición simultánea de la coordinación orgánica de los elementos vistos por el ojo. Uno no agrega la composición como si ésta fuera una reflexión posterior sobreimpuesta al material básico del sujeto, puesto que es imposible separar el contenido de la forma. (p. 229)

La composición se evidencia al reconocer líneas, puntos y formas que guíen tanto el ojo de quien fotografía como de aquel que ha de ser el receptor de la obra, estas líneas guía se presentan como una verdadera “geometría de la composición” (Fontcuberta; 2007). Bresson, considera que la única regla de composición que debe acatarse es aquello que sea armónico y agradable al ojo del ser humano. La geometría del disparo-geometría compositiva son junto con el instante decisivo la columna vertebral del proceso creativo con Bresson.

La noción e idea de la geometría del disparo-geometría compositiva, Cartier-Bresson lo recupera de la lectura y aprendizaje del libro *El arte zen del tiro con arco*, escrito por Eugen Herrigel, en donde detalla con suma precisión las lecciones aprendidas durante seis años a través de un maestro budista zen llamado Awa Kenzo. Así compara la forma de sostener un arco, preparar la flecha, apuntar, tensar el arco y el disparo, como si de una cámara fotográfica se tratase.

Bresson lleva a la práctica fotográfica la geometría del tiro con arco, en un símil de como apuntar la cámara hacia los objetos, escenas, sucesos, formas y contornos. La flecha y el disparo con la cámara fotográfica son dirigidas hacia un objetivo, hacia un punto exacto, el pensamiento fijo en la mirada, en lo que nuestros ojos ven, listo a reaccionar para tomar la foto en el momento en que ocurran los hechos, a sabiendas que aquello que habrá de ocurrir será inmortalizado en una foto.

ISSN 2448 – 7945



***Fotografía 2**: Archundia, Osvaldo. Ecos ahogados 16. (2024)*

3. Resultados

Si desplazamos el ángulo de toma, aunque sea ligeramente, este movimiento cambiará significativamente la geometría del disparo; por ello la cámara se ha llevar con una mano firme, segura, dispuesta a recibir órdenes provenientes de la mente de quien empuña la cámara. Así, la concentración que se establece antes del disparo involucrará el ser humano por entero, dando por resultado una flecha en el centro de la diana, una flecha bien dirigida, una fotografía de estudio, de revista, de galería.
Quien haga de la fotografía su medio de expresión habrá de trascender la técnica, deberá compenetrarse con su equipo de trabajo, ejercitara su ver, mirar, observar y contemplar; así cuando lleve a su ojo la cámara, sabrá esperar el momento exacto en que habrá de disparar a fondo para atrapar, captar ese momento, sin duda el instante decisivo arribara. Con este pensamiento, idea la fotografía no será un solo recuerdo temporal de lo acontecido, trascenderá en el tiempo.

Sin duda alguna como parte de la geometría del disparo, se advierte que esta noción de componer visualmente la imagen guarda relación con otro concepto: el diseño

ISSN 2448 – 7945

fotográfico. En la idea de la geometría, encontramos un espíritu creativo de ordenamiento visual, de un acomodo de los elementos que conforman una geometría visual intrínseca en la repartición de líneas, puntos, formas en el plano visual. La flecha que se dispara a través del visor de la cámara va afilada con los pensamientos de quien opera la cámara.

El diseño fotográfico que también incorpora sin duda alguna estas nociones geométricas, para lograr encuadres de calidad y tomas con un ordenamiento visual adecuado, se nutre también de la intuición de quien opera la cámara fotográfica, aunado a que siempre se ha de estar prestos y atentos a lo que ocurre alrededor nuestro. De esta integración de nuestro ser habrá de brotar una serie de fotografías que se inserten en el instante decisivo, la geometría del disparo en una conjugación perfecta de los lenguajes del diseño y la fotografía.

No es conveniente usar recursos y/o accesorios ópticos o digitales que nos permitan componer una imagen, como, por ejemplo –las pantallas o retículas digitales que se pueden ver por el visor o la pantalla LCD de nuestras cámaras-, tampoco el uso de pantallas de enfoque esmeriladas con la regla de los tercios está bien vista en el ámbito profesional y mucho menos en la esfera del foto-reportaje, foto documental géneros que heredan sus postulados de la fotografía pura o directa.
La geometría del disparo debe ser atendida con los ojos humanos, será comprendida de igual manera a través de nuestra percepción. La composición visual entrará al pensamiento gracias a nuestra visión binocular; la mente gracias a las ideas anidadas allí, crearan la fotografía primero en el intelecto, después al tomar la foto de manera física-material se estará ya en condiciones de haber perpetuado el presente, para ser un memorial de lo acontecido, del pasado.

Cartier Bresson reconoce también, que, de la forma, en que empuñemos la cámara será el ángulo de disparo. Las tomas verticales y horizontales cambian la manera de apuntar y disparar a una *diana*, se toma en cuenta y valoran las perspectivas lineales, puntos de fuga, punto de vista en donde se habrá de posicionar un fotógrafo o fotógrafa, para lograr un verdadero estudio del caso, escena o suceso. No es particularmente partidario de encuadres como planos holandeses y algunos otros ángulos de toma osados que perjudiquen la composición geométrica de la toma.
Así mismo piensa que estos encuadres alejan de la esencia de representatividad visual que una foto tiene como cualidad intrínseca. En clara tendencia con la foto pura o directa, no recomienda reencuadrar las fotos, ya sea durante el positivado o su inclusión en medios impresos. La fotografía cortada carece de la esencia original, del espíritu que la genero, una fotografía reencuadrada, nos priva del contenido total de la imagen.

En este sentido Bresson creía que una foto positivada era ya digna de ser evaluada y analizada, solo así podrían verse las líneas del ángulo de disparo, su geometría, ver a plenitud todo aquello que intervino y se utilizó para conseguir esa toma en especial. La geometría en la composición para Cartier-Bresson "debe ser una de nuestras preocupaciones constantes pero el instante de tomarla es un brote intuitivo, instante fugaz" (Fontcuberta; 2007).

Como percibimos el instante decisivo es una constante en su pensamiento y en la forma de concebir el acto fotográfico, invita a una formal reflexión en cómo se ha contemplar el mundo en el que nos desenvolvemos, como advertir la realidad, la realidad que nos rodea, envuelve y que forma parte de nuestra vida. Una vez entendido esto se será capaz de atesorar con la producción de imágenes este entorno en el que nos desenvolvemos y hacerlo visible para los demás que miren y admiren nuestras fotografías.

Bresson (2022) afirma acerca de la geometría del disparo:
Para el fotógrafo la geometría es la abstracción, la estructura que le viene dada, y el realismo es la carne y la sangre que le dan vida. No obstante, la fotografía jamás debe ser artificial. Hay que saber reconocer intuitivamente ambos elementos. La imagen es la proyección de la personalidad del fotógrafo. (p28)

El contenido dentro de los márgenes del encuadre siempre estará embebido compositivamente hablando de geometría. La maestranza para organizar los elementos visuales en el encuadre se logrará si y solo sí entrenamos constantemente nuestra forma de ver, con el concurso de unos pensamientos claros y permeados por la intuición. Sin duda el instante decisivo estará presente en el proceso del acto fotográfico.

En cuanto al instante decisivo Cartier-Bresson (1952) nos dice:
Para mí la fotografía es el reconocimiento simultáneo en una fracción de segundo, de la significación de un hecho con la organización precisa de las formas que dan a ese hecho su expresión propia. (p. 235)

El instante decisivo, se convierte, en uno de los acontecimientos más trascendentales del acto fotográfico. Si nos quedáramos en los pasos de ver, mirar, observar y contemplar, pero sin tomar la fotografía, el acto fotográfico no tendría cabida "la fotografía es un impulso espontaneo, resultado de estar perpetuamente mirando, que

ISSN 2448 – 7945

atrapa el instante y su eternidad” (Berger; 2015). Una fotografía detiene el tiempo, atesorando un recuerdo, siendo memoria.

Fotografía 3*: Archundia, Osvaldo. Ecos ahogados 21. (2024)*

En la imagen técnica que es la fotografía, yace lo irrepetible, lo que no habrá de suceder otra vez, un evento, una escena que no se repetirá nunca más. El mundo, lo que nos rodea, nuestro entorno y realidad habrán de cambiar, pero lo que este plasmado en la imagen fotográfica, quedará quieto, estático, como congelado en el tiempo, quién mire esa imagen en el futuro podrá ser presa de recuerdos, añoranzas, melancolías, tristezas y sus pensamientos estarán llenos de pasado.

4. Discusión y/o análisis.

Una vez comprendido el instante decisivo, la geometría del disparo, el acto fotográfico, podemos incorporar un escalón más en este proceso lúdico-creativo: la narrativa visual: en la fotografía documental, el foto-reportaje permiten contar historias. Este tipo de narrativas se engloban en lo que suele denominarse, series, secuencias y culminar

ISSN 2448 – 7945

en una obra enmarcada en el ensayo fotográfico. Cuando se cuenta una historia se ha de tener presente un inicio, un desarrollo y un final a manera de conclusión.
Bresson es consciente que la fotografía representa la realidad, es mímesis fiel de los objetos tal y como se presentan en el universo. Los eventos que ocurren a nuestro rededor deben ser captados por la cámara fotográfica con la mayor veracidad posible. “No debemos manipular ni la realidad mientras fotografiamos ni los resultados en el cuarto oscuro” (Fontcuberta; 2007).

Bresson advierte dos formas para seleccionar las fotografías:

- Al llevar el ojo al visor y mirar a través de él.
- Al revelar y posteriormente positivar.

Es el método sencillo para identificar las imágenes que habrán de servir para cubrir un evento, una ceremonia, para poder estructurar las fotografías que habrán de conformar un ensayo fotográfico. “Para hacer un reportaje, uno no debe imponer la idea preconcebida que uno tenga, sobre un país sino, por el contrario, corregirla (Bresson, 2022).
Sin duda alguna Bresson fue un visionario, un personaje que supo ver a detalle el presente, fue un ser humano de su tiempo que supo trascender a él. Encontró en la fotografía el medio ideal para perpetuar sus ideales y anhelos más profundos. Descubrió como nunca antes, la relación geométrica de la composición visual en la fotografía. Así como advirtió la importancia de la imagen técnica en la perpetuidad que esta brinda al ser humano en su carácter de recuerdo y memoria imperecedera.
Su comparativa entre el tiro con arco y la forma de disparar fotos es algo único y descubierto por su genio creativo. Siempre de la mano de los conceptos compositivos de la geometría, recurre a la narración de acontecimientos a través de imágenes, realiza retratos donde capta la esencia de sus modelos. Fiel sin duda a una verdadera foto purista, exhorta a quien practique la fotografía como oficio a respetar la realidad, el entorno.
El gran maestro de la fotografía de todos los tiempos, Bresson se presenta como un ejemplo a seguir, un modelo de creación lúdica, de experimentación visual consiente de sus limitantes y expansiones creativas. Sus postulados nos llegan frescos, novedosos, guía para el presente y el futuro de quienes hemos decidido empuñar la cámara fotográfica como un medio y un fin de expresión personal.

5. Conclusiones

La fotografía como medio de comunicación, expresión artística o testimonio visual es mucho más que apretar un botón; es estar en el momento y lugar indicado para poder

ISSN 2448 – 7945

capturar un instante de nuestra vida que tendremos como evidencia, y forma de entender y expresar la realidad que captamos con nuestra cámara.
Pero no solo se trata de tomar fotos y ya, también hay mucha matemática detrás, y aquí es donde entra en juego la geometría del disparo, que no solo hace referencia a la composición visual, sino también a principios matemáticos como la proporción, la simetría, las líneas rectas, curvas y la regla de los tercios. Las matemáticas permiten al fotógrafo organizar el espacio, anticipar movimientos y encontrar patrones ocultos en la realidad. Elementos como la simetría, las proporciones, las líneas y figuras geométricas nos ayudan a componer mejor una imagen y a guiar la mirada del espectador. Por lo tanto, los estudiantes pueden asimilar estos elementos y tenerlos en cuenta como pensamiento matemático para poder comprender y mejorar la técnica.
En ese sentido, la fotografía une el arte con la lógica, combinando emoción con estructura. Cada foto, entonces, es una mezcla de sensibilidad, observación y, aunque no lo parezca, también de números.

6. Referencias

Berger, J. (2015). *Para entender la fotografía.* Barcelona. GG

Cartier-Bresson, H. (2009). *Fotografiar del natural.* Barcelona. GG

Cartier-Bresson, H. (2022). *Ver es un todo*. Barcelona. GG

Fontcuberta, J. (2007) *Estética Fotográfica*. Barcelona. GG

Memorias del Congreso Internacional sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán
8 y 9 de mayo del 2025, Cuautitlán Estado de México
ISSN 2448 – 7945

APLICACIÓN EN LA VIDA COMÚN: MODELADO DEL ENAMORAMIENTO SEGÚN ESTUDIANTES DE UPIITA.

Martínez Sandoval Rafael Valentín[1], Morales Ramírez Lizeth[2], Ríos Juárez María Guadalupe[3], Rodríguez Tolentino Ana Luz[4], Villegas Rueda Verónica Lucero[5]*

[1,2,3,4,5]UPIITA-Unidad Profesional Interdisciplinaria en Ingeniería y Tecnologías Avanzadas IPN. Av. Instituto Politécnico Nacional 2580, La Laguna Ticomán, Gustavo A. Madero, 07340 Ciudad de México, CDMX

AP-POSM068

Resumen

La modelación matemática es una herramienta que nos permite predecir y entender los comportamientos de una variable-respuesta cuando existen ciertas condiciones de inicio-entorno a las que esa variable está sometida. El amor es un tema fundamental en el comportamiento humano y el enamoramiento es su primera etapa por lo que, el comportamiento de dos individuos y los estímulos que se apliquen durante el enamoramiento son cruciales para decidir estar en pareja o no y juega también un rol importante en la toma de decisiones. Tomando en cuenta las anteriores definiciones es posible modelar el enamoramiento proponiendo o tomando condiciones iniciales acorde a lo que es de relevancia para los sujetos implicados y las condiciones en las que se encuentran. Este proyecto tiene como objetivo proponer, guiados por el modelado de Romeo-Julieta, un modelo matemático del enamoramiento que comúnmente viven los estudiantes de universidad, aplicando así el modelado en el ámbito psico-social y demostrando que las matemáticas nos permiten entender situaciones cotidianas, patrones de comportamiento, entre otras aplicaciones. Analizando los tipos de enamoramiento que se presentan en UPIITA proponemos las condiciones que consideramos participan en dicha etapa, lo hacemos describiendo las ecuaciones y analizando las soluciones como funciones temporales.

Palabras clave: *Modelación, matemática, ecuaciones, diferenciales, enamoramiento.*

1. Introducción

El amor es un tema fundamental en el comportamiento humano y el enamoramiento es su primera etapa por lo que, el comportamiento de dos individuos y los estímulos que se apliquen durante el enamoramiento son cruciales para decidir estar en pareja o no y juega también un rol importante en la toma de decisiones. Desde el punto de vista matemático, en los años 90's el profesor Steven Strogatz propuso por primera vez las "matemáticas del amor" (Strogatz, S. 1998) simulando con un sistema de ecuaciones diferenciales el enamoramiento de la novela de Romeo y Julieta, este es el primer modelo que utiliza análisis de dinámica no-lineal usando un sistema de ecuaciones diferenciales, los coeficientes propuestos en tal modelo son en base al escenario de la novela de Shakespeare donde influyen el contexto de las familias de la época poniendo por primera vez una variable cualitativa-emocional como una variable medible y que fuera posible

[1] *Autor para la correspondencia. E-mail: LLIEOZ2014@GMAIL.COM

ISSN 2448 – 7945

interpretar y pronosticar su comportamiento conforme el tiempo pasara. Actualmente una variedad de estudios de modelos matemáticos ya son usados para predecir el divorcio, describir las relaciones interpersonales o los cambios posibles en las amistades, donde es claro que combinando las medidas estadísticas y los modelos de ecuaciones diferenciales se pueden proponer dinámicas bastante más complejas, pongamos por caso el modelo “Interacción marital” por James Murray, el cual tiene un 94% de precisión, o el modelo “Comportamiento colectivo en línea” desarrollado por James Gleeson, Davide Cellai, Jukka-Pekka Onnela, Mason Porter y Felix Reed-Tsochas y publicado en la revista PNAS (Proceedings of the National Academy of Sciences) en 2014. En el caso del amor romántico que impacta en los estudiantes universitarios aún se continúa con los estudios de su impacto en la vida universitaria y sus efectos en el rendimiento académico cuando estos impactan mental y emocionalmente en los estudiantes, como se discutió recientemente en una entrevista en la radio IPN en la sección Experiencia IPN donde hablaron sobre “El amor romántico y sus acciones en las relaciones sociales” (Mondragón, R. Alberto, C. 11 febrero 2025) haciendo hincapié en el efecto que el amor romántico tiene en los estudiantes universitarios y su estado anímico que impacta en su desempeño académico, refiriéndose al impacto positivo y negativo, figura 1. Es en el contexto estudiantil universitario que se propone un modelo simple de sistema de ecuaciones diferenciales de enamoramiento basado en el contexto de los estudiantes y se discuten posibles factores que se consideran de interés en las relaciones románticas que se observan en los estudiantes de la unidad académica UPIITA observando experiencias de compañeros y suponiendo escenarios posibles.

Figura 1. Radio IPN en su programación del 14 de Febrero de este año discute las complicaciones del noviazgo y las relaciones en los universitarios.

Para llevar a cabo el primer modelo de amor romántico en estudiantes universitarios hacemos uso del modelado de la dinámica descrita por un sistema de ecuaciones deferenciales no lineales y las soluciones numéricas, donde suponemos ambientes ficticios basados en una observación de las relaciones de diversos compañeros en la unidad y analizamos escenarios que son variantes posibles. La elección de las

ISSN 2448 – 7945

variables se hizo mediante la discusión y contexto de los universitarios, usando notación sencilla para describir este modelo simple.

2. Modelo matemático, nuestra propuesta

Se proponen las variables dependientes del tiempo las cuales son definidas en el modelo basándonos en los parámetros que los jóvenes universitarios consideran que afectan una relación de pareja y los cuales afectan en el aumento o la disminución en el tiempo del enamoramiento. Así mismo se proponen los coeficientes que contribuyen al cambio de las variables todo en el contexto de estudiantes universitarios.

Dentro del modelo tenemos v**ariables dependientes que varían en el tiempo (meses):** M-enamoramiento que siente la mujer y H-enamoramiento que siente el hombre. Así mismo tenemos los parámetros que se consideran importantes dentro de las relaciones románticas de los estudiantes universitarios los cuales son descritos mediante **parámetros dentro del sistema de ecuaciones diferenciales:** t-tiempo transcurrido en la relación, α-coeficiente de detalles (besos, mensajes, regalos), β-coeficiente de tiempo de calidad, ζ-coeficiente de discusiones (celos, desacuerdos), λ-auto enamoramiento (idealización propia de la mujer), δ-auto enamoramiento (idealización propia del hombre), ω-Aceptación de los amigos del hombre, μ-Aceptación de los amigos de la mujer, ı-Distancia y Ω-Rutina o costumbre dentro de la relación.

2.1 Sistema de ecuaciones diferenciales simple para una pareja de novios el cual uno de ellos al menos sea universitario

Las partes del sistema de ecuaciones diferenciales se define matemáticamente como el aumento o disminución del enamoramiento de la alumna-novia (mujer) $\frac{dM}{dt}$, aumento o disminución del enamoramiento del alumno-novio (hombre) $\frac{dH}{dt}$, interacciones que se dan cuando ambos están juntos descritas por el término MH dichas interacciones están cuantificadas por los parámetros de interacción, que contiene información de interacciones que harían crecer el enamoramiento (α, β) o de interacciones que harían que el enamoramiento disminuya $(\zeta, \Omega, \imath)$, dándonos un término de interacción total del promedio de todos descrito por $\frac{(\alpha+\beta-\zeta-\Omega-\imath)}{5}$ y finalmente, si por separados son capaces de sentir enamoramiento M (ó H) y que este aumente o disminuya por su propia percepción de su enamoramiento hacia la otra persona (λ, δ) o sí la opinión de otros tiene peso “negativo” en sus emociones de enamoramiento (μ, ω) dándonos un término total del promedio que afecta por separado a M o a H como $\frac{(\lambda-\mu)}{2}$ y $\frac{(\delta-\omega)}{2}$ respectivamente. Con lo anterior el sistema de ecuaciones diferenciales queda como se muestra en las ecuaciones 1.

$$\left.\begin{aligned} \frac{dM}{dt} &= \frac{(\alpha+\beta-\zeta-\Omega-\imath)}{5}MH+\frac{(\lambda-\mu)}{2}M \\ \frac{dH}{dt} &= \frac{(\alpha+\beta-\zeta-\Omega-\imath)}{5}MH+\frac{(\delta-\omega)}{2}H \end{aligned}\right\}$$

Ecuaciones 1

2.2. Soluciones numéricas usando Wolfram Mathematica

En los caculos numéricos usamos Wolfram Mathematica 14.2, en la licencia que nos otorga el IPN a los estudiantes. En el modelo tenemos M y H enamoramiento ambos adimensionales, para los parámetros en los coeficientes se propone calcular el número de eventos que ocurren por mes de relación y se supone que se repite mes tras mes suponiendo que si algo se da 4 veces en un mes entonces este se escriba como 4/30, estas suposiciones asignan valores a los coeficientes de las ecuaciones diferenciales del sistema de ecuaciones 1. Para hacer los cálculos numéricos se toman a f, g, h, i como λ, ω, δ, μ respectivamente en la programación de Mathematica 14.2. Para la modelación presentamos dos casos de valores numéricos.

Caso 1. Relación un poco distante en detalles si tienen detalles bonitos 5 veces al mes, así como pasar 3 días de tiempo de calidad, discutir 2 veces al mes, sentir rutina mala 4 veces al mes, la distancia es de 26 días en un mes (que se vean poco), que a la novia le guste su novio 2 tercios del tiempo aunque no lo vea, pero sus aligas lo rechacen un tercio del tiempo, y que el novio esté enamorado sólo un tercio del tiempo que no ve a su novia y además que sus amigos no la acepten el 50 % de las veces, resultando los siguientes valores:

α: # detalles/día, 5/30=0.166 (enamoramiento*día)$^{-1}$
β: tiempo calidad/día, 3/30=0.100 (enamoramiento*día)$^{-1}$
ζ: discusiones/día, 2/30=1/15=0.066 (enamoramiento*día)$^{-1}$
Ω: rutina-costumbre/día, 4/30=2/15=0.133 (enamoramiento*día)$^{-1}$
$\imath$: distancia/día, 26/30= 0.866 (enamoramiento*día)$^{-1}$
λ: auto enamoramiento (idealización propia de la mujer) 20/30=2/3=0.666 (día)$^{-1}$
δ: auto enamoramiento (idealización propia del hombre) 10/30=0.333 (día)$^{-1}$
ω: Aceptación de los amigos del hombre 10/30=0.333 (día)$^{-1}$
μ: Aceptación de los amigos de la mujer 15/30=1/2=0.5 (día)$^{-1}$

Caso 2. Relación un poco distante, pero ellos se gustan más que a la novia le guste su novio 2 tercios del tiempo, aunque no lo vea, pero sus amigas lo rechacen un tercio del tiempo, y que el novio esté enamorado muy similar a ella en el tiempo que no ve a

ISSN 2448 – 7945

su novia y además que sus amigos no la acepten el 30 % de las veces, resultando los siguientes valores:

α: # detalles/día, 5/30=0.166 (enamoramiento*día)$^{-1}$

β: tiempo calidad/día, 3/30=0.100 (enamoramiento*día)$^{-1}$

ζ: discusiones/día, 2/30=1/15=0.066 (enamoramiento*día)$^{-1}$

Ω: rutina-costumbre/día, 4/30=2/15=0.133 (enamoramiento*día)$^{-1}$

ι: distancia/día, 26/30= 0.866 (enamoramiento*día)$^{-1}$

λ: auto enamoramiento (idealización propia de la mujer) 20/30=2/3=0.666 (día)$^{-1}$

δ: auto enamoramiento (idealización propia del hombre) 10/30=0.333 (día)$^{-1}$

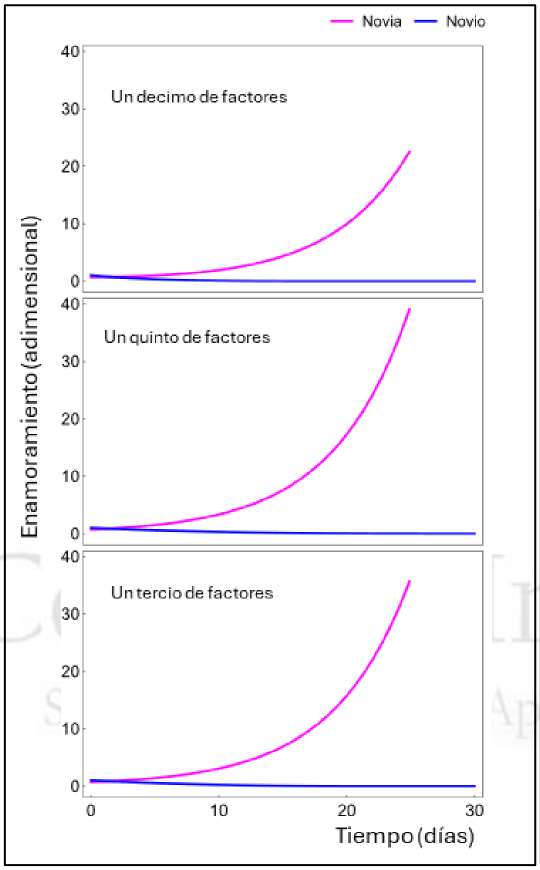
ω: Aceptación de los amigos del hombre 19/30=0.633 (día)$^{-1}$

μ: Aceptación de los amigos de la mujer 9/30=1/=0.300 (día)$^{-1}$

3. Resultados, análisis y discusión

Se muestran las gráficas de las soluciones numéricas para el caso 1 calculado a 30 días de relación romántica, figura 2. En el caso 1 se nota que a pesar de que la relación sea distante la novia estará más enamorada después de 30 días y el novio ya habrá perdido el interés en ella desde el quinto día, para él ya no habrá “amor” hacia ella, lo cual se puede explicar por el valor de auto enamoramiento, donde a él no le gusta tanto ella. Incluso cuando se ha bajado a un décimo las contribuciones de los parámetros, el novio termina “desencantado” de la novia, sin embargo, la novia sigue aumentando su amor por él, este comportamiento se puede asociar a que en el auto enamoramiento a ella le gusta más él. Otro factor que al parecer influye es la aceptación-rechazo de sus amigos del novio hacia la novia de su amiga que es del 50%. La curva muestra como desde los primeros días de observación del comportamiento del amor del novio este ya va en disminución directa hacia cero de amor.

ISSN 2448 – 7945

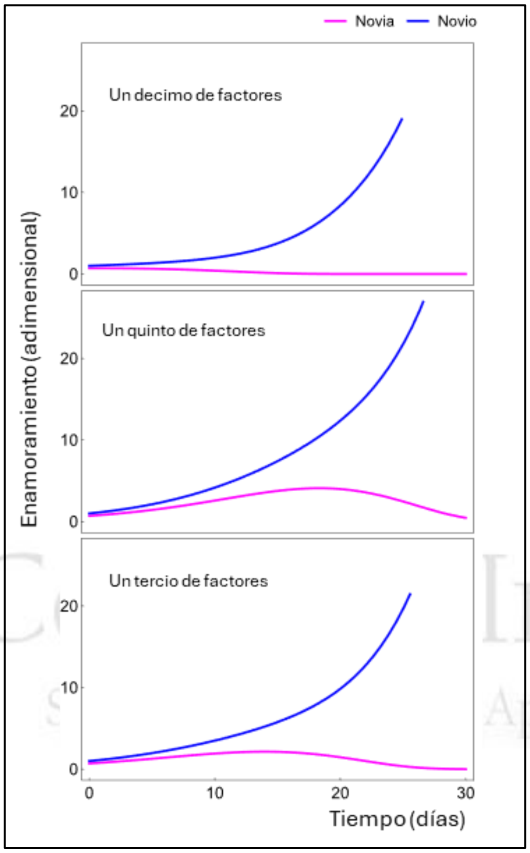



```
α = 0.166;
β = 0.100;
ξ = 0.066;
Ω = 0.133;
ι = 0.866;
f = 0.666;
g = 0.333;
h = 0.33;
i = 0.5;

T = 30;

"se debe dividir entre el número de contribuciones para que el factor
   quede normalizado en primer aproximación";
m′[t] == (α + β - ξ - Ω - ι) m[t] × n[t] / 5 + (f - g) m[t] / 2
n′[t] == (α + β - ξ - Ω - ι) m[t] × n[t] / 5 + (h - i) n[t] / 2

l0 = NDSolve[{m′[t] == 1 m[t] × n[t] / 5 + 1 m[t] / 2, n′[t] == 1 m[t] × n[t] + 1 n[t],
     m[0] == 0.7, n[0] == 1}, {m, n}, {t, 0, T}];
l1 = NDSolve[{m′[t] == (α + β - ξ - Ω - ι) m[t] × n[t] / 5 + (f - g) m[t] / 2,
     n′[t] == (α + β - ξ - Ω - ι) m[t] × n[t] / 5 + (h - i) n[t] / 2, m[0] == 0.7, n[0] == 1},
    {m, n}, {t, 0, T}];
l2 = NDSolve[{m′[t] == (α + β - ξ - Ω - ι) 0.1 * m[t] × n[t] / 5 + (f - g) m[t] / 2,
     n′[t] == (α + β - ξ - Ω - ι) 0.1 * m[t] × n[t] / 5 + (h - i) n[t] / 2, m[0] == 0.7, n[0] == 1},
    {m, n}, {t, 0, T}];
l3 = NDSolve[{m′[t] == (α + β - ξ - Ω - ι) 0.2 * m[t] × n[t] / 5 + (f - g) m[t] / 2,
     n′[t] == (α + β - ξ - Ω - ι) 0.2 * m[t] × n[t] / 5 + (h - i) n[t] / 2, m[0] == 0.7, n[0] == 1},
    {m, n}, {t, 0, T}];
l4 = NDSolve[{m′[t] == (α + β - ξ - Ω - ι) 0.3 * m[t] × n[t] / 5 + (f - g) m[t] / 2,
     n′[t] == (α + β - ξ - Ω - ι) 0.3 * m[t] × n[t] / 5 + (h - i) n[t] / 2, m[0] == 0.7, n[0] == 1},
    {m, n}, {t, 0, T}];
```

Figura 2. Graficas para el enamoramiento del caso 1, enamoramiento (vertical) vs tiempo (horizontal). Se muestran los casos donde los factores se reducen a un décimo, un quinto y un tercio de las contribuciones en las ecuaciones diferenciales. Se observa como el auto enamoramiento de la novia (--) contribuye y hace que aumente en el tiempo su amor hacia su novio, sin embargo, para el novio (--) no es la misma historia ya que él ya no siente amor por ella desde los días inmediatos en el cálculo. También se coloca el cálculo hecho en Wolfram Mathematica 14.2.

Si continuamos con nuestros cálculos para el caso 2, dejando casi las mismas contribuciones en las interacciones novia-novio y modificando únicamente el auto enamoramiento y la aceptación de los amigos de cada uno que influye en ellos, entonces se muestran las gráficas de las soluciones numéricas para el caso 2 calculado a 30 días de relación romántica como se muestra en la figura 3, donde ellos se gustan más y muy similar al comienzo de la relación y el rechazo de los amigos es muy similar también.

ISSN 2448 – 7945




```
α = 0.166;
β = 0.100;
ξ = 0.066;
Ω = 0.133;
ι = 0.866;
f = 0.666;
g = 0.333;
h = 0.633;
i = 0.300;

T = 30;

"se debe dividir entre el número de contribuciones para que el factor
   quede normalizado en primer aproximación";
m′[t] == (α + β - ξ - Ω - ι) m[t] × n[t] / 5 + (f - g) m[t] / 2
n′[t] == (α + β - ξ - Ω - ι) m[t] × n[t] / 5 + (h - i) n[t] / 2

10 = NDSolve[{m′[t] == 1 m[t] × n[t] / 5 + 1 m[t] / 2, n′[t] == 1 m[t] × n[t] + 1 n[t],
     m[0] == 0.7, n[0] == 1}, {m, n}, {t, 0, T}];
11 = NDSolve[{m′[t] == (α + β - ξ - Ω - ι) m[t] × n[t] / 5 + (f - g) m[t] / 2,
     n′[t] == (α + β - ξ - Ω - ι) m[t] × n[t] / 5 + (h - i) n[t] / 2, m[0] == 0.7, n[0] == 1},
    {m, n}, {t, 0, T}];
12 = NDSolve[{m′[t] == (α + β - ξ - Ω - ι) 0.1 * m[t] × n[t] / 5 + (f - g) m[t] / 2,
     n′[t] == (α + β - ξ - Ω - ι) 0.1 * m[t] × n[t] / 5 + (h - i) n[t] / 2, m[0] == 0.7, n[0] == 1},
    {m, n}, {t, 0, T}];
13 = NDSolve[{m′[t] == (α + β - ξ - Ω - ι) 0.2 * m[t] × n[t] / 5 + (f - g) m[t] / 2,
     n′[t] == (α + β - ξ - Ω - ι) 0.2 * m[t] × n[t] / 5 + (h - i) n[t] / 2, m[0] == 0.7, n[0] == 1},
    {m, n}, {t, 0, T}];
14 = NDSolve[{m′[t] == (α + β - ξ - Ω - ι) 0.3 * m[t] × n[t] / 5 + (f - g) m[t] / 2,
     n′[t] == (α + β - ξ - Ω - ι) 0.3 * m[t] × n[t] / 5 + (h - i) n[t] / 2, m[0] == 0.7, n[0] == 1},
    {m, n}, {t, 0, T}];
```

Figura 3. Graficas para el enamoramiento del caso 2, enamoramiento (vertical) vs tiempo (horizontal).
Se muestran los casos donde los factores se reducen a un décimo, un quinto y un tercio de las contribuciones en las ecuaciones diferenciales. Relación un poco distante, pero ellos se gustan más que a la novia le guste su novio 2 tercios del tiempo, aunque no lo vea, pero sus amigas lo rechacen un tercio del tiempo, y que el novio esté enamorado muy similar a ella en el tiempo que no ve a su novia y además que sus amigos no la acepten el 30 % de las veces. También se coloca el cálculo hecho en Wolfram Mathematica 14.2.

En el caso 2, notamos que el novio es el que va aumentando su enamoramiento hacia su novia, en este caso la novia a lo largo de los días también sube un poco su enamoramiento por su novio, sin embargo, conforme pasan los días y debido a que tiene un poco más de rechazo de sus amigas hacia su novio, la novia va disminuyendo su enamoramiento ya para el día 30 ya sus sentimientos se apagaron e incluso llegando a un máximo cuando tenemos un quinto y un tercio de factores, notamos que por ahí del día 20 fue cuando sintió mayor enamoramiento, el cual no se mantiene.
Esta modelo simple nos permite analizar diferentes tipos de noviazgos y relacionarlos con la realidad de las interacciones románticas en la comunidad universitaria, Así como también nos abre la puerta a la discusión de la completez de este modelo para describir la realidad de las parejas en la época de estudiantes de nivel superior. Este proyecto

muestra la aplicación de las matemáticas para realizar un modelo matemático del enamoramiento que comúnmente viven los estudiantes de universidad, aplicando así el modelado en el ámbito psico-social y demostrando que las matemáticas nos permiten entender situaciones cotidianas, patrones de comportamiento, entre otras aplicaciones. Analizando los tipos de enamoramiento que se presentan en UPIITA proponemos las condiciones que consideramos participan en dicha etapa, lo hacemos describiendo las ecuaciones y analizando las soluciones como funciones temporales.

5. Conclusiones

Logramos proponer un modelo matemático del enamoramiento que comúnmente viven los estudiantes de universidad, aplicando así el modelado en el ámbito psico-social y demostrando que las matemáticas nos permiten entender situaciones cotidianas, patrones de comportamiento, entre otras aplicaciones. Se puede discutir modelos simples hasta complejos tipo el modelado de Romeo-Julieta, y podemos empezar y continuar aportando un modelo matemático del enamoramiento que comúnmente viven los estudiantes de universidad. Analizando los tipos de enamoramiento que se presentan en UPIITA proponemos las condiciones que consideramos participan en dicha etapa, lo hacemos describiendo las ecuaciones y analizando las soluciones como funciones temporales además de mostrar que este es un camino de enseñanza y aplicación que puede continuarse para más tipos de enamoramientos e interacciones sociales en la universidad.

Agradecimientos

A la Secretaría de Investigación y Posgrado del IPN, proyecto SIP20250857.

6. Referencias

Programas y contenidos de Radio IPN 95.7 FM. (s. f.). *IPN*. https://www.ipn.mx/radio/programacion/programas.html

Strogatz, S. H. (2018). *Nonlinear dynamics and chaos: With applications to physics, biology, chemistry, and engineering* (2ª ed.).

Tomé, C. (2020, 16 abril). Me quiere, no me quiere. *Cuaderno de Cultura Científica*. https://culturacientifica.com/2020/04/15/me-quiere-no-me-quiere/

Zazueta, O. (2024, 12 febrero). ¿Enamorarse en la universidad? - *CRUCE*. https://cruce.iteso.mx/enamorarse-en-la-universidad/

COMPARANDO EFICIENCIA DE FRAMEWORKS JAVASCRIPT EN EL DESARROLLO DE APLICACIONES WEB CON BASES DE DATOS

Vázquez Salazar María Guadalupe[1]*, Rosas Fonseca Rosalba Nancy[2], Pineda Becerril Miguel de Nazareth[3], Esquivel Gómez Erika Gabriela[4] y García León Omar[5]
[1,2,3,4,5]*Facultad de estudios Superiores Cuautitlán. A Teoloyucan Km 2.5, San Sebastián Xhala, 54714 Cuautitlán Izcalli, Méx.*

EN-POSM074

Resumen

Hoy en día, el desarrollo de aplicaciones web ha evolucionado significativamente, impulsado por la adopción de frameworks (marcos de desarrollo) que facilitan la creación de interfaces interactivas y escalables. Frameworks como React, Angular han ganado popularidad. Este proyecto tiene como objetivo comparar la eficiencia de los principales frameworks basados en JavaScript para el desarrollo de aplicaciones web que interactúan con bases de datos, así como aplicaciones similares creadas sin frameworks. La investigación se centrará en métricas clave como el rendimiento, la velocidad de carga y la facilidad de mantenimiento. La metodología a seguir consiste en proponer un problema común de desarrollo web como lo es la creación de un CRUD básico (CREATE, READ, UPDATE y DELETE), dicho problema será resuelto con JavaScript (sin framework) y el mismo problema será resuelto con 2 de los frameworks más utilizados en la actualidad (React, Angular), posteriormente se procede a comparar las aplicaciones desarrolladas con cada uno de los frameworks y sin framework, haciendo pruebas de rendimiento, utilizando herramientas como GTmetrix y WebPagetest para medir de tiempo de carga, latencia y su uso de recursos (consumo de CPU y memoria durante la ejecución). Por último, se analizarán los resultados para obtener información que sirva a los desarrolladores y empresas a optimizar el desarrollo de aplicaciones web.

Palabras clave: *frameworks, React, Angular, JavaScript, CRUD, métricas.*

1. Introducción

Un framework es como una plantilla. Su propósito es simplificar y acelerar la programación, permitiendo que los desarrolladores se enfoquen en la lógica de la aplicación, en lugar de invertir tiempo en la creación de código repetitivo, esto se consigue mediante la incorporación de elementos como bibliotecas, módulos y utilerías que simplifican la gestión de tareas esenciales, como el manejo de datos y la implementación de medidas de seguridad. Existen frameworks de frontend y frameworks de backend, las diferencia entre ellos se explica a continuación.

- Frameworks de backend de una aplicación web: proporciona una estructura organizada, se encarga de todo lo relacionado con los datos y se ejecuta

1 *Autor para la correspondencia. E-mail: mariaguadalupevazquez25@gmail.com Tel. 55-64-80-97-91

ISSN 2448 – 7945

del lado del servidor, se relaciona con el frontend, proporcionando procesos y servicios, lo que permite el desarrollo de páginas web de una manera más eficiente y con mayor calidad, no se encuentra a la vista del usario, pero le indica al frontend que debe hacer, algunos de los más utilizados son Node.js, Laravel, Django.

- Frameworks de frontend de una aplicación web: es la parte visible, lo que el usuario ve en todo momento, recibe los recursos que le proporciona el backend, algunos de los objetivos de los desarrolladores de frontend son: mejorar el rendimiento y la velocidad de respuesta. (Kinsta,2025).

Para la creación de una aplicación Web, también se requiere un gestor de dependencias que es una herramienta que permite identificar, instalar, actualizar y eliminar componentes requeridos en un sistema, su objetivo es ahorrar errores que se cometen en la actualización manual. Node.js incluye como gestor de dependencias npm, aunque no es compatible con PHP

Otras herramientas utilizadas para llevar a cabo las pruebas de rendimiento son:

- Ngrok: es una herramienta que permite la exposición de servicios locales mediante internet, proporciona una URL única y segura, para conectar con el servidor local. Georgethepenguin (2023)
- Clever cloud: Es una plataforma, que proporciona una infraestructura en la nube, permite gestionar aplicaciones de manera sencilla, además proporciona una variedad de lenguajes de programación como Java, Python, Node.js, PHP y Ruby, pemite la integración con bases de datos como: MySQL, PostgreSQL y MongoDB.

2. Metodología o desarrollo

2.1 Selección de frameworks

Para la realización de este trabajo requeríamos un framework de backend común en todas las pruebas, 2 frameworks para frontend (que utilizan el mismo lenguaje de programación (JavaScript) y un gestor de dependencias para desarrollar el frontend sin usar un marco de desarrollo usando como lenguaje PHP)

2.1.1 Selección del framework de backend

Existen hoy en día muchos frameworks de backend para desarrollar aplicaciones web, por lo que es muy importante identificar cuál es el que se adapta mejor a los requerimientos de la aplicación que se desea construir, algunos de los criterios a considerar son: velocidad y desempeño, escalabilidad, facilidad de uso, compatibilidad, curva de aprendizaje, comunidad de soporte, entre otros. Para este trabajo se seleccionó node.js, ya que en primer lugar es uno de los mejores marcos de backend para aplicaciones que requieren procesamiento de datos de alta velocidad, usa lenguaje javascript el cuál es un lenguaje sencillo, con una curva de aprendizaje

ISSN 2448 – 7945

baja, maneja alto rendimiento, escalabilidad, y un ecosistema amplio gracias a npm. Ideal para aplicaciones en tiempo real y APIs RESTFUL (interfaz de programación de aplicaciones (API) que permite que dos sistemas intercambien información por internet), se recomienda para proyectos que requieren velocidad y flexibilidad, como plataformas de comercio electrónico y aplicaciones de redes sociales. (WeblineIndia, 2025)

2.1.2 Selección del framework de frontend

Para la creación del framework fueron seleccionados React y Angular, ambos frameworks de frontend de lenguaje javascript, también se eligió realizar una aplicación sin un framework para frontend usando solamente lenguaje HTML y el gestor de dependencias llamado composer.

Las razones se elegir React se listan a continuación: (García-Rojas, 2023)

a) Es relativamente fácil de aprender, especialmente para desarrolladores familiarizados con JavaScript y HTML
b) Permite la integración con otras bibliotecas y frameworks, y su enfoque en componentes facilita la reutilización del código
c) Gracias al uso del DOM virtual, React ofrece un rendimiento rápido y eficiente, mejorando la experiencia del usuario
d) React cuenta con una comunidad muy grande y activa, lo que proporciona una amplia variedad de recursos, que facilitan el aprendizaje y desarrollo.

Las razones se elegir Angular son las siguientes: (García, 2022)

a) Angular utiliza una estructura basada en componentes, lo que facilita la reutilización del código y permite un desarrollo más eficiente y ágil.
b) El soporte de Google y la gran comunidad de desarrolladores proporcionan un ecosistema estable y fiable.
c) Ideal para aplicaciones de una página (SPA), con transiciones rápidas
d) Enlace bidireccional, facilitando la comunicación entre la interfaz de usuario y el modelo de datos

Uno de los lenguajes de servidor más utilizados es PHP y aunque no es directamente compatible con node.js, se pueden integrar para crear aplicaciones web y aprovechar las mejores ventajas de cada uno, las razones para esta elección se listan a continuación:

a) Fácil de aprender y entender
b) Adecuado para aplicaciones sencillas en el ámbito educativo y demostrativo
c) Muy compatible con otros todos los navegadores y dispositivos
d) Su carga es muy rápida
e) Con JavaScript y CSS se puede agregar estilo visual y funcionalidad dinámica

ISSN 2448 – 7945

2.2 Instalación

2.2.1 Instalación de node.js

a) el sitio web oficial de Node.js (https://nodejs.org/es/download/) y descargar el instalador de windows
b) Ejecutar el instalador
c) Configuración. Se usó con las opciones por defecto
d) Verificar la instalación y versión instalada, tanto de node.js como del gestor de dependencias npm (Figura 1)

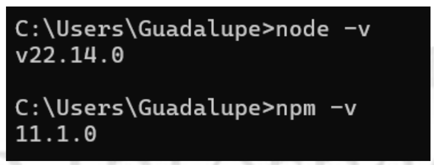


Figura 1. *Versión de node.js y npm*

Nota. Esta figura muestra los comandos para ver la versión de node.js y npm

2.2.2 Instalación de React

a) Abrir el símbolo del sistema
b) Instalar Create React App de manera global
npm install -g create-react-app
c) Crear directorio del proyecto e ir al directorio recién creado
mkdir proyec-react
cd proyec-react
d) Crear el proyecto react
npx create-react-app proyec-react
e) Iniciar el servidor
cd proyec-react
npm start   (Figura 2)

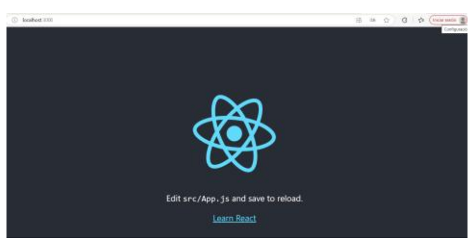


Figura 2 *Servidor React (puerto 3000)*

2.2.3 Instalación de Angular

a) Instalar Angular/Cli de manera global
npm install -g @angular/cli

ISSN 2448 – 7945

b) Verificar la instalación
ng versión
c) Crear un proyecto angular
ng new proy-angular
d) Ir al directorio del proyecto
cd proy-angular
e) Iniciar el servidor
ng serve (Figura 3)

Figura 3 *Servidor Angular*

Nota. Arranca el servidor de Angular en el puerto 4200

2.2.4 Instalación configuración de Composer

a) Verificar la instalación de PHP
php -v
b) Instalar y verificar la instalación de composer
-Ir al sitio oficial de Composer (getcomposer.org) y descarga el instalador para Windows
-Ejecutar el archivo descargado
-Verificar la instalación del Composer (Figura 4)

Figura 4 *Instalación de composer*

c) Iniciar el proyecto y configurar
componer init (Figura 5)

ISSN 2448 – 7945

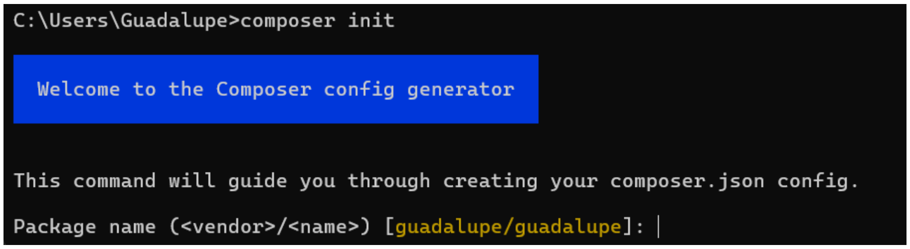


Figura 5 *Inicio del proyecto y configuración*

2.3 Creación de CRUD básico

Se crea una base de datos sencilla y una interfaz para los frameworks React, Angular, y con Composer, a través del

2.3.1 Creación de la base de datos

Se crea una base de datos, con una tabla llamada clientes como se muestra en la imagen ver Tabla 1

Tabla 1

Tabla Cliente

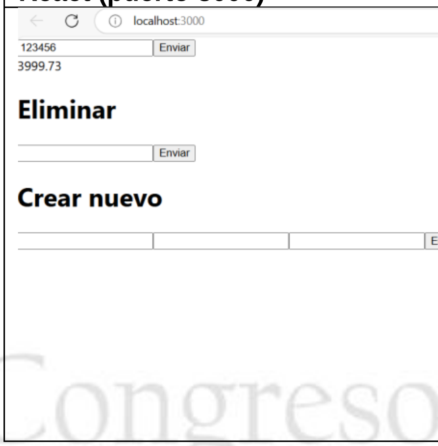
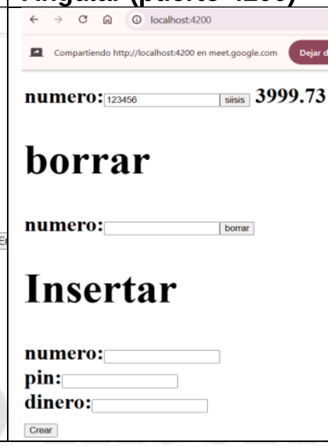
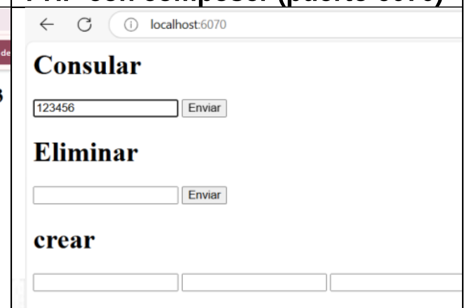
#	Nombre	Tipo	Cotejamiento	Atributos	Nulo	Predeterminado	Comentarios	Extra	Acción
1	**Id**	int(11)			No	*Ninguna*		AUTO_INCREMENT	Cambiar Eliminar Más
2	**noCuenta**	int(11)			No	*Ninguna*			Cambiar Eliminar Más
3	**pin**	int(11)			No	*Ninguna*			Cambiar Eliminar Más
4	**dinero**	float			No	*Ninguna*			Cambiar Eliminar Más

Nota. Tabla en que se basa el CRUD

2.3.2 Creación de la interfaz usando React, Angular y Composer

Se crea una interfaz para cada frontend que permita consultar, eliminar e insertar como se muestra en la Tabla 2.

Tabla 2
Interfaces

React (puerto 3000)	Angular (puerto 4200)	PHP con composer (puerto 6070)
		

2.4 Pruebas

Inicialmente se pretendía hacer análisis de rendimiento y de recursos utilizados con los diferentes frontends, con herramientas como GTmetrix sin embargo, al iniciar con las pruebas de rendimiento surgieron las siguientes variantes,

a) pruebas de manera local usando la misma máquina para almacenar la base de datos el servidor para cada caso: React, Angular y PHP con Composer.
b) Realizar las pruebas almacenando la base de datos en la nube (Clever cloud) y el servidor de manera local para cada caso: React, Angular y PHP con Composer
c) Realizar las pruebas almacenando la base de datos de manera local y el servidor a través de internet (NGROK)
d) Acceder al servidor usando NGROK y a la base de datos en la nube (Clever cloud) para cada caso: React, Angular y PHP con Composer

Por lo que se optó por utilizar la función process.hrtime() en el backend node.js para medir el tiempo de ejecución para cada consulta, usando el siguiente código:

```
const start = process.hrtime(); // Iniciar medición de tiempo
        Consulta (aquí se codifica la consulta correspondiente)
 const diff = process.hrtime(start); // Terminar medición
 const tiempo = (diff[0] * 1e3 + diff[1] / 1e6).toFixed(3); // Convertir a milisegundos
 console.log(`Tiempo SQL consulta: ${tiempo}ms`); // Mostrar en consola
```

Nota: todas las pruebas se realizaron en el mismo equipo

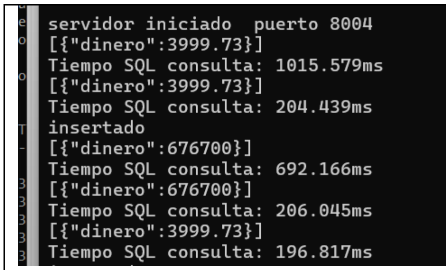
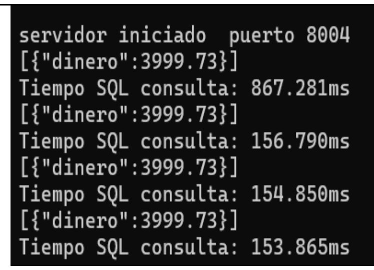
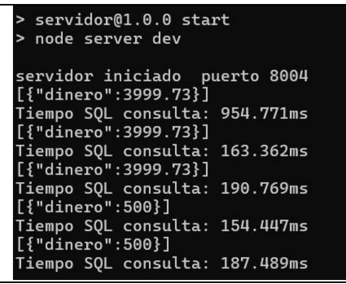
3. Resultados (Tabla 3)

Tabla 3
Mediciones de rendimiento en consultas CRUD

<table>
<tr><td colspan="3">pruebas de manera local usando la misma máquina para almacenar la base de datos y el frontend</td></tr>
<tr><td>Angular</td><td>PHP con composer</td><td>React</td></tr>
<tr><td>servidor iniciado puerto 8004
[{"dinero":3999.73}]
Tiempo SQL consulta: 29.440ms
[{"dinero":3999.73}]
Tiempo SQL consulta: 1.259ms
[{"dinero":3999.73}]
Tiempo SQL consulta: 1.163ms
[{"dinero":3999.73}]
Tiempo SQL consulta: 1.204ms
[{"dinero":3999.73}]
Tiempo SQL consulta: 1.141ms
[{"dinero":3999.73}]</td><td>servidor iniciado puerto 8004
[{"dinero":3999.73}]
Tiempo SQL consulta: 53.884ms
[{"dinero":3999.73}]
Tiempo SQL consulta: 3.330ms
[{"dinero":3999.73}]
Tiempo SQL consulta: 0.861ms
[{"dinero":3999.73}]
Tiempo SQL consulta: 0.795ms
[{"dinero":3999.73}]
Tiempo SQL consulta: 3.127ms
[{"dinero":3999.73}]</td><td>servidor iniciado puerto 800
[{"dinero":3999.73}]
Tiempo SQL consulta: 30.153ms
[{"dinero":3999.73}]
Tiempo SQL consulta: 1.493ms
[{"dinero":3999.73}]
Tiempo SQL consulta: 1.229ms
[{"dinero":3999.73}]
Tiempo SQL consulta: 0.808ms
[{"dinero":3999.73}]
Tiempo SQL consulta: 1.474ms
[{"dinero":3999.73}]</td></tr>
<tr><td>Promedio=6.89ms</td><td>Promedio=12.39ms</td><td>Promedio=7.03ms</td></tr>
<tr><td colspan="3">Realizar las pruebas almacenando la base de datos(Clever cloud) en la nube y el servidor de manera local</td></tr>
<tr><td>Angular</td><td>PHP con composer</td><td>React</td></tr>
<tr><td>servidor iniciado puerto 8004
[{"dinero":3999.73}]
Tiempo SQL consulta: 964.428ms
[{"dinero":2222}]
Tiempo SQL consulta: 204.579ms
[{"dinero":2222}]
Tiempo SQL consulta: 176.926ms
[{"dinero":3999.73}]
Tiempo SQL consulta: 158.084ms
elimnando el 6262626</td><td>servidor iniciado puerto 8004
[{"dinero":3999.73}]
Tiempo SQL consulta: 866.936ms
[{"dinero":3999.73}]
Tiempo SQL consulta: 173.510ms
[{"dinero":3999.73}]
Tiempo SQL consulta: 156.369ms
[{"dinero":3999.73}]
Tiempo SQL consulta: 154.930ms
[{"dinero":500}]</td><td>servidor iniciado puerto 8004
[{"dinero":3999.73}]
Tiempo SQL consulta: 1107.435ms
[{"dinero":3999.73}]
Tiempo SQL consulta: 200.628ms
insertado
[{"dinero":767}]
Tiempo SQL consulta: 187.659ms
[{"dinero":767}]
Tiempo SQL consulta: 210.943ms</td></tr>
<tr><td>Promedio=376.004ms</td><td>Promedio=337.934ms</td><td>Promedio=426.66ms</td></tr>
<tr><td colspan="3">pruebas almacenando la base de datos de manera local y el servidor a través de internet (NGROK)</td></tr>
<tr><td colspan="3">Realizar las pruebas almacenando la base de datos de manera local y el servidor a través de internet (NGROK)</td></tr>
<tr><td>Angular</td><td>PHP con composer</td><td>React</td></tr>
<tr><td>servidor iniciado puerto 8004
[{"dinero":3999.73}]
Tiempo SQL consulta: 35.607ms
insertado
[{"dinero":6767}]
Tiempo SQL consulta: 2.216ms
[{"dinero":3999.73}]
Tiempo SQL consulta: 0.637ms
[{"dinero":3999.73}]
Tiempo SQL consulta: 1.784ms
[{"dinero":3999.73}]
Tiempo SQL consulta: 2.088ms
insertado</td><td>> node server dev

servidor iniciado puerto 8004
[{"dinero":3999.73}]
Tiempo SQL consulta: 15.462ms
[{"dinero":3999.73}]
Tiempo SQL consulta: 4.047ms
[{"dinero":3999.73}]
Tiempo SQL consulta: 3.449ms
[{"dinero":3999.73}]
Tiempo SQL consulta: 3.167ms</td><td>[{"dinero":3999.73}]
Tiempo SQL consulta: 14.453ms
[{"dinero":3999.73}]
Tiempo SQL consulta: 1.485ms
insertado
[{"dinero":67878}]
Tiempo SQL consulta: 2.410ms
[{"dinero":500}]
Tiempo SQL consulta: 1.757ms</td></tr>
<tr><td>Promedio=8.595ms</td><td>Promedio=5.019ms</td><td>Promedio=4.655ms</td></tr>
<tr><td colspan="3">Acceder al servidor local usando NGROK y accediendo a la base de datos en la nube (Clever cloud)</td></tr>
<tr><td>Angular</td><td>PHP vcon composer</td><td>React</td></tr>
</table>

ISSN 2448 – 7945

 servidor iniciado puerto 8004 [{"dinero":3999.73}] Tiempo SQL consulta: 1015.579ms [{"dinero":3999.73}] Tiempo SQL consulta: 204.439ms insertado [{"dinero":676700}] Tiempo SQL consulta: 692.166ms [{"dinero":676700}] Tiempo SQL consulta: 206.045ms [{"dinero":3999.73}] Tiempo SQL consulta: 196.817ms	 servidor iniciado puerto 8004 [{"dinero":3999.73}] Tiempo SQL consulta: 867.281ms [{"dinero":3999.73}] Tiempo SQL consulta: 156.790ms [{"dinero":3999.73}] Tiempo SQL consulta: 154.850ms [{"dinero":3999.73}] Tiempo SQL consulta: 153.865ms	 > servidor@1.0.0 start > node server dev servidor iniciado puerto 8004 [{"dinero":3999.73}] Tiempo SQL consulta: 954.771ms [{"dinero":3999.73}] Tiempo SQL consulta: 163.362ms [{"dinero":3999.73}] Tiempo SQL consulta: 190.769ms [{"dinero":500}] Tiempo SQL consulta: 154.447ms [{"dinero":500}] Tiempo SQL consulta: 187.489ms
Promedio=463.0092ms	Promedio=333.20ms	Promedio=330.1676ms

4. Discusión y/o análisis.

Al realizar las pruebas con el servidor local y l base de datos local, se observa que la primera medición en todos los casos es aproximadamente 4 veces el promedio, sin embargo, en el caso de PHP con composer la primera medición resultó ser más de 20 milisegundos por encima de React y Angular para la primera medición, para corroborar la medición se repitió obteniendo resultados similares, sin embargo, se observa que después de la primera medición los tiempos son muy similares e incluso PHP con composer muestra un tiempo, un poco por debajo de React y Angular.

Al llevar a cabo las mediciones accediendo a una base de datos en la nube desde un servidor local el tiempo promedio de respuesta se incrementa desde 28 veces para php con composer y hasta 60 veces para React, al acceder mediante internet usando NGROK, y la base de datos local, los tiempos de respuesta son muy similares a las pruebas con la base de datos y el servidor local. Por último, se llevaron a cabo mediciones con una base de datos en la nube y accediendo al servidor mediante internet con NGROK, los resultados son muy similares a las pruebas de acceso a base de datos en la nube y el servidor local.

5. Conclusiones

De las pruebas anteriores se observa que, aunque el almacenamiento en la nube es un recurso muy útil, sobre todo cuando no se cuenta con espacio de almacenamiento en un equipo local, el rendimiento es menor en decenas de veces comparado a cuando se accede a una base de datos local, en cuanto al acceso al servidor mediante internet usando NGROK, no muestra diferencias significativas con respecto a las pruebas donde el servidor se accede de manera local. Aún queda realizar pruebas en cuanto al consumo de recursos, escalabilidad y otros factores que dan pie a realizar otros trabajos. El verdadero hallazgo al realizar este trabajo fue notar la capacidad del servidor de backend node.js para realizar múltiples conexiónes, dirigir solicitudes a diferentes servidores, lo que permite la interconexión entre diferentes plataformas y la facilidad para conectarse con bases de datos en la nube.

ISSN 2448 – 7945

6. Referencias

Arimetrics. (n.d.). *Qué es Framework - Definición, significado y para qué sirve*. Recuperado el 12 de marzo de 2025, de https://www.arimetrics.com/glosario-digital/framework

García, R. (2022). *7 razones por las que deberías usar Angular*. Eipos Grados. Recuperado de https://eiposgrados.com/blog-desarrollo-web-fullstack/7-razones-por-las-que-deberias-usar-angular/

García-Rojas, J. (2023). *¿Por qué elegir React JS para desarrollo frontend?*. LinkedIn. Recuperado de https://es.linkedin.com/pulse/por-qu%C3%A9-elegir-react-js-para-desarrollo-frontend-garc%C3%ADa-rojas

Georgethepenguin (2023, 11 de junio). Ngrok – Una solución para presentar en internet nuestras aplicaciones web. Recuperado de https://georgethepenguin.dev/index.php/2023/06/11/ngrok-una-solucion-para-presentar-en-internet-nuestras-aplicaciones-web/

Kinsta. (2025, 31 enero). *Backend vs Frontend: ¿En Qué Se Diferencian?*. https://kinsta.com/es/blog/backend-vs-frontend/

WeblineIndia. (2025, 23 de enero). *Los mejores frameworks de backend de 2025*. Recuperado de https://www.weblineindia.com/es/blog/best-backend-frameworks/

Memorias del Congreso Internacional sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán
8 y 9 de mayo del 2025, Cuautitlán Estado de México
ISSN 2448 – 7945

OPTIMIZACIÓN DEL DESARROLLO MÓVIL MULTIPLATAFORMA CON EXPO Y REACT NATIVE: VENTAJAS, LIMITACIONES Y APLICACIONES.

Esquivel Gómez Erika Gabriela [*1], Vázquez Salazar María Guadalupe[2], Pineda Becerril Miguel de Nazareth [3], García León Omar [4] y Rosas Fonseca Rosalba Nancy[5]

[1,2,3,4,5] *Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. Av. Teoloyucan S/N, San Sebastian Xhala, 54714 Cuautitlán Izcalli, MéxIco*

AP-POSM075

Resumen

El desarrollo de aplicaciones móviles multiplataforma ha evolucionado con la adopción de frameworks como React Native, que permite escribir código en JavaScript y desplegarlo en iOS y Android; asimismo Expo se ha convertido en una herramienta clave para facilitar la creación, prueba y despliegue de aplicaciones sin necesidad de configuraciones complejas en entornos de desarrollo nativo.

Este trabajo explora las características y ventajas de Expo en conjunto con React Native, destacando su impacto en la productividad de los desarrolladores. Se detallan aspectos como su arquitectura basada en JavaScript, su ecosistema de herramientas preconfiguradas y la eliminación de dependencias nativas durante las primeras etapas del desarrollo. Asimismo, se analizan sus limitaciones, como la restricción en el uso de módulos nativos personalizados sin la opción Eject, que dificulta la escalabilidad de algunos proyectos.

Como aplicación práctica, se presenta un caso de estudio, desde la inicialización del proyecto hasta la implementación de funcionalidades clave como navegación y almacenamiento de datos; los resultados obtenidos evidencian que Expo permite acelerar el desarrollo y la iteración en aplicaciones prototipo, no obstante su uso puede no ser ideal en proyectos que requieran una personalización profunda del entorno nativo.

En este sentido se discute el impacto de esta tecnología en la industria del desarrollo móvil, concluyendo que la combinación de Expo y React Native representa una alternativa viable para empresas y desarrolladores independientes que buscan reducir costos y tiempos de desarrollo sin comprometer la calidad y experiencia del usuario.

***Palabras clave**: Expo, React Native, desarrollo, multiplataforma, tecnologías, productividad.*

[1]* *Autor para la correspondencia. E-mail: ega1720@comunidad.unam.mx Tel. 56-23-87-01-15*

1. Introducción

El desarrollo de aplicaciones móviles ha experimentado una transformación significativa con la aparición de frameworks que permiten construir aplicaciones multiplataforma desde un solo código base. React Native, es un marco de código abierto ampliamente utilizado para la construcción de aplicaciones móviles que fue desarrollado por Facebook. (Belitsfot, 2025) y ha sido uno de los más influyentes, permitiendo a los desarrolladores utilizar JavaScript para acceder a sus API de plataforma, así como para describir la apariencia y el comportamiento de su interfaz de usuario utilizando componentes de reacción: paquetes de código reutilizable y anidable (Meta, 2025) para crear interfaces móviles nativas; por su parte Expo surge como una herramienta que facilita el desarrollo de aplicaciones de Android e iOS y proporciona enrutamiento basado en archivos, una biblioteca estándar de módulos nativos, y mucho más; es de código abierto con una comunidad activa en GitHub y Discord (Expo, 2023) y simplifica aún más el proceso al proporcionar un entorno preconfigurado que elimina la necesidad de configuraciones complejas del entorno de desarrollo nativo, ya que ayuda con el desarrollo, el despliegue, la construcción y el testeo rápido de la aplicación, así como también nos proporciona acceso a algunas características de nuestros dispositivos como la cámara, el micrófono y el servicio de notificaciones(Cornejo, 2021). Como señalan Von Ehwe y Brown (2021), Expo proporciona una experiencia de desarrollo simplificada para React Native, eliminando gran parte de la configuración nativa compleja y permitiendo a los desarrolladores enfocarse en la lógica de la aplicación y el diseño de la interfaz de usuario (p. 67); finalmente Expo Go es una aplicación que al integrarse con ambas tecnologías permite visualizar la interfaz directamente en el dispositivo móvil.

Este estudio tiene como objetivo explorar las características, ventajas y limitaciones del uso combinado de Expo y React Native en el desarrollo de aplicaciones móviles. Además, se presenta un caso de estudio que permite observar el flujo de trabajo práctico y los resultados obtenidos al desarrollar una aplicación prototipo utilizando estas tecnologías.

2. Metodología o desarrollo

Para identificar tanto las ventajas como las limitaciones y las aplicaciones de Expo y React Native, se empleó un enfoque cualitativo basado en la revisión documental de fuentes académicas, documentación oficial de ambas tecnologías, artículos técnicos y estudios de caso relevantes. Este proceso incluyó las siguientes etapas:

1. **Revisión Bibliográfica:** Se consultaron artículos académicos, publicaciones técnicas y documentación oficial de Expo y React Native para comprender sus características fundamentales.

ISSN 2448 – 7945

2. **Análisis Comparativo:** Se compararon características clave de Expo y React Native con otras tecnologías de desarrollo móvil multiplataforma, considerando aspectos como rendimiento, usabilidad, facilidad de desarrollo y capacidad de personalización.
3. **Estudio de Casos:** Se revisaron aplicaciones desarrolladas con Expo y React Native para identificar patrones comunes de uso, así como sus limitaciones y áreas de aplicación más frecuentes, por ejemplo Facebook, Instagram, UberEats.

3. Resultados

Los principales hallazgos incluyen:

- Reducción significativa en el tiempo de configuración inicial, permitiendo comenzar el desarrollo casi de inmediato después de instalar las herramientas necesarias.
- Integración fluida de librerías como React Navigation y Expo Router, que permiten construir interfaces de usuario de manera ágil.
- Pruebas inmediatas en dispositivos reales gracias al uso de Expo Go, lo que facilita una retroalimentación rápida en el proceso de iteración.
- Limitaciones al intentar integrar módulos nativos personalizados, lo que hizo necesario considerar el uso del proceso de Eject para ciertos requerimientos más avanzados.
- Excelente rendimiento en prototipos y MVPs (productos mínimos viables), aunque con barreras en proyectos que requieren integración con hardware o SDKs específicos.

3.1 Ventajas de Expo y React Native

1. **Código Reutilizable:** Permiten escribir un único código base para ambas plataformas, lo cual contribuye a la reducción de costos y tiempo en el proceso de desarrollo.
2. **Rendimiento Cercano al Nativo:** React Native ofrece componentes nativos que permiten un rendimiento adecuado para la mayoría de las aplicaciones móviles, ya que se deasarrollan en el lenguaje específico del sistema operativo y se puede acceder a todas las funcionalidades del dispositivo.
3. **Ecosistema Rico de Bibliotecas:** Expo proporciona un conjunto robusto de bibliotecas preconfiguradas que incluyen funcionalidades como cámara, mapas y notificaciones push, facilitando el desarrollo ágil.
4. **Actualizaciones OTA (Over The Air):** La plataforma Expo permite implementar actualizaciones de manera instantánea, sin necesidad de realizar despliegues completos a través de las tiendas de aplicaciones.

Memorias del Congreso Internacional sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán
8 y 9 de mayo del 2025, Cuautitlán Estado de México
ISSN 2448 – 7945

5. **Desarrollo Rápido y Eficiente:** Expo ofrece herramientas como Live Reload y Hot Reloading que permiten a los desarrolladores visualizar cambios al instante, optimizando así el proceso de desarrollo.

3.2 Limitaciones de Expo y React Native

1. **Restricciones de Expo:** La imposibilidad de acceder directamente a ciertas APIs nativas sin la necesidad de realizar un proceso de desaprobación (ejecting) limita la personalización avanzada de aplicaciones.
2. **Rendimiento en Aplicaciones Complejas:** Aunque React Native proporciona un rendimiento adecuado, en aplicaciones que requieren gráficos intensivos o cálculos complejos, su eficiencia puede ser limitada en comparación con soluciones completamente nativas.
3. **Tamaño de la Aplicación:** Las aplicaciones desarrolladas con Expo tienden a ser más pesadas debido a la inclusión de un amplio paquete de bibliotecas preconfiguradas.
4. **Compatibilidad de Bibliotecas de Terceros:** Algunas bibliotecas nativas pueden no ser compatibles o requerir configuraciones adicionales para su implementación adecuada.
5. **Curva de aprendizaje:** Tiene una curva de aprendizaje relativamente corta en comparación con el conocimiento que requiere Objective-C y Java. (Lazcano, 2019).

3.3 Optimización del Desarrollo con Expo y React Native

La optimización del desarrollo en estas plataformas puede lograrse a través de diversas estrategias:

- **Uso de Librerías Especializadas:** Seleccionar librerías adecuadas y optimizadas para garantizar un rendimiento eficiente.
- **División de Código:** Implementar técnicas de Lazy Loading para cargar componentes únicamente cuando son necesarios.
- **Técnicas avanzadas de navegación**: Utilizando enlaces profundos que permite navegar directamente a partes específicas de la aplicación desde fuentes externas y mediante la personalización de transiciones de pantalla que mejoran la experiencia del usuario.(Miller, 2021)
- **Manejo de animaciones complejas**: Permite que la aplicación sea más atractiva e integra gestos sin que esto genere problemas con las animaciones.(Miller, 2021)

3.4 Aplicaciones y Casos de Uso

ISSN 2448 – 7945

Expo y React Native han demostrado ser útiles en diversos contextos, tales como:

- **Prototipado Rápido:** Creación de prototipos y productos mínimos viables (MVP) de manera eficiente.
- **Aplicaciones de Negocios y Comercio Electrónico:** Desarrollo ágil de aplicaciones que requieren actualizaciones frecuentes; por ejemplo Uber Eats.
- **Aplicaciones con Interacción en Tiempo Real**: Chats, redes sociales y sistemas que requieren sincronización constante de datos; por ejemplo Facebook
- **Juegos y Gráficos Simples:** Aplicaciones 2D y proyectos que no demandan gráficos complejos.

Estas tecnologías utilizadas en el desarrollo móvil multiplataforma, se caracterizan por ofrecer componentes nativos que se renderizan de manera eficiente tanto en Android como en iOS y proporcionan un entorno preconfigurado que facilita el acceso a bibliotecas y módulos esenciales para el desarrollo de aplicaciones móviles, al utilizarlas, es posible revisar los cambios realizados en el código en tiempo real como se puede observar en la figura 1, lo anterior facilita el desarrollo y al combinar ambas tecnologías se puede exportar al dispositivo móvil en tiempo real gracias a la aplicación Expo Go como en las figuras 2 y 3.

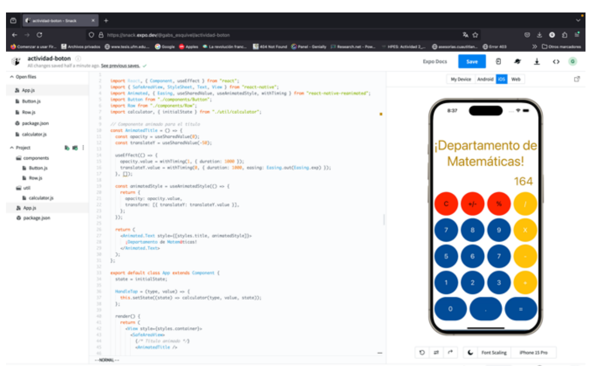


Figura 1. Visualización de la interfaz en tiempo real en el simulador de Expo

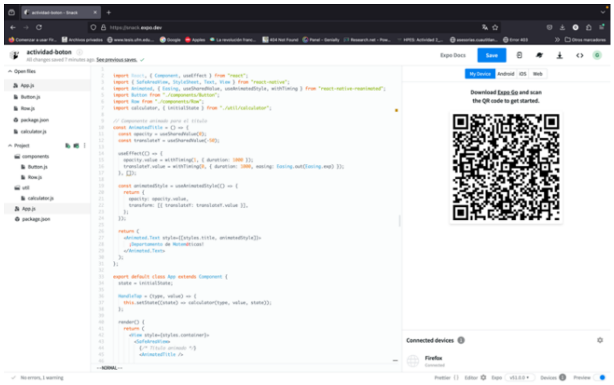


Figura 2 y 3 . Visualización de la interfaz en tiempo real en el dispositivo móvil

4. Discusión

La combinación de Expo y React Native se presenta como una solución ideal para desarrolladores que priorizan rapidez, facilidad de uso y reducción de fricción en las etapas iniciales del desarrollo, especialmente útil en contextos de metodologías ágiles, educación o startups, esta herramienta permite centrarse en la lógica de negocio y el diseño de interfaz sin preocuparse por la configuración del entorno nativo.

Sin embargo, para aplicaciones que requieren funcionalidades como acceso profundo a sensores, integración con servicios nativos complejos o personalización de componentes a nivel nativo, Expo puede resultar insuficiente en su configuración estándar; si bien, se puede recurrir al proceso de Eject, esto implica una pérdida de algunas de las ventajas que ofrece Expo, como las actualizaciones OTA (Over The Air) y la facilidad para realizar pruebas inmediatas.

5. Conclusiones

Expo y React Native representan herramientas potentes en el ámbito del desarrollo móvil multiplataforma, especialmente cuando se busca un proceso ágil, eficiente y con capacidad de actualización constante; sin embargo, su uso debe estar orientado adecuadamente considerando las limitaciones inherentes a cada tecnología, así como las necesidades particulares de cada proyecto, debemos tomar en cuenta si la aplicación requiere estar actualizando la información constantemente como en el caso de las redes sociales y la optimización a través de técnicas adecuadas permite obtener un rendimiento satisfactorio y una experiencia de usuario mejorada, lo cual es esencial para el éxito de cualquier aplicación móvil.

Su uso promueve la productividad del desarrollador, reduce los tiempos de entrega y disminuye la curva de aprendizaje, permitiendo que incluso desarrolladores sin experiencia previa en entornos móviles puedan crear aplicaciones funcionales y de calidad.

Se recomienda su uso para:

- Prototipos rápidos.
- Aplicaciones educativas o experimentales.
- MVPs en startups o equipos pequeños.

Agradecimientos

Trabajo realizado con el apoyo del programa PIAPIME 1.32.40.24

6. Referencias

Baraishuk, D. (2025). *Belitsoft. React Native Advantages and Disadvantages* https://belitsoft.com/react-native-development/react-native-advantages

Cornejo, A. J. B. (2021). *Trabajo de Fin de Grado Grado en Ingeniería de las Tecnologías de Telecomunicación*. Escuela Técnica Superior de Ingeniería Universidad de Sevilla

Documentación Expo. (2023). *Expo Guide*. https://docs.expo.dev

Meta. (2025). *Documentación React native*. https://reactnative.dev/docs/getting-started

Lazcano Calixto, R. N., Valencia González, L. Á., Baena Díaz, D. E., & Venegas Guzmán, R. (2019). *React Native: acortando las distancias entre desarrollo y diseño móvil multiplataforma*. *Revista Digital Universitaria*, 20(5). http://doi.org/10.22201/codeic.16076079e.2019.v20n5.a5

Miller, C. (2021). *Mastering React Native: Advanced Techniques and Best Practices*. Packt Publishing. https://medium.com/@harshsolanki5805/mastering-react-native-advanced-techniques-and-best-practices-e17ad99619db

Von Ehwe, M., & Brown, A. (2021). *React Native and Expo: Building cross-platform mobile applications with JavaScript*. O'Reilly Media.

EL PLN EN LA EDUCACIÓN UNIVERSITARIA Y SU IMPACTO EN LOS PROCESOS.

Rosas Fonseca Rosalba Nancy*[1], Pineda Becerril Miguel de Nazareth[2], García León Omar[3], Esquivel Gómez Erika Gabriela[4], Flores Pérez Judith Mayte[5]
[1,2,3,4,5]*Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán. Av. Teoloyucan S/N, San Sebastian Xhala, 54840 Cuautitlán Izcalli, MéxIco*

AP-POSM076

Resumen

En el ámbito de la educación universitaria, el Procesamiento de Lenguaje Natural está avanzando a pasos agigantados facilitando la automatización de procesos académicos, personalizando el aprendizaje y mejorando la interacción entre los estudiantes y los docentes. Además, se están desarrollando herramientas de software para corrección automática de textos, diseño de material educativo e implementación de proyectos que son evaluados para generar informes de los resultados, ofreciendo recomendaciones y mejoras continuas.
Cada software desarrollado tiene la finalidad de generar un impacto positivo retroalimentando a las diferentes áreas involucradas, lo que mejora la calidad del proceso de enseñanza-aprendizaje a través del uso de plataformas educativas. Estas herramientas no solo optimizan la gestión académica, sino que también ayudan a los docentes a identificar patrones de aprendizaje, detectar dificultades en los estudiantes y proponer estrategias pedagógicas más efectivas.
Asimismo, el PLN facilita la investigación con motores de búsqueda avanzados y fomenta la accesibilidad mediante asistentes de voz en tiempo real. Con su implementación, la educación superior se vuelve más inclusiva, eficiente y adaptada a las necesidades individuales de los estudiantes, impulsando una transformación digital en la enseñanza universitaria.

***Palabras clave**: PLN, Inteligencia Artificial, Procesos, Software, Enseñanza-Aprendizaje, Modelo.*

1. Introducción

Las herramientas de IA diseñadas con PLN pueden mejorar la experiencia del aprendizaje en el aula universitaria, considerando el papel crucial que desempeña la interacción humana en la educación, se puede concluir que el Procesamiento de Lenguaje Natural debe ser abordando de un modo más amplio y seguro.

La Inteligencia artificial, ofrece una serie de capacidades que pueden complementar y enriquecer los métodos de enseñanza tradicionales. Por ejemplo, sistemas adaptativos de aprendizaje, asistentes educativos virtuales, plataformas inteligentes, herramientas de evaluación automatizadas; son algunas de las aplicaciones de la IA que pueden personalizar el proceso de enseñanza-aprendizaje según las necesidades individuales de cada estudiante. Este enfoque personalizado es algo que la enseñanza tradicional, por limitaciones de tiempo y recursos, a menudo no puede proporcionar a cada estudiante de manera efectiva.

[1] **Autor para la correspondencia. E-mail: nancy_fonseca1@hotmail.com Tel.5559976844*

ISSN 2448 – 7945

Existen sistemas de tutoría inteligentes, diseñados con Procesamiento de Lenguaje Natural, que adaptan los modelos de aprendizaje a las necesidades de cada alumno, pueden mejorar significativamente la comprensión del estudiante y su retención de conocimiento.
La arquitectura del PLN se rige bajo una definición del lenguaje natural por niveles, que son nivel fonológico, nivel morfológico, nivel sintáctico o sintaxis, nivel semántico y nivel pragmático que le ayudan al usuario a expresar lo que desea hacer a la computadora y esta puede interpretarlo (Vásquez, et al., 2009).
El nivel fonológico es el estudio de la organización lingüística de los sonidos, el nivel morfológico estudia la configuración de las palabras, analizando su significado, como la gramática, o el léxico de las personas, el nivel sintáctico, o sintaxis, estudia la conformación de las oraciones y las palabras, el nivel semántico interviene en todo lo relativo al significado de palabras que dan sentido a una o varias oraciones, y el nivel pragmático detalla la utilidad y efecto de cada oración en distintos eventos. Consta de un subnivel recursivo: discursivo, y da a conocer el efecto de las oraciones por su significado (Camacho & Navarro, 2020).

2. Metodología o desarrollo

El estudio adoptó un proceso en el que se inicia estableciendo el objetivo para generar una aplicación educativa para estudiantes de universidad, utilizando PLN, se propone generar contenido educativo definiendo principalmente lo siguiente:
1.- Los temas que se van a abordar a partir de las siguientes preguntas: **¿**Qué materia se va a enseñar? (Ejemplo: Python, seguridad informática, multimedia)
2.-Debemos establecer el nivel educativo**:** ¿Para principiantes, intermedios o avanzados?
3.- Dependiendo el estilo de aprendizaje, qué tipo de material podemos recomendar**:** Texto, imágenes, videos.
4.- Definir el formato de salida**:** ¿PDF, texto en una web, chatbot educativo?
5.- Mostrar cuál sería el planteamiento, ver figura 1.

Tema: Programación en Python
Nivel: Intermedio
Pregunta: ¿Qué estructura de datos en Python permite almacenar valores únicos y no ordenados?
Estilos de aprendizaje: A) Texto B) Imagen C) Video
Respuesta correcta: C) Video porque el alumno es más visual

Figura 1.Planteamiento

2.1 Análisis

2.1.1 Recopilación y preparación de datos

ISSN 2448 – 7945

6.- Diseñar el modelo de PLN

7.-Entrenar un modelo de PLN, para esto necesitamos un conjunto de datos con ejemplos de material educativo, a continuación se mencionan algunos en los que nos basamos

- Bases de datos educativas: Khan Academy, Coursera y OpenAI.
- Libros de texto: Recursos digitales en PDF o ePub
- Artículos y blogs: Wikipedia
- Datos propios: Exámenes y contenido generado por profesores.

8.- Generar el dataset con los siguientes datos: tema, pregunta, opciones, respuesta.

2.1.2 Preprocesamiento de datos

Los datos deben limpiarse antes de usarlos en un modelo de PLN.

9.- Eliminar caracteres especiales (Ejemplo: @, #, *, %)

10.-Tokenización (Dividir texto en palabras o frases)

11.-Lematización (Convertir palabras a su forma base, ejemplo. "corriendo" "correr")

12.-Eliminación de palabras irrelevantes (stopwords)

2.1.3 Creación del Modelo de PLN para Generación de Texto

Para generar el contenido educativo, usamos el modelo de lenguaje preentrenado:

- T5 (Text-to-Text Transfer Transformer)

2.1.4 Evaluación del modelo

Una vez generado el contenido, es importante evaluar la calidad de las preguntas generadas usando métricas de evaluación como la coherencia, relevancia y nivel de dificultad.

2.1.5 Implementación del modelo

Después de validar la calidad del modelo, podemos implementarlo en la aplicación.

3. Resultados

A continuación se muestra la interfaz de la aplicación en la figura 2, observamos la lista de asignaturas disponibles una vez que el usuario ha iniciado sesión en la aplicación. Las nueve tarjetas se presentan en forma de botones distribuidos en un área de 3x3. Cada botón representa una asignatura específica y al ser presionado, dirige al usuario al contenido educativo generado automáticamente.

ISSN 2448 – 7945

Figura 2. Lista de asignaturas

En la figura 3 se observa que al hacer clic en cada subtema, se abre una nueva ventana que muestra en el centro superior el título del subtema seleccionado y sus recursos, enfocando la atención del usuario en el contenido específico que está a punto de explorar. Justo debajo, se presenta un video informativo que fue diseñado para dar la introducción. En la parte inferior de esta ventana, se encuentran dos botones. El primero, permite al usuario regresar a la ventana anterior, brindando flexibilidad y control sobre la navegación. Mientras tanto, el segundo botón, ofrece la oportunidad de descubrir más contenido relevante al presentar otro video relacionado con el subtema en cuestión, garantizando una experiencia de aprendizaje fluida y gratificante para la profundización del conocimiento.

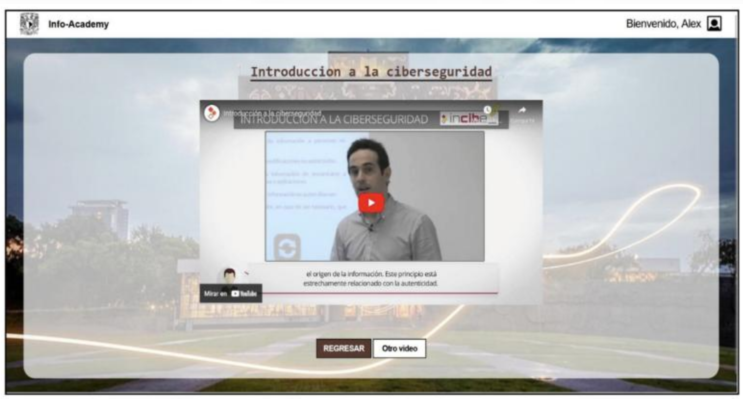


Figura 3.Subtema y sus recursos

El sistema implementa ciclos completos que abarcan todas las etapas del proceso educativo:

1. Elaboración de materiales: El docente define parámetros esenciales (título, finalidad, asignatura, nivel) y el sistema genera automáticamente el contenido detallado utilizando IA.
2. Organización de estudiantes: Configuración de asignación de tareas, asignaturas y temas.
3. Administración de entregas: Los estudiantes pueden remitir sus trabajos a través de la plataforma, llevando a cabo un registro y validación formal.
4. Proceso evaluativo: La plataforma evalua los trabajos mediante criterios predefinidos y permite incluir observaciones personalizadas.

ISSN 2448 – 7945

5. Retroalimentación: Otro de los procesos que debe llevar a cabo la plataforma es el feedback para cada estudiante

Se puede entender que la arquitectura del sistema PLN da a conocer la interpretación de la computadora y examina las oraciones proporcionadas. El procedimiento que se lleva a cabo es el siguiente: primero el usuario hace una petición a la computadora expresando lo que desea realizar; segundo la computadora analiza la solicitud, en el sentido morfológico y sintáctico, es decir, analiza si las oraciones contienen palabras compuestas por morfemas y su conformación es correcta y completa; después se analiza las oraciones semánticamente, es decir, conocer cada oración y consignar el significado de estas a expresiones lógicas (verdadero / falso); posteriormente se realiza el análisis pragmático de la instrucción, y una vez analizadas las oraciones, se hace la interpretación. En la figura 4 podemos observar como se lleva a cabo el proceso PLN.

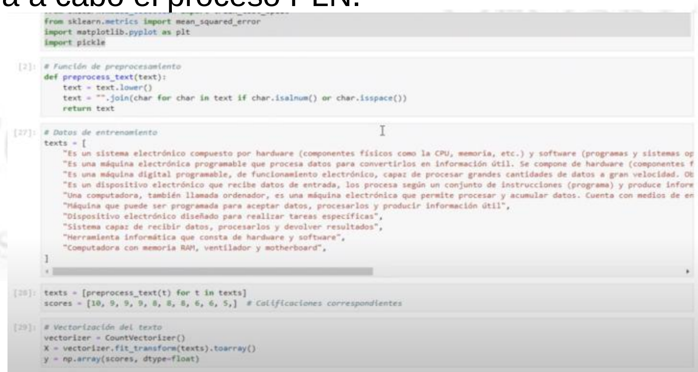


Figura 4.Proceso PLN

4. Discusión y/o análisis.

A diferencia de los sistemas de software tradicionales, que siguen instrucciones predefinidas, los sistemas de IA pueden modificar su comportamiento en función de la nueva información que reciben, se puede entender como la imitación de la inteligencia humana: "máquinas capaces de imitar ciertas funcionalidades de la inteligencia humana, incluyendo características como la percepción, el aprendizaje, el razonamiento, la resolución de problemas, la interacción del lenguaje e incluso la producción creativa" (UNESCO, 2019, p. 24).

5. Conclusiones

El Procesamiento de Lenguaje Natural está transformando la educación universitaria al hacerla más eficiente, accesible y personalizada. Sin embargo, su implementación debe ser ética y equitativa, asegurando que su impacto sea positivo para todos los actores del proceso educativo.

Los sistemas inteligentes permiten un ritmo de aprendizaje que se ajusta a las capacidades y el progreso individual, lo que puede ser particularmente beneficioso en los procesos académicos y administrativos mejorando el entorno del aula

ISSN 2448 – 7945

tradicional, gracias a la capacidad de la IA de adaptarse y aprender de manera autónoma ayudando a facilitar una retroalimentación inmediata y constructiva.

Agradecimientos Trabajo realizado con el apoyo del programa PIAPIME 1.32.40.24

6. Referencias

Camacho, M., & Navarro, E. (2020). Procesamiento del lenguaje natural con Python. *Revista de Computo Aplicado*, 24–28.

UNESCO (2019) Steering AI and Advanced ICTs for Knowledge Societies Human-Rights implications - A ROAM Perspective. Paris: UNESCO https://doi.org/10.35429/JCA.2020.13.4.24.28

Vásquez, A. C., Quispe, J., & Huayna, A. (2009). Procesamiento de lenguaje natural. Revista de investigación de Sistemas e Informática, 6(2), 45-54.

ISSN 2448 – 7945

UNA EXPERIENCIA DIDÁCTICA: EXPLORACIÓN Y APLICACIÓN DE SIMPLIFICACIÓN DE FUNCIONES EN EL ALGEBRA BOOLEANA

Márquez Ortega Domingo[1, *], [1] López Salazar Leonel Gualberto [2] y [3] Pineda Becerril Miguel de Nazareth
[1,2,3]*Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, UNAM*
Km 2,5 carretera Cuautitlán -Teoloyucan
San Sebastián Xhala, Cuautitlán Izcalli
Estado de México. C.P. 54714

EN-POSM081

Resumen

Esta experiencia didáctica tiene como objetivo fortalecer la comprensión y aplicación de la simplificación de funciones en el álgebra booleana mediante estrategias activas de exploración y resolución de problemas con software.

El sustento teórico, del álgebra booleana es fundamental en el diseño de circuitos digitales y la optimización de expresiones lógicas. Se basa en operaciones básicas como AND, OR y NOT, y en postulados y teoremas que permiten reducir expresiones para mejorar la eficiencia computacional. Su aplicación es clave en electrónica digital y programación.

La metodología utilizada sigue el enfoque de aprendizaje basado en problemas. Los estudiantes exploran conceptos mediante ejemplos guiados y aplican técnicas como los teoremas de De Morgan, mapas de Karnaugh y métodos algebraicos para simplificar funciones lógicas. Se fomenta el trabajo colaborativo y la autoevaluación mediante la resolución de ejercicios prácticos y el análisis de circuitos reales.

Como resultado, los estudiantes logran identificar patrones de simplificación, mejorar su habilidad en la optimización de funciones y reconocer la importancia de estos métodos en el diseño de sistemas digitales.

Se concluye que la combinación de teoría y práctica facilita la comprensión del álgebra booleana y su aplicabilidad. El uso de estrategias activas mejora la motivación y refuerza la competencia en la simplificación de funciones, preparándolos para desafíos en áreas como la ingeniería y la informática.
.

Palabras clave: *Álgebra Booleana, Simplificación de funciones, Optimización lógica, Mapas de Karnaugh, Circuitos digitales*

1. Introducción

1 **Autor para la correspondencia. E-mail: marquez_od@yahoo.com.mx Tel. 55-21-80-82-63, Fax 56-23-18-90*

ISSN 2448 – 7945

El álgebra booleana, al igual que todos los sistemas matemáticos deductivos, se define con un conjunto de elementos, un conjunto de operadores y varios axiomas o postulados. Un conjunto de elementos es cualquier colección de objetos con alguna propiedad en común. Sí S es un conjunto y X e Y son ciertos objetos, entonces $x \epsilon S$ denota que x es un miembro del conjunto S y $y \notin S$ denota que y no es elemento de S. Un conjunto que tiene un número enumerable de elementos se especifica con llaves: $A = \{1,2,3,4\}$, es decir, los elementos de A son los números $1,2,3 \; y \; 4$. Un operador binario definido sobre un conjunto S de elementos es una regla que asigna a cada par de elementos de S un elemento único de S.

El álgebra booleana es una rama fundamental de la lógica matemática que permite la representación y simplificación de expresiones lógicas mediante operaciones básicas como AND, OR y NOT. Su importancia radica en su aplicación en el diseño de circuitos digitales y en la optimización de sistemas lógicos utilizados en ingeniería y ciencias de la computación (Mano, 1993). La simplificación de funciones booleanas es esencial para mejorar la eficiencia computacional y reducir la complejidad de los circuitos electrónicos y sistemas digitales.

En el ámbito educativo, la enseñanza del álgebra booleana suele presentar dificultades debido a su alto grado de abstracción. Sin embargo, el uso de estrategias didácticas activas facilita su comprensión y aplicación. En este contexto, la presente experiencia didáctica se centra en la exploración y aplicación de la simplificación de funciones booleanas a través del aprendizaje basado en problemas. Mediante el uso de software especializado y herramientas como los mapas de Karnaugh y los teoremas de De Morgan, los estudiantes pueden visualizar de manera clara el proceso de simplificación y desarrollar habilidades prácticas en la optimización de expresiones lógicas. reconociendo su importancia en el diseño de circuitos y en la reducción de costos computacionales.

El objetivo principal de esta experiencia es fortalecer la comprensión de los conceptos clave del álgebra booleana, fomentando un aprendizaje significativo que permita a los estudiantes reconocer su importancia en la resolución de problemas reales.

Se presenta la metodología empleada en esta experiencia didáctica, los resultados obtenidos y un análisis de su impacto en el aprendizaje de los estudiantes. Se concluye que la combinación de teoría y práctica, junto con el uso de estrategias activas y herramientas tecnológicas, facilita la comprensión del álgebra booleana y mejora la capacidad de los estudiantes para abordar desafíos en áreas como la ingeniería, la informática y la electrónica digital.

2. Metodología o desarrollo

ISSN 2448 – 7945

La metodología utilizada se basa en el aprendizaje basado en problemas, donde los estudiantes exploran conceptos a través de ejemplos guiados y actividades interactivas. Se implementaron las siguientes estrategias:

Exploración teórica: Introducción a las operaciones básicas del álgebra booleana (AND, OR, NOT) y los principales teoremas, como los de DeMorgan.

En la tabla 1 se presentan las tablas de verdad para AND, OR y NOT. En las cuales se muestra la definición de las operaciones. Las compuertas lógicas son circuitos que operan con una o más señales de entrada para producir una señal de salida. En los sistemas digitales, las señales eléctricas, que podrían ser voltajes o corrientes, existen como unió de dos valores reconocibles.

Tabla 1. *Tablas de verdad de operaciones lógicas*

AND			OR			NOT	
x	y	$x \cdot y$	x	y	$x + y$	x	x'
0	0	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	1	1	0
1	0	0	1	0	1		
1	1	1	1	1	1		

Los circuitos operados por voltaje responden a dos niveles de voltaje distintos que representan una variable binaria cuyo valor es 1 lógico o 0 lógico.

En la figura 1 se incluyen los símbolos gráficos con los cuales se representan los tres tipos de compuertas. Las compuertas son bloques de hardware que producen señales de salida equivalentes al 1 lógico o 0 lógico cuando se satisfacen los requisitos lógicos de entrada.

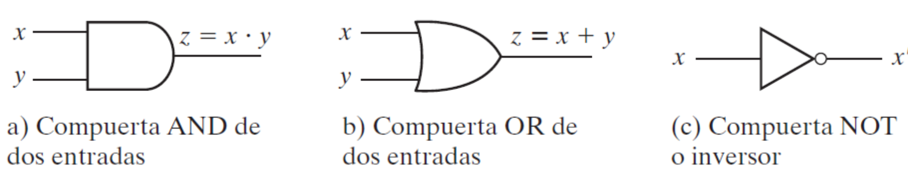


Figura 1. *Símbolos para los circuitos lógicos digitales*

Las compuertas AND y OR pueden tener más de dos entradas. La compuerta NOT se conoce comúnmente como inversor, es evidente la señal de salida invierte el sentido lógico de la señal de entrada.

En la tabla 2 se presentan seis teoremas del álgebra booleana y cuatro de sus postulados.

Tabla 2. *Postulados y teoremas del álgebra booleana*

Postulado 2	a)	$x + 0 = x$	b)	$x \cdot 1 = x$
Postulado 5	a)	$x + x' = 1$	b)	$x \cdot x' = 0$
Teorema 1	a)	$x + x = x$	b)	$x \cdot x = x$
Teorema 2	a)	$x + 1 = 1$	b)	$x \cdot 0 = 0$
Teorema 3, involución		$(x')' = x$		
Postulado 3, conmutatividad	a)	$x + y = y + x$	b)	$xy = yx$
Teorema 4, asociatividad	a)	$x + (y + z) = (x + y) + z$	b)	$x(yz) = (xy)z$
Postulado 4, distributividad	a)	$x(y + z) = xy + xz$	b)	$x + yz = (x + y)(x + z)$
Teorema 5, DeMorgan	a)	$(x + y)' = x'y'$	b)	$(xy)' = x' + y'$
Teorema 6, absorción	a)	$x + xy = x$	b)	$x(x + y) = x$

Los teoremas y postulados que se presentan son las relaciones más básicas del algebra booleana. Los teoremas, al igual que los postulados, se presentan por pares; cada relación es el dual de su pareja. Es posible demostrar los teoremas del algebra booleana utilizando tablas de verdad.

Las demostraciones algebraicas de la ley asociativa y del teorema DeMorgan son largas y no se presentarán aquí. Sin embargo, es fácil mostrar su validez con tablas de verdad. Por ejemplo, primer teorema DeMorgan $(x + y)' = x'y'$.

Tabla 2. *Primer teorema DeMorgan*

x	y	$x + y$	$(x + y)'$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

x'	y'	$x'y'$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Funciones booleanas

El álgebra booleana se ocupa de variables binarias y operaciones lógicas. Una función booleana descrita por una expresión algebraica consta de variables binarias, las constantes 0 y 1, y los símbolos lógicos de operación, (tokheim, 1991). Para un valor dado de las variables binarias, la función puede ser igual a 1 o bien a 0. Considere por ejemplo la función booleana:

$$f(ABC) = ABC + A\bar{B}C + \bar{A}B$$

Aplicación de métodos de simplificación: Uso de mapas de Karnaugh y técnicas algebraicas para reducir expresiones lógicas.

Ecuación 1. $f(A,B,C) = ABC + A\bar{B}C + \bar{A}B$

Para simplificar la función booleana:

Ecuación 2. $f(A,B,C) = ABC + A\bar{B}C + \bar{A}B$

Paso 1: Aplicar factorización

Agrupamos los términos que tienen factores comunes:

Ecuación 3. $f(A,B,C) = A(BC + \bar{B}C) + \bar{A}B$

Dentro del paréntesis, aplicamos la propiedad de absorción:

Ecuación 4. $BC + \bar{B}C = C(B + \bar{B}) = C(1) = C$

Entonces la función se reduce a:

Ecuación 5. $f(A,B,C) = AC + \bar{A}B$

Paso 2: Verificar si se puede simplificar más

No hay más términos comunes ni reglas adicionales que puedan simplificar más la expresión. Por lo que el resultado final es:

$$f(A,B,C) = AC + \bar{A}B$$

Esta es la versión simplificada de la función booleana.

La tabla de verdad para la función booleana simplificada $f(A,B,C) = AC + \bar{A}B$: se ilustra en la tabla 3. Función algebraica

Tabla 3. *Función álgebra booleana a simplificar*

A	B	C	A'	AC	AB'	$AC + \bar{A}B$
0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	1	0	1	1
0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0	1
1	1	0	0	0	0	0
1	1	1	0	1	0	1

3. Resultados

ISSN 2448 – 7945

Implementación con software: Resolución de problemas en herramientas digitales que permiten verificar la optimización de circuitos. Como se ilustra en la figura 2. En el diseño de compuertas lógicas. Para la ecuación 1. $f(A,B,C) = ABC + A\bar{B}C + \bar{A}B$

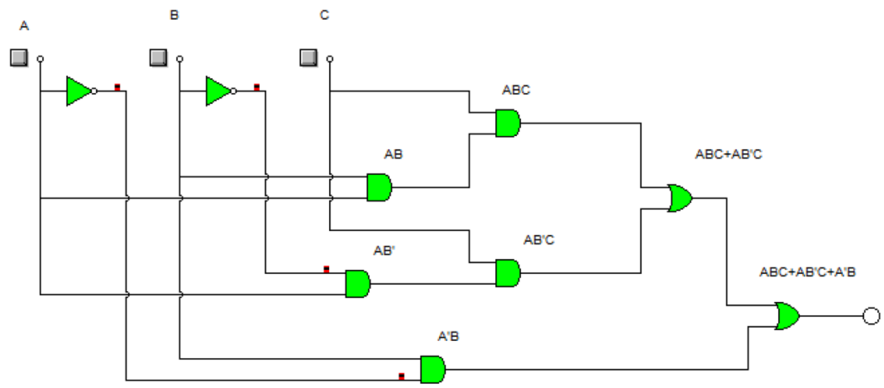


Figura 2. *Diseño de compuertas lógicas digitales de la función inicial*

El uso de software especializado en el análisis y diseño de circuitos digitales facilita la comprensión y aplicación del álgebra booleana, permitiendo a los estudiantes verificar la optimización de funciones lógicas de manera práctica.

Entre las herramientas más utilizadas en este ámbito se encuentran Logisim, Boole-Deusto, Karnaugh Map Solver y Wolfram Alpha, las cuales ofrecen interfaces intuitivas para la manipulación de expresiones booleanas y la simulación de circuitos.

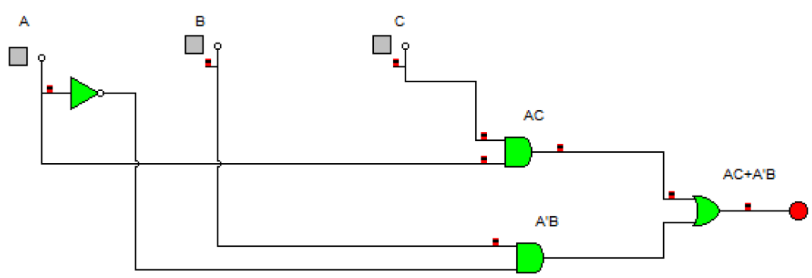


Figura 3. *Diseño de compuertas lógicas digitales de la función simplificada*

Permiten a los estudiantes comprobar de manera rápida la validez de sus simplificaciones algebraicas. Estas herramientas pueden procesar funciones booleanas y devolver su forma optimizada, ofreciendo un método alternativo para verificar la corrección de los procedimientos manuales. Como se observa en la figura 3. Para la ecuación 5. $f(A,B,C) = AC + \bar{A}B$

Trabajo colaborativo: Discusión en grupos para compartir estrategias de simplificación y análisis de circuitos reales.

ISSN 2448 – 7945

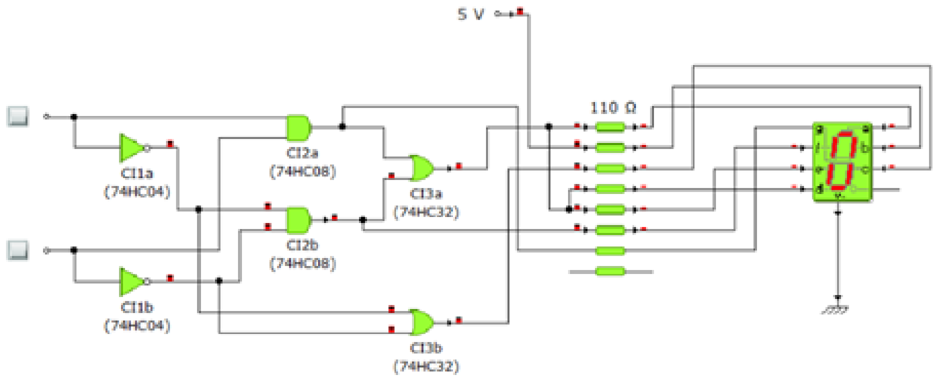


Figura 4. *Diseño de compuertas lógicas digitales de la función simplificada*

La implementación de software en la enseñanza del álgebra booleana no solo mejora la precisión en la simplificación de expresiones, sino que también fomenta el aprendizaje autónomo y el pensamiento lógico. Como se observa en la figura 3. Al simplificare la expresión booleana. Los estudiantes pueden experimentar con diferentes configuraciones de circuitos, observar los efectos de la optimización en términos de reducción de compuertas lógicas y analizar la eficiencia computacional de sus soluciones.

Autoevaluación y retroalimentación: Reflexión sobre los errores y retroalimentación por parte del instructor.

Se busca que los estudiantes no solo adquieran conocimientos teóricos, sino que también desarrollen competencias en la optimización de funciones lógicas aplicadas al diseño de circuitos digitales. Como se puede ver en la figura 4. Diseño de circuitos digitales. A través del trabajo colaborativo y la autoevaluación, se promueve una participación que refuerza la motivación y el pensamiento crítico en la resolución de problemas.

4. Discusión y/o análisis.

El uso de estrategias activas en la enseñanza del álgebra booleana ha demostrado ser efectivo en la comprensión y aplicación de conceptos. La combinación de teoría y práctica permite que los estudiantes no solo memoricen reglas, sino que las apliquen de manera significativa.
Asimismo, el empleo de software de simulación facilita la validación de los resultados obtenidos, permitiendo detectar errores y mejorar el proceso de aprendizaje. Se ha observado que el trabajo colaborativo fomenta el intercambio de estrategias, enriqueciendo la comprensión de los métodos de simplificación.

Tras la aplicación de esta metodología, se observaron los siguientes resultados:

ISSN 2448 – 7945

Mayor comprensión de los principios del álgebra booleana y sus aplicaciones.
Identificación de patrones en la simplificación de funciones lógicas.
Mejora en la eficiencia de resolución de problemas mediante el uso de software especializado.
Desarrollo de habilidades en el análisis y diseño de circuitos digitales optimizados.

5. Conclusiones

La experiencia didáctica presentada confirma que la integración de metodologías activas mejora la comprensión del álgebra booleana y su aplicabilidad en la optimización de circuitos digitales. La combinación de técnicas algebraicas y herramientas digitales refuerza la competencia en simplificación de funciones, preparando a los estudiantes para enfrentar desafíos en ingeniería y tecnología.

El enfoque basado en problemas y el uso de software especializado fortalecen la motivación de los estudiantes, promoviendo un aprendizaje significativo y duradero. Se recomienda continuar explorando nuevas estrategias didácticas para seguir optimizando el proceso de enseñanza-aprendizaje en este ámbito.

El uso de herramientas digitales para la resolución de problemas booleanos es un recurso didáctico invaluable, ya que permite reforzar conceptos teóricos con experiencias interactivas y prácticas, mejorando así la comprensión y aplicación del álgebra booleana en el diseño de circuitos digitales.

6. Referencias

Mano, M. (1993). *Arquitectura de computadoras*. México: Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A.

Mano, M. (2003). *Diseño digital*. México: Pearson educación.

Tokheim, R. (1991). *Principios digitales*. México: McGraw-Hill.

ISSN 2448 – 7945

CÁLCULO DEL ÁNGULO DE INTERSECCIÓN ENTRE DOS CURVAS

Contreras Espinosa José Juan [1,*], Hernández Castillo José Luz [2], Oropeza Legorreta Carlos [3] y Mata Vargas Iván Noé [4]

[1,2,3,4]*Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán-UNAM. Edif. A-8, Planta Baja, Campo Cuatro Km 2.5 carretera Cuautitlán–Teoloyucan, Col. San Sebastián Xhala Cuautitlán Izcalli, Estado de México. CP. 54714*

EN-POSM083

Resumen

En la enseñanza de la ingeniería, es fundamental que los estudiantes que ingresan del bachillerato a la licenciatura conozcan y dominen los conceptos fundamentales de álgebra y geometría analítica. Dichas bases son importantes en el momento de resolver problemas de aplicación de tipo geométrico en la asignatura de cálculo diferencial e integral. Existen múltiples ejemplos de aplicación, en esta propuesta se muestra el caso de encontrar el ángulo de intersección entre dos curvas, ya que, en la solución analítica de este problema, se plantea la solución general de una ecuación de segundo grado y una vez que se utiliza la derivada para conocer las pendientes de las rectas tangentes a cada una de las curvas en el punto de intersección entre ambas. En el desarrollo, se utiliza una expresión matemática que se manejó en el bachillerato, en la asignatura de geometría analítica, la cual nos permite encontrar el ángulo entre dos rectas, pudiendo observar gráficamente la solución con el trazo de ambas curvas y sus correspondientes tangentes. Además, se realiza la verificación de dichos resultados tanto analíticos como gráficos con tecnología.

Palabras clave: *Recta, ángulo, tangente, derivada, diferencial.*

1. Introducción

En un curso de Cálculo se estudian temas diferentes, pero el “cálculo” por lo regular se divide en dos amplias áreas que están muy relacionadas entre sí, calculo diferencial y calculo integral. El estudio del cálculo diferencial se motiva en encontrar la recta tangente a la gráfica de una función en un punto determinado. El ángulo entre dos curvas es un concepto fundamental y una aplicación geométrica en el cálculo diferencial, ya que nos permite medir la inclinación entre dos curvas en un punto de intersección. Este ángulo se determina a partir de las rectas tangentes a cada curva en ese punto.

A lo largo de la historia, la importancia de medir el cambio, es decir, la variación, condujo en el siglo XVII a la noción de derivada. Una aplicación de la derivada de tipo geométrico es la medición del ángulo que se genera al intersecar dos curvas este contenido (Andrade, 1982) explica lo siguiente:

[1*] *Autor para la correspondencia. E-mail: jjuancon@unam.mx*

ISSN 2448 – 7945

Ángulo de intersección entre dos curvas.

La dirección de una curva en un punto se define como la dirección de su recta tangente en ese punto. La dirección de la curva C de ecuación $y = f(x)$ en el punto $P(x_0, y_0)$, está dada por el ángulo de inclinación de la recta tangente o bien por la pendiente de ésta:

$$m = tan(\alpha) = f'(x_0)$$

Para definir el ángulo formado por dos curvas C_1 y C_2 al cortarse en punto $P(x_0, y_0)$ como el ángulo ϕ que determinan las tangentes a las curvas en el punto P.

Sean $y = f_1(x)$ que define a la curva C_1 y $y = f_2(x)$ que define a la curva C_2, se tendrá:

$$m_1 = tan(\alpha_1) = f_1'(x_0) \quad \text{y} \quad m_2 = tan(\alpha_2) = f_2'(x_0)$$

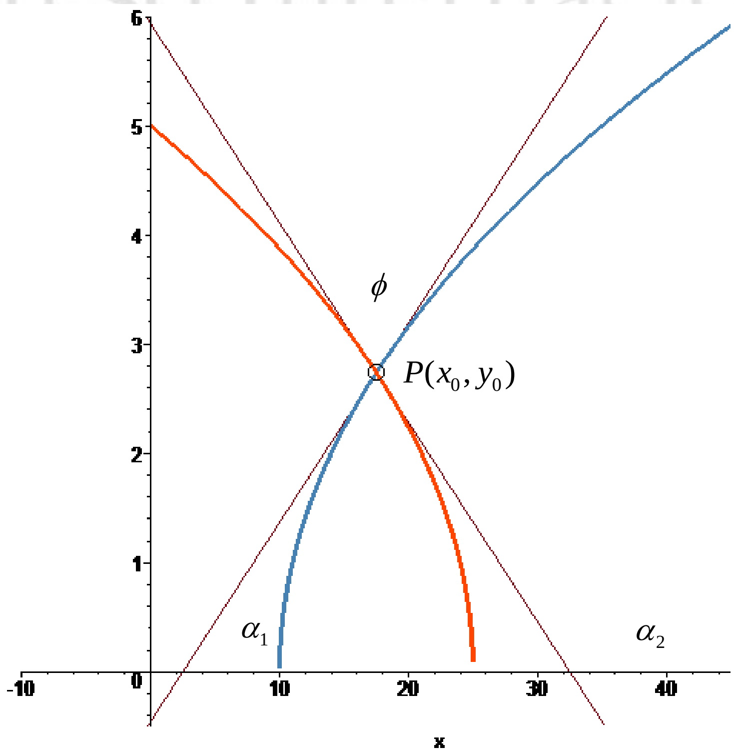


Figura 1. Representación gráfica de la intersección de dos curvas y sus respectivas rectas tangentes

En la figura anterior, es evidente que $\phi = \alpha_2 - \alpha_1$ con lo que el ángulo ϕ puede determinarse por medio de las derivadas de $y = f_1(x)$ y $y = f_2(x)$ teniéndose:

ISSN 2448 – 7945

$$\phi = arctan\left(f_2'(x_0)\right) - arctan\left(f_1'(x_0)\right)$$

Otra forma de obtener ϕ es mediante la fórmula

$$tan(\phi) = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2} = \frac{f_2'(x_0) - f_1'(x_0)}{1 + f_1'(x_0) f_2'(x_0)}$$

de donde:

$$\phi = arctan\left(\frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2}\right) = arctan\left(\frac{f_2'(x_0) - f_1'(x_0)}{1 + f_1'(x_0) f_2'(x_0)}\right)$$

“Puesto que una curva tiene en cualquier punto la misma dirección que su tangente en ese punto, el ángulo de dos curvas en un punto en común será el ángulo formado por las tangentes en dicho punto” (Granville, 2209, p. 53).

2. Desarrollo

Dadas las curvas $x^2 + y^2 = 25$ cuyo dominio es $x \in [0,5]$ y $2y - x^2 = 0$ con dominio definido como $x \in [0, +\infty)$, encontrar: a) El ángulo de intersección entre las curvas en el primer cuadrante. b) Hacer las gráficas de las dos curvas en el mismo plano cartesiano.

Solución.

a) El ángulo de intersección entre las curvas en el primer cuadrante.

En primer lugar, se encontrará el punto en donde se cortan las dos curvas (punto de intersección):

Ecuación 1. $x^2 + y^2 = 25$

Ecuación 2. $2y - x^2 = 0$

De la ecuación 2, se despeja el término x^2

$$2y - x^2 = 0 \Leftrightarrow 2y - x^2 - 2y = -2y \Leftrightarrow -x^2 = -2y$$

Ecuación 3. $x^2 = 2y$

Se sustituye la ecuación 3 en la ecuación 1, y al final se iguala a cero.

$$2y + y^2 = 25 \Leftrightarrow y^2 + 2y - 25 = 0$$

Ecuación 4. $y^2 + 2y - 25 = 0$

Se resuelve la ecuación 4 para conocer las ordenadas al origen de los puntos de intersección.

$$y = \frac{-2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(-25)}}{2(1)} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 4(25)}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4(1+25)}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{26}}{2} = -1 \pm \sqrt{26}$$

Ecuación 5. $y_1 = -1-\sqrt{26}$

Ecuación 6. $y_2 = -1+\sqrt{26}$

Para determinar los valores de las respectivas abscisas se va a sustituir la ecuación 5 en la ecuación 3, y posteriormente la ecuación 6 en la ecuación 3.

$$x^2 = 2\left(-1-\sqrt{26}\right) = -2-2\sqrt{26}$$

$$x = \pm\sqrt{-2-2\sqrt{26}} = \pm\sqrt{-\left(2+2\sqrt{26}\right)} = \pm\sqrt{2+2\sqrt{26}}\ i$$

como esta raíz es compleja conjugada, no se considera como parte de la solución.

$$x^2 = 2\left(-1+\sqrt{26}\right) = -2+2\sqrt{26}$$

$$x = \pm\sqrt{2\sqrt{26}-2}$$

como el punto de intersección está en el primer cuadrante solo se tomará el valor positivo de la abscisa.

$x = +\sqrt{2\sqrt{26}-2}$ $P\left(\sqrt{2\sqrt{26}-2}, -1+\sqrt{26}\right)$, punto de intersección.

Ahora se encuentra la pendiente de la recta tangente a la curva $x^2+y^2=25$, derivando implícitamente con respecto a la variable x la ecuación 1.

$$\frac{d}{dx}\left[x^2+y^2=25\right] \Leftrightarrow 2x+2y\frac{dy}{dx}=0 \Leftrightarrow 2y\frac{dy}{dx}=-2x \Leftrightarrow \frac{dy}{dx}=-\frac{2x}{2y} \Leftrightarrow \frac{dy}{dx}=-\frac{x}{y}$$

Sustituyendo los valores de P.

Por lo tanto, $m_{T_1} = -\dfrac{\sqrt{2\sqrt{26}-2}}{-1+\sqrt{26}} = \dfrac{\sqrt{2\sqrt{26}-2}}{1-\sqrt{26}}$

A continuación, se encuentra la pendiente de la recta tangente de la curva $2y-x^2=0$ derivando implícitamente con respecto a la variable x la ecuación 2.

$$\frac{d}{dx}\left[2y-x^2=0\right] \Leftrightarrow 2\frac{dy}{dx}-2x=0 \Leftrightarrow 2\frac{dy}{dx}=2x \Leftrightarrow \frac{dy}{dx}=x$$

Sustituyendo los valores de P.

Por lo tanto, $m_{T_2} = \sqrt{2\sqrt{26}-2}$

Recordando que el ángulo entre dos rectas está dado por la expresión siguiente

Ecuación 7. $tan(\phi) = \dfrac{tan(\alpha_2)-tan(\alpha_1)}{1+tan(\alpha_1)tan(\alpha_2)}$ o $tan(\phi) = \dfrac{m_{T_2}-m_{T_1}}{1+m_{T_1}m_{T_2}}$

Sustituir los valores de las pendientes, determinadas anteriormente en la ecuación 7.

ISSN 2448 – 7945

$$tan(\phi)=\frac{\sqrt{2\sqrt{26}-2}-\dfrac{\sqrt{2\sqrt{26}-2}}{1-\sqrt{26}}}{1+\left(\dfrac{\sqrt{2\sqrt{26}-2}}{1-\sqrt{26}}\right)\left(\sqrt{2\sqrt{26}-2}\right)}$$

$$tan(\phi)=\frac{\sqrt{2\sqrt{26}-2}\left(1-\dfrac{1}{1-\sqrt{26}}\right)}{1+\dfrac{2\sqrt{26}-2}{1-\sqrt{26}}}$$

$$tan(\phi)=\frac{\sqrt{2\sqrt{26}-2}\left(\dfrac{1-\sqrt{26}-1}{1-\sqrt{26}}\right)}{1+\dfrac{-2\left(1-\sqrt{26}\right)}{1-\sqrt{26}}}$$

$$tan(\phi)=\frac{\sqrt{2\sqrt{26}-2}\left(\dfrac{-\sqrt{26}}{1-\sqrt{26}}\right)}{1-2}$$

$$tan(\phi)=\frac{-\sqrt{2\sqrt{26}-2}\left(\dfrac{\sqrt{26}}{1-\sqrt{26}}\right)}{-1}$$

$$tan(\phi)=\sqrt{2\sqrt{26}-2}\left(\frac{\sqrt{26}}{1-\sqrt{26}}\right)$$

$$tan(\phi)=\frac{\sqrt{26}\sqrt{2\sqrt{26}-2}}{1-\sqrt{26}}$$

$$\phi=arctan\left(\frac{\sqrt{26}\sqrt{2\sqrt{26}-2}}{1-\sqrt{26}}\right)$$

$$\phi\approx-74.31727643\,°$$

$$\gamma\approx-74.31727643°+180\,°$$

$$\gamma\approx105.6827236\,°$$

b) Hacer las gráficas de las dos curvas en el mismo plano cartesiano.

La curva $x^2+y^2=25$, se puede expresar de la forma $(x-0)^2+(y-0)^2=5^2$, que representa una circunferencia con centro en el origen $C(0,0)$ y de radio $r=5$.

ISSN 2448 – 7945

La curva $2y - x^2 = 0$, se puede expresar de la forma $(x-0)^2 = 2(y-0)$ que representa una parábola vertical con vértice $V(0,0)$; $4p = 2 \Leftrightarrow p = \frac{2}{4} \Leftrightarrow p = \frac{1}{2}$ la cual abre hacia arriba, ya que es vertical debido al término de x^2.

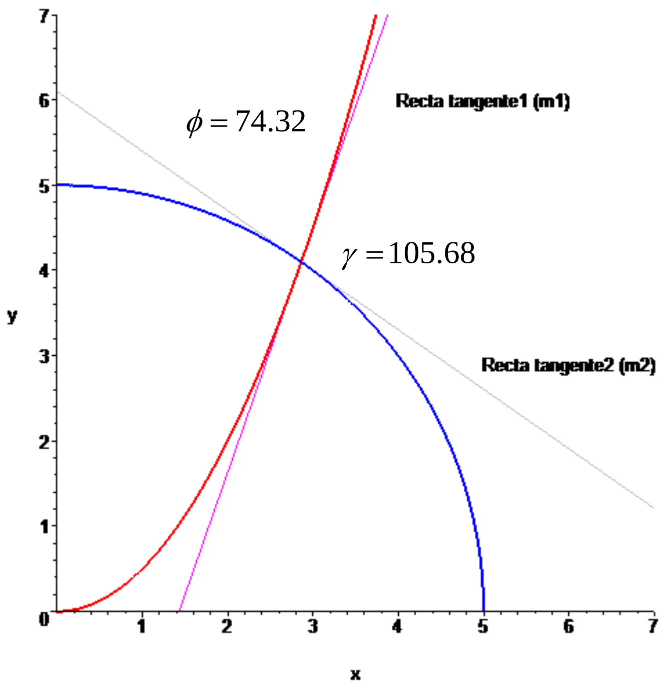


Figura 2. Representación gráfica de la intersección de dos curvas (circunferencia y parábola dentro sus respectivos dominios) y rectas tangentes respectivamente.

3. Resultados

Es necesario profundizar en el estudio de ideas que se forman los estudiantes sobre los conceptos básicos del cálculo, para así producir estrategias didácticas alternativas que nos permitan superar las deficiencias detectadas. Se considera importante que en propuestas didácticas el uso de las tecnologías, calculadoras gráficas y programas computacionales de manipulación algebraica, son de gran ayuda en todo proceso de la enseñanza.

ISSN 2448 – 7945

4. Discusión y/o análisis.

La implementación de este tipo de ejercicios prácticos resulta ser efectiva para la interpretación geométrica de la recta tangente como una aplicación geométrica de la deriva, muy sencilla. Al principio se ha podido observar que los estudiantes poseen alguna dificultad al hallar o resolver problemas donde se involucre el concepto de recta tangente. Al aplicar ejemplos de esta manera, se puede constatar que la explicación del tema resulta una estrategia para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje del ángulo comprendido entre dos curvas contenidas en el mismo plano cartesiano.

5. Conclusiones

Los estudiantes al emplear una herramienta tecnológica, para este trabajo es el uso de software, el cual les ayuda a que puedan modelaran situaciones geométricas de una manera más creativa y didáctica, deja muy en claro que este tipo de herramientas sea más utilizado en las aulas de clase. También es de gran importancia que los profesores no solamente tengan conocimiento de los contenidos que se dispone a enseñar, sino también que sea capaz de relacionar lo que enseña con herramientas como GeoGebra, útiles en los procesos de enseñanza y de aprendizaje de los estudiantes.

6. Referencias

Andrade, A., García y Colomé, P., Oregel, F., & Castañeda, E. (1982). *Apuntes de Cálculo Diferencial e Integral*. México. Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional Autónoma de México.

Granville, W. A. (2009). *Cálculo diferencial e integral*. México. Limusa.

Penney, E. (2008). Cálculo con trascendentes tempranas. México. Pearson-Printece Hall.

ISSN 2448 – 7945

IA GENERATIVA PARA EVALUAR APRENDIZAJES EN MATEMÁTICAS EN EL NIVEL BACHILLERATO

Canabal Cáceres Silvia Guadalupe*[1], Mora Reyes Laura Isabel [2]
[1]*Escuela Nacional Preparatoria No. 6 ”Antonio Caso”.UNAM*
Corina #3 Col. Del Carmen, Coyoacán CDMX., C.P.04100
[2]*Escuela Nacional Preparatoria No. 1 ”Gabino Barreda”.UNAM*
Av. de la Noria y, Prolongación Ignacio Aldama s/n, Potrero de San Bernardino, Xochimilco CDMX, C.P.16030

EA-POSM084

Resumen

La Inteligencia Artificial Generativa (IA-G) está transformando la evaluación del aprendizaje en matemáticas en el nivel bachillerato, permitiendo estrategias más personalizadas, automatizadas y adaptativas. Esta tecnología ofrece herramientas que pueden generar preguntas dinámicas, analizar respuestas y proporcionar retroalimentación instantánea a los estudiantes.
En este trabajo se comparten diversas IA generativas recomendadas para evaluar aprendizajes en matemáticas en el bachillerato. Sin perder de vista la importancia de la evaluación de las habilidades que se desarrollan en el aula y que servirán para la vida. Uno de los principales beneficios de la IA-G en la evaluación es su capacidad para diseñar problemas matemáticos ajustados a diferentes niveles de dificultad y estilos de aprendizaje. Permite la generación de explicaciones paso a paso, facilitando la comprensión de errores y promoviendo el aprendizaje autónomo. Plataformas como ChatGPT, Wolfram Alpha y herramientas específicas de evaluación basadas en IA ayudan a docentes a optimizar el tiempo de corrección y brindar retroalimentación precisa, detallada e inmediata.
La IA analiza patrones en las respuestas, identifica fortalezas y áreas de mejora. Los docentes pueden adaptar estrategias pedagógicas y diseñar planes de refuerzo personalizados. Su uso plantea desafíos, como la necesidad de supervisión docente para evitar sesgos en la evaluación, la importancia de garantizar la confiabilidad de los resultados y la ética en el uso de la tecnología. La IA generativa puede mejorar la evaluación en matemáticas, promoviendo un aprendizaje significativo. Su implementación debe acompañarse por estrategias pedagógicas bien diseñadas que integren la tecnología sin reemplazar el papel fundamental del docente.

Palabras clave: *Inteligencia artificial, evaluación, matemáticas, bachillerato.*

1. Introducción

La evaluación en Matemáticas conlleva una subjetividad inherente, la necesidad de evaluar procesos y no resultados convierte en un reto el utilizar una u otra herramienta. No es posible centrarse únicamente en el resultado de un examen, de acuerdo con el desarrollo de habilidades y competencias, el docente debe diversificar el uso de herramientas e instrumentos de evaluación que le proporcionen información verídica sobre el aprendizaje adquirido de los educandos.
La evaluación del aprendizaje en matemáticas en el nivel bachillerato enfrenta diversos desafíos, como la falta de personalización, la subjetividad en la calificación y la

[1] **Autor para la correspondencia. E-mail:* silcanabal@hotmail.com

ISSN 2448 – 7945

dificultad para medir habilidades de pensamiento crítico. Con la llegada de la Inteligencia Artificial (IA) generativa, se abren nuevas posibilidades para mejorar estos procesos mediante herramientas que automatizan, personalizan y enriquecen la evaluación formativa y sumativa (Luckin et al., 2018). Esta ponencia presenta los hallazgos de un estudio sobre el uso de IA generativa en la evaluación de matemáticas en el bachillerato, explorando su fundamentación teórica, metodología, resultados y conclusiones.

2. Marco Teórico

Al contar con IA generativa se tiene una alternativa que apoya el proceso enseñanza-aprendizaje (UNESCO, 2023), es cierto que el educando requiere junto con el docente una constante revisión de su avance y la correspondencia entre su aprendizaje y los objetivos del programa. No es la única alternativa para evaluar, pero sí la que permite personalización al avance del educando. La idea es dejar de generar conocimiento inerte que no le será útil en su futuro, hay que recordar que su formación en el bachillerato debe ser integral, lo que se convierte en un compromiso con el estudiante y con la institución para lograr ddesarrollar aprendizaje significativo y profundo.
La IA generativa se basa en modelos avanzados de aprendizaje profundo que pueden generar respuestas, problemas matemáticos, explicaciones y retroalimentaciones adaptadas a cada estudiante (Goodfellow et al., 2014). Su aplicación en la educación se fundamenta en teorías del aprendizaje adaptativo y la evaluación formativa, las cuales buscan proporcionar experiencias de aprendizaje personalizadas (Black & Wiliam, 1998). Además, los principios del aprendizaje significativo de Ausubel (1968) sustentan la idea de que una evaluación efectiva debe conectar con los conocimientos previos del estudiante y promover una construcción activa del conocimiento.
Es cierto que en este siglo y con una vorágine en el comportamiento de los jóvenes que estudian el bachillerato, el docente debe innovar en sus estrategias de enseñanza y de aprendizaje, la IA Genertativa no va a resolver los problemas referentes a la evaluación en la educación, pero se le apuesta que con su uso va a contribuir a la generación de materiales didácticos y a la elaboración de instrumentos de evaluación que resuelvan, al menos en asignaturas de matemáticas, la retroalimentación inmediata, personalizada y expedita que requiere cada estudiante, ya que en ocasiones y en grupos muy grandes, no es posible realizarla.
Lo que puede impactar hasta emocionalmente a los educandos, y afectar su desempeño, la cercanía en el aula entre el docente y el alumnado es necesaria, donde se genere un adecuado ambiente de aprendizaje y existan acuerdos convenientes para todos los implicados, sin embargo, en ocasiones el insuficiente manejo pertinente de emociones en todos los miembros de la comunidad, provoca situaciones ríspidas, agresiones, descontentos y en ocasiones hasta violencia, ya que la retroalimentación sobre una evaluación no satisfactoria para el evaluado, puede desencadenar acciones y emociones que impactar negativamente el proceso.
Es por esto que el uso de la Inteligencia artificial responde a la sugerencia de algunos estudiantes que piensan que cuando se les involucra en el proceso de evaluación y se les escucha entonces se sienten más comprometidos y conectados, (Ramos, 2024).

ISSN 2448 – 7945

3. Metodología o desarrollo

Para realizar este estudio, la muestra elegida fue constituida con 53 estudiantes del turno matutino, inscritos en la asignatura de Matemáticas VI área 1, fue de tipo cuasi-experimental, dichos jóvenes utilizaron herramientas de IA generativa como ChatGPT y Wolfram Alpha en actividades de evaluación de cálculo diferencial. Resolvieron pruebas pre y post intervención para medir el impacto de la IA en el aprendizaje, acompañadas además de entrevistas para recopilar y analizar la percepción de los estudiantes sobre la utilidad de estas herramientas.

Se diseñaron dichas pruebas con un formulario solicitado a la IA Generativa, en particular con Magic School, que es una aplicación que permite la elaboración de diversos instrumentos y material didáctico (Villalobos, 2023). Se aplicó al inicio del estudio y al finalizar el proceso.

También se utilizaron formularios de Google, con éstos se recopiló información valiosa sobre las formas de resolver los reactivos por parte de los estudiantes y se pudieron contrastar las propuestas de reactivos de la Inteligencia artificial generativa con lo realizado por las autoras, lo que enriquece el instrumento o la técnica de evaluación empleada. Siempre es necesario validar los intrumentos de evaluación, al incrementar su validez, incrementan las posibilidades de evaluar lo que se pretende evaluar.

3.1 Pretest y postest

Los jóvenes pertenecientes a la muestra elegida debieron resolver problemas de aplicación del tema de *Derivada*, ubicado en la Unidad 3 del programa de Matemáticas VI. Antes de solicitarles que resolvieran reactivos sobre este tema, primero se les explicó en el aula, los temas de dicha unidad: Derivada por definición y por fórmula, derivada implícita, obtención de las ecuaciones de las rectas tangente y normal en un punto a una curva y ángulo de intersección de dos curvas. Estos temas fueron evaluados con reactivos propuestos por la IA Generativa (Magic School), los cuáles formaron el pretest.

Para poder analizar los resultados al final de estudio empleamos el mismo instrumento al finalizar el proceso, con el fin de tener el mismo punto de partida y de llegada, este es el postest.

En esta parte del estudio la IAGen sirvió como apoyo al trabajo docente; como ya es conocido, hay que revisar los contenidos que genera ya que pueden estar afectados por las alucinaciones que en ocasiones realiza la IA.

En la última fase del estudio se les aplicó el postest para poder tener información sobre la comprensión de los temas ya mencionados.

3.2 Problemas de aplicación

Una vez terminada la fase anterior, se formaron equipos informales de 3-4 integrantes con el fin de resolver los problemas de aplicación, se les asignaron dos problemas, uno igual para todos y uno diferente, primero debían resolver el mismo todos los equipos. Para esto se les dio la instrucción de resolverlo y comparar con alguna de las

ISSN 2448 – 7945

IAGenerativas propuestas por ellos (Wolfram Alpha, ChatGPT), debían realizar un cuadro comparativo donde colocaran las diferencias y las coincidencias, entre las inteligencias y su resolución. Se revisaron los resultados del problema y los hallazgos en plenaria.

Debían resolver el siguiente problema sobre aplicaciones de la derivada, que es diferente para cada equipo, cada quien lo resolvió y debían utilizar la IA generativa para resolver y comparar el problema, elaborar una presentación con IA y exponer en plenaria, fue un trabajo exhaustivo pero lograron realizarlo.
Al finalizar todos las exposiciones, se les compartieron 3 prompts diseñados por las autoras para que los escriban en la IAGen que debían completar con los errores que encontraron al resolver los problemas, cada equipo debía analizar las explicaciones que la IA les arrojó. Cabe mencionar que a la IA se le pidió que fuera explícita al explicar las razones probables de los errores cometidos y las formas en las que propondía que podrían no volverse a cometer esos errores o lo que podrían aprender de esos errores para mejorar en el futuro, cuando resolvieran problemas de matemáticas. En la última fase respondieron el postest de manera individual.
La entrevista fue no estructurada, se realizó en un pequeño grupo focal de 7 estudiantes voluntarios quienes expusieron sus emociones, creencias y experiencias vividas en cuanto a este tema.

4. Resultados

Se debe resaltar que la innovación en el aula en las asignaturas de Matemáticas, mejora la motivación y disposición hacia el aprendizaje, ya que la mayoría de los educandos están acostumbrados a recibir una clase expositiva sin estímulos adicionales o con el uso de tecnología sin intenciones pedagógicas y didácticas claras, esto corresponde con lo comentado en el grupo focal.
Se identificó una mejor disposición al trabajo por parte de los jóvenes, mayor apertura y mejora de habilidades en el trabajo colaborativo. Referente a la aplicación del pretest y postest, se observaron mejoras que pueden ser atribuibles al uso de IAGen.
Los hallazgos en esta investigación muestran que el uso en el aula de forma planeada y con objetivos de aprendizaje específicos y bien definidos con la IA generativa mejoró significativamente el desempeño en problemas de aplicación de la derivada, aumentando en un 25% el promedio general del grupo. En cuanto a la retroalimentación llevada a cabo con la IA generativa, el 80% de los estudiantes consideró que la retroalimentación proporcionada por la IA fue más clara y detallada que la recibida de manera tradicional, aunque se entiende que en algunos grupos numerosos es imposible realizar una retroalimentación personalizada. No obstante, se identificaron desafíos relacionados con la interpretación de respuestas generadas por la IA y la necesidad de supervisión docente.

5. Análisis.

ISSN 2448 – 7945

Los resultados en este trabajo muestran que la metodología con las técnicas e instrumentos de evaluación sirvieron adecuadamente para recabar la información necesaria para poder afirmar que el uso de la Inteligencia Artificial Generativa en el aula contribuye significativameten con el aumento del promedio en el desempeño del grupo, con este estudio se abre la puerta para implementar más actividades didácticas con IAGen en los demás temas para alcanzar aprendizajes profundos.

Sin embargo, como comentaron en el grupo focal, se debe profundizar en el uso de la Inteligencia artificial, pero se requiere saber utilizarla y sobretodo evitar las alucinaciones, que pueden provocar que nos devuelva información equivocada.
Al utilizar el mismo instrumento al inicio y al final del estudio, se tiene un punto de comparación que permite realizar un análisis más objetivo.

6. Conclusiones

La Inteligencia Artificial generativa enfocada en la educación, representa una herramienta innovadora con el potencial de transformar la evaluación del aprendizaje matemático en las clases que se imparten en el bachillerato. Uno de los aspectos más importantes a considerar para implementar su uso, es la capacidad para proporcionar retroalimentación inmediata y personalizada la cual contribuye a un aprendizaje más significativo. Y se puede realizar de acuerdo con los errores cometidos por el usuario, hace recomendaciones dirigidas y puede responder a preguntas específicas sobre las razones que cree podrían servir para mejorar los procesos.
Mejora también la motivación al convertir una clase tradicional en una clase innovadora, el aprendizaje por descubrimiento, despierta el interés y la disposición para aprender. Sin embargo, su implementación efectiva requiere capacitación docente, diseño cuidadoso de actividades y estrategias que mitiguen posibles errores o sesgos en las respuestas generadas. Se requiere un buen diseño de los prompt para que las respuestas por parte de la Inteligencia Artificial proporcionen la información requerida para que el usuario pueda aprender.

7. Referencias

1. Ausubel, D. P. (1968). *Educational Psychology: A Cognitive View*. Holt, Rinehart & Winston.
2. Black, P., & Wiliam, D. (1998). *Assessment and classroom learning*. Assessment in Education, 5(1), 7-74.
3. Goodfellow, I., Bengio, Y., & Courville, A. (2014). *Generative adversarial networks*. arXiv preprint arXiv:1406.2661.
4. Luckin, R. (2018). Artificial intelligence and big data in education: Opportunities and challenges. *International Journal of Learning Analytics and Artificial Intelligence for Education, 6*(2), 56-74. https://doi.org/xxxxx
5. Wolfram, S. (2020). Mathematical thinking with computational tools: How AI can support problem-solving in education. *Journal of Mathematics and AI in Education, 8*(1), 25-40. https://doi.org/xxxxx

6. UNESCO. (2023). Inteligencia artificial en la educación: Guía para docentes sobre el uso ético y efectivo. Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura. https://unesdoc.unesco.org/xxxxx
7. Ramos Armijos , D. F., Ramos Armijos , D. G., Ramos Armijos , N. J., Tapia Puga , V. M., & Tapia Puga , L. I. (2024). Explorando las Fronteras: la Aplicación de Inteligencia Artificial en la Evaluación Educativa. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, *7*(6), 5657-5672. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v7i6.9108
8. Villalobos, J., & Rojas, P. (2023). Transformando la enseñanza de las matemáticas en bachillerato con herramientas de IA generativa. *Revista de Educación Digital, 10*(1), 58-75. https://doi.org/xxxx

ALGORITMO GENÉTICO PARA LA ACOMODACIÓN DE PRODUCTOS EN UN CAMIÓN

Flores Pérez Judith Mayte[1, *], Contreras Espinosa José Juan [2], Pineda Becerril Miguel de Nazareth[3], García León Omar[4] y Rosas Fonseca Rosalba Nancy [5]
[1,2,3,4,5]*Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, Campo 4. Carretera Cuautitlán-Teoloyucan km 2.5, San Sebastián Xhala, 54714 Cuautitlán Izcalli, Estado de México*

EN-POSM085

Resumen

La optimización de costos en productos es un desafío clave para las empresas que buscan maximizar su rentabilidad sin comprometer la calidad. En este trabajo, se presenta el uso de algoritmos genéticos (AG) como una técnica de optimización basada en la evolución biológica, capaz de encontrar soluciones eficientes en problemas complejos de minimización de costos.
El estudio aborda la formulación del problema mediante una función objetivo que incorpora costos de materia prima, manufactura, logística y distribución, considerando restricciones como disponibilidad de recursos y calidad del producto. A través de operadores genéticos como selección, cruce y mutación, el algoritmo explora múltiples combinaciones posibles, encontrando soluciones que reducen costos y mejoran la eficiencia operativa en comparación con métodos tradicionales como la programación lineal (Goldberg, 1989).
Se presenta un caso de aplicación en la repartición de productos por un camión, donde el AG ha demostrado ser una herramienta poderosa para la toma de decisiones basada en datos (Holland, 1975). Los resultados muestran que esta técnica no solo permite optimizar los costos, sino permite saber cuál es la forma más eficiente de acomodar los productos para ser reparticos.

Palabras clave: *algoritmo genético, evolución, operadores genéticos, minimización de costos.*

1. Introducción

De acuerdo con Monzón (2009), la optimización de la carga en vehículos de transporte es un problema complejo que afecta tanto a la eficiencia operativa como a la rentabilidad de las empresas de logística. Tradicionalmente, este tipo de problemas se han abordado con algoritmos determinísticos, heurísticas o métodos exactos, sin embargo, en situaciones con múltiples variables y restricciones, estos enfoques pueden resultar ineficaces o demasiado costosos computacionalmente. Los algoritmos genéticos (Gómez, 1984), como métodos evolutivos que simulan los procesos naturales de selección y adaptación, ofrecen una solución alternativa para encontrar configuraciones de carga que minimicen el espacio ocupado, respeten las restricciones de peso y maximicen la eficiencia del transporte.

1 [*]*Autor para la correspondencia. E-mail: mayte_fp@cuautitlan.unam.mx*

ISSN 2448 – 7945

Los algoritmos genéticos se basan en los principios de la evolución natural: selección, reproducción, mutación y supervivencia de los más aptos (Holland, 1992). Para el problema de la carga en camión, la idea es representar una posible solución (una disposición de los productos en el camión) como un individuo en una población, y a partir de allí aplicar operadores genéticos para generar nuevas soluciones, buscando siempre optimizar el uso del espacio disponible.

Problema de optimización de carga en un camión

El problema puede describirse como el intento de distribuir un conjunto de productos con diferentes dimensiones y pesos en el espacio tridimensional de un camión, cumpliendo con ciertas restricciones (por ejemplo, el peso total no debe exceder la capacidad del vehículo, algunos productos deben ser cargados en posiciones específicas por razones de seguridad, etc.).

2. Metodología o desarrollo

Para abordar el problema de la optimización de la acomodación de productos en un camión utilizando algoritmos genéticos (AG), se sigue una metodología estructurada que cubre desde la formulación del problema hasta la evaluación y validación de los resultados obtenidos (Verrastro, Gómez & Alcoberro, 2009). A continuación, se describen los pasos clave de la metodología empleada:

1.- Definición del problema:

El primer paso consiste en comprender y formalizar el problema de optimización de carga. Se identifican las variables y restricciones clave:

- **Productos:** cada producto tiene características específicas, como dimensiones (longitud, ancho, altura), peso y requisitos especiales de ubicación (por ejemplo, productos frágiles o peligrosos).
- **Camión:** el vehículo tiene una capacidad limitada en términos de volumen y peso, y el espacio disponible debe distribuirse de manera eficiente.
- **Restricciones:** se establecen restricciones sobre la carga, como el cumplimiento del peso máximo permitido, la distribución de productos según su naturaleza (por ejemplo, no colocar productos frágiles debajo de otros pesados), y la estabilidad durante el transporte.

2.- Representación de soluciones

Las soluciones del problema se representan como individuos dentro de una población, donde cada individuo corresponde a una disposición específica de productos en el camión. La representación más común es a través de una **codificación de cromosoma** en la que:

- Cada gen representa un producto, y su valor es la posición del producto dentro del camión.
- La solución completa (el cromosoma) es una secuencia de genes que define cómo se colocan los productos en el espacio tridimensional del camión.

3.- Inicialización de la población

ISSN 2448 – 7945

Se crea una población inicial de soluciones aleatorias, es decir, diferentes configuraciones de productos dentro del camión. Esta población sirve como punto de partida para la evolución del algoritmo. Dado que el algoritmo genético es un proceso estocástico, las soluciones iniciales se generan de manera aleatoria, respetando las restricciones de peso y volumen del camión.

4.-Función de evaluación (Fitness)

Cada solución se evalúa mediante una función de **fitness** que mide la calidad de la disposición de productos en el camión. Los factores considerados en la función de fitness incluyen:

- **Uso del espacio:** se mide el porcentaje de volumen ocupado del camión, buscando soluciones que maximicen la utilización del espacio disponible.
- **Cumplimiento de restricciones:** se verifica que las restricciones de peso y otras consideraciones (como la seguridad y la estabilidad de los productos) se respeten en cada solución.
- **Minimización de la distancia de carga/descarga:** algunas soluciones pueden incluir la optimización de la disposición para facilitar el proceso de carga y descarga, minimizando los movimientos y el tiempo necesario.

5.- Operadores genéticos

Una vez evaluada la población, se aplican los operadores genéticos para generar nuevas soluciones. Los operadores principales son:

- **Selección:** Se utiliza un método de selección basado en la aptitud, como el **torneo** o la **ruleta**, para seleccionar los individuos que participarán en la reproducción. Los individuos con un mejor fitness tienen mayor probabilidad de ser seleccionados.
- **Crossover (Cruce):** se aplica un operador de crossover para combinar dos soluciones seleccionadas, creando nuevas soluciones que hereden características de ambas. En este caso, se pueden intercambiar subconjuntos de productos entre los padres, generando una nueva configuración de productos en el camión.
- **Mutación:** se introduce un operador de mutación que realiza pequeñas modificaciones aleatorias en una solución. Por ejemplo, se puede alterar la posición de un producto dentro del camión o intercambiar dos productos de lugar. La mutación permite explorar nuevas soluciones y evitar que el algoritmo se quede atrapado en óptimos locales.

6.- Reemplazo de la población

Después de aplicar los operadores genéticos, se genera una nueva población de soluciones. Dependiendo del enfoque, el reemplazo puede ser:

- **Reemplazo total:** la población actual es completamente reemplazada por la nueva generación.
- **Reemplazo parcial:** se conserva una parte de la población actual (por ejemplo, los mejores individuos) y se combinan con los nuevos individuos generados.

7.- Criterios de parada

ISSN 2448 – 7945

El algoritmo genético continúa iterando hasta que se cumpla alguno de los siguientes criterios de parada:

- **Número máximo de generaciones:** se define un número límite de iteraciones o generaciones para evitar que el proceso se extienda indefinidamente.
- **Mejora mínima en el fitness:** si la mejora en la función de fitness es menor a un umbral específico entre generaciones consecutivas, se considera que el algoritmo ha alcanzado un óptimo satisfactorio.
- **Convergencia:** el algoritmo puede detenerse si la población alcanza una configuración óptima o si no se generan mejoras significativas en varias iteraciones.

8.- Evaluación de resultados

Una vez que el algoritmo ha convergido, se selecciona la mejor solución obtenida y se evalúa su rendimiento.

3. Resultados

Un algoritmo genético (AG) para un problema de optimización de espacio en un camión puede ser utilizado para maximizar la eficiencia del uso del espacio disponible, de manera que se logre cargar la mayor cantidad posible de mercancía dentro de las restricciones del camión (como el volumen y las dimensiones del mismo), optimizando las posiciones de los objetos a cargar (Goldberg, 1989).

Para este trabajo, se inicializó una problemática donde es indispensable saber cómo acomodar productos en un camión de carga que tiene una capacidad de 3 metros cúbicos. Además, se tienen 14 productos con su respectiva información como: el nombre, el volumen que ocupan y el precio (en dólares) (ver figura 1).

```
# Definición del problema
CAPACIDAD_CAMION = 3.0  # Capacidad máxima del camión en metros cúbicos
PRODUCTOS = [
    {"nombre":'Refrigerator A',"volumen": 0.5, "precio": 200},
    {"nombre":'cell phone',"volumen": 0.2, "precio": 300},
    {"nombre":'TV 55',"volumen": 0.3, "precio": 80.5},
    {"nombre":'TV 50',"volumen": 0.4, "precio": 82},
    {"nombre":'TV 42',"volumen": 0.6, "precio": 70},
    {"nombre":'Notebook A',"volumen": 0.3, "precio": 280},
    {"nombre":'Ventilador',"volumen": 0.4, "precio": 245},
    {"nombre":'Microwave A',"volumen": 0.5, "precio": 160},
    {"nombre":'Refrigerator B',"volumen": 0.6, "precio": 180},
    {"nombre":'Refrigerator C',"volumen": 0.2, "precio": 190},
    {"nombre":'Notebook B',"volumen": 0.3, "precio": 260},
    {"nombre":'Notebook C',"volumen": 0.4, "precio": 270},
    {"nombre":'Microwave B',"volumen": 0.2, "precio": 230},
    {"nombre":'Microwave C',"volumen": 0.3, "precio": 240},
]
```

ISSN 2448 – 7945

Figura 1. Productos a utilizar en el problema.

Para la representación de los objetos dentro del problema, se utilizó una configuración binaria, donde cada individuo dentro de una posible solución se representa como un individuo, que, si en cada bit hay un 1, entonces significa que el producto ha sido asignado, en caso contrario, el individuo no se selecciona para formar parte de la posible solución.

Se utilizó el software Python donde se llevó a cabo el algoritmo genético paso a paso y se utilizó tkinter para la interfaz gráfica de usuario, como se observa en la figura 2.

Figura 2*. Interfaz gráfica de usuario.*

Se creó un botón que permite iniciar el algoritmo genético, cola información proporcionada en un principio y se mostrará en pantalla, cuál es el mejor individuo, así como cuál será el mejor individuo histórico (ver figura 3).

ISSN 2448 – 7945

Figura 3. ***Mejor individuo histórico y mejor fitness.***

El resultado final es una solución optimizada para el problema de carga, que describe cómo colocar los diferentes objetos dentro del camión para maximizar la cantidad de carga que se puede transportar, respetando las restricciones de tamaño del camión y evitando la superposición de objetos.

La solución obtenida, muestra que para eficientar el espacio del camión, se deben de colocar los objetos en el orden en que aparecen, en la figura 3, teniendo un total de ventas de 2085.5.

4. Discusión y o Análisis

Los algoritmos genéticos (AG) son una poderosa herramienta para la resolución de problemas de optimización debido a su capacidad para explorar grandes espacios de soluciones de manera eficiente. Estos algoritmos están inspirados en los principios de la evolución biológica, como la selección natural, la mutación y el cruce genético, lo que les permite encontrar soluciones óptimas o cercanas a óptimas en problemas complejos (Chen, Zhang & Li, 2020).

A diferencia de los métodos convencionales de optimización, los AG no dependen de derivadas o de la convexidad de la función objetivo. Esto les permite escapar de mínimos locales en funciones altamente no lineales y con múltiples óptimos, además de que, al trabajar con una población de soluciones, los AG pueden explorar múltiples regiones del espacio de búsqueda simultáneamente (Korf, 2003).

ISSN 2448 – 7945

La diversidad genética en la población inicial y durante el proceso evolutivo ayuda a evitar el estancamiento en óptimos locales.

5. Conclusiones

Un algoritmo genético puede ofrecer soluciones altamente eficientes y adaptadas a problemas complejos de optimización de espacio en un camión, aprovechando su naturaleza evolutiva para explorar el vasto espacio de posibles configuraciones de carga. Mediante los procesos de selección, cruce y mutación, el algoritmo es capaz de generar, evaluar y refinar soluciones de manera iterativa, acercándose progresivamente a una distribución óptima de los objetos dentro del camión.

El uso de la selección natural permite que las soluciones más eficientes (es decir, aquellas que maximizan el aprovechamiento del espacio y cumplen con las restricciones del camión) sean preservadas y reproducidas, mientras que las menos eficientes son descartadas. Los operadores de cruce y mutación contribuyen a la diversificación y exploración del espacio de soluciones, lo que ayuda a evitar que el algoritmo quede atrapado en óptimos locales, facilitando la búsqueda de una solución globalmente óptima.

Este enfoque evolutivo permite que el algoritmo se adapte a una variedad de situaciones, desde la carga de objetos de diferentes tamaños y formas hasta la optimización bajo restricciones específicas, como peso total, dimensiones del camión o incluso la disposición de los objetos para facilitar su descarga. Además, el algoritmo genético es flexible y puede ajustarse a diferentes tipos de camiones, tipos de carga o métodos de distribución.

La capacidad de los algoritmos genéticos para abordar problemas de optimización en espacios de soluciones grandes y complejos los convierte en herramientas poderosas en aplicaciones logísticas, donde el objetivo es maximizar la eficiencia y reducir los costos asociados con el transporte de mercancías. Así, estos algoritmos no solo ayudan a optimizar el uso del espacio disponible, sino que también mejoran la eficiencia operativa y reducen el tiempo necesario para realizar las tareas de carga y descarga.

6. Referencias

Chen, J., Zhang, H., & Li, W. (2020). *Optimization of truck loading based on heuristic algorithms*. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 140, 102017.

Goldberg, D. E. (1989). *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. Addison-Wesley.

ISSN 2448 – 7945

Gómez-Tierno, M. (1984). *Utilización de los algoritmos genéticos para la resolución numérica de los problemas de optimización en mecánica del vuelo*. [Tesis doctoral]. Universidad Politécnica de Madrid.

Holland, J. H. (1992). *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. MIT Press.

Korf, R. E. (2003). *A complete anytime algorithm for number partitioning*. Artificial Intelligence, 106(1), 181-203.

Monzón, P. (2009). *Optimización del proceso de carga de camiones en una distribuidora de alimentos para restaurantes*. [Tesis de Licenciatura]. Universidad del Valle de Guatemala.

Verrastro, C., Gómez, J. C., & Alcoberro, R. (2009). *Algoritmos Genéticos*. Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Buenos Aires

ISSN 2448 – 7945

LAS MATEMÁTICAS, ¿CAUSAN ESTRÉS?

Córdoba Lobo Víctor Manuel [1*], Lagunes Toledo Ana María [2], Machuca Mejía Eugenio Santiago [3]
[1,2,3]*Unidad Profesional Interdisciplinaria de Ingeniería y Ciencias Sociales y Administrativas del I.P.N.*
Te 950 Col. Granjas México Alcaldía Iztacalco CDMX CP 08400.

EN-POSM086

Resumen

En los cursos de Matemáticas a nivel medio superior y superior, la sola palabra "Matemáticas" causa preocupación, sentimientos de rechazo, depresión y diversas actitudes que causan incomodidad. Estas reacciones, que generalmente presentan los alumnos, se sintetizan de forma global con la palabra genérica "estrés"; la cual se interpreta en el cerebro como una agresión en un ambiente académico.
Bruce McEwen (2000) define al estrés como "una amenaza real o supuesta a la integridad fisiológica o psicológica del individuo", De modo menos académico podemos referirnos al estrés como una preocupación que genera tensión como una reacción a una situación difícil, lo que nos lleva a observar que prácticamente la mayoría de los individuos tienen un cierto grado de estrés como respuesta a una situación anómala personal.
La ansiedad matemática existente y motivada en el aula, ya sea por el docente o por una falta de confianza en el alumno, es un "bache" en el proceso de enseñanza y aprendizaje, generalmente adquirido en la enseñanza media por diversas causas y es complicado generalizar ese sentimiento. Es difícil encontrar lo que es, pero es fácil decir lo que no es; por ejemplo: no es un trastorno mental, no es un trastorno fisiológico, tampoco del proceso de enseñanza y aprendizaje. Entonces, ¿Qué es?, Una posible definición del estrés en matemáticas puede ser "una falta de confianza en el alumno de su capacidad en aprender y valerse a satisfacción de ellas"

Palabras clave: *Matemáticas, Rechazo, estrés, ansiedad, trastorno, bloqueo.*

1. Introducción

En la República Mexicana, y posiblemente en otros países, los cursos de Matemáticas son relacionados con sentimientos de rechazo porque a diferencia de otras materias estas son difíciles de relacionar o asociar con el mundo real. Por ejemplo, en Química la exposición de un fenómeno se capta inmediatamente porque es fácil asociarlo con algo real usual en la vida diaria, pero un teorema matemático difícilmente se puede asociar el mundo real, provocando una sensación de rechazo generalmente no al teorema sino a las Matemáticas.

[1*]*Autor para la correspondencia. E-mail:vmcl_1@hotmail.com*

Este sentimiento por lo general no se manifiesta en la enseñanza básica porque en ese nivel el proceso de enseñanza y aprendizaje se reduce a memorizar procesos como sumas, productos etcétera; comienza a manifestarse en la secundaria donde la memorización no es suficiente, sino que ahora se introduce un nuevo concepto: el razonamiento, por lo que se produce un choque entre el método de enseñanza anterior y el nuevo.

En este nivel es donde se comienzan a generar sentimientos de dificultad en la comprensión de conceptos al tratar de resolver problemas a los que no se les ve una aplicación práctica en la vida real, como por ejemplo un fenómeno químico. Encender un cerillo es práctico y se entiende un fenómeno físico, dejar caer un objeto y medir el tiempo de caída también se ubica; y ¿Una raíz cuadrada? ¿Cómo la relaciono? es algo intangible y difícil de asimilar, hay que aprenderla por aprenderla.

En la secundaria cuesta trabajo adaptarse a un razonamiento de las Matemáticas, ya que en el nivel primario donde las Matemáticas son coloquialmente conocidas como aritmética en la que no se razona nada, solo se aprende memorizando en clases los métodos y la aplicación únicamente en el cuaderno de trabajo. Esto dificulta su aplicación en el mundo real (Balbuena, Block, Ortega & Valencia 1991).

En los estudiantes del Nivel Medio Superior se generan un desinterés patológico por el estudio de las Matemáticas como una consecuencia de las carencias del conocimiento matemático suficiente que permita relacionarlas con el mundo real (Arch 2019), es en este momento donde se comienza a generar una condición psíquica conocida como estrés, que en la mayoría de los casos deriva en una ansiedad a causa de la no relación Matemáticas-mundo real.

Relativo a este hecho el Programa para la Evaluación de Alumnos (PISA) posicionó a la República Mexicana en el primer lugar en el índice de ansiedad causada por las Matemáticas (OCDE 2015), situó a México en los últimos lugares de todos los países asociados obteniendo 408 puntos esto es 82 puntos por debajo del promedio general en Matemáticas de 490 puntos.

Este resultado explica razonablemente por qué al momento de ascender del Nivel Medio Superior al Nivel Superior se priorizan las carreras con un bajo contenido de Matemáticas, dando como una posible causa el estrés generado por el no entendimiento de esta materia, mostrándose en un desinterés en el aula, desatención al docente y un bloqueo mental al momento de un examen.

2. Metodología o desarrollo

Con base a los hechos expuestos se deduce que el aprendizaje de las Matemáticas posiblemente genera estrés y como resultado un bajo rendimiento en la materia. Lo que nos conlleva a efectuar una investigación transversal para observar sí en los

ISSN 2448 – 7945

estudiantes de la UPIICSA del IPN existe alguna relación estrés-Matemáticas en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Para lo cual se aplicará un cuestionario cerrado a los alumnos de diferentes semestres donde se cursa esta materia, pues pertenece a un tronco común para todas las carreras existentes en la escuela. Primero se procederá a calcular un tamaño de muestra adecuado que valide los resultados obtenidos (Spiegel. 1970), para efectos posteriores a su aplicación se creará una matriz de datos con los resultados obtenidos y posteriormente desarrollar un análisis de los datos recabados.

2.1 Tamaño de la muestra

Para establecer el tamaño de la muestra se tomó un intervalo de confianza del 95%, que es usual en este tipo de investigación, y se fijó un error máximo en la estima del **5%**, con base a estas premisas se procedió al cálculo del tamaño de muestra según lo especificado en Estadística (Spiegel. 1970) que establece:

e Error máximo en la estima %
Z Valor asignado al porcentaje del intervalo de confianza $Z_{95\%}$
n Tamaño de la muestra
σ Desviación típica poblacional

2.1.1 Cálculo del tamaño de muestra

$$e = Z_{95\%}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \text{ - - - - - (1)}$$

$$Z_{95\%}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le 5\% \text{ - - - - - - (2)}$$

$$n \ge \frac{\left(Z_{95\%}\sigma\right)^2}{5\%} \text{ - - - - - - - - (3)}$$

$$n \ge \frac{\left[(1.960)(2.4)\right]^2}{0.05} = 442 \text{ - - - - - - - - - - (4)}$$

En esta investigación se consideró que para que los cálculos tuvieran validez con un error máximo de 5% se tiene que incluir un universo mínimo de 442 alumnos.

Cumplido el requisito se aplicó el cuestionario cerrado[2] y con los datos recabados se procedió a construir una matriz de datos para efectos de los cálculos que nos

[2] Disponible en vmcl_1@hotmail.com

ISSN 2448 – 7945

permitieron llegar a conclusiones válidas en el universo de la UPIICSA del IPN específicamente en Matemáticas.
Para poder verificar la validez de la encuesta se utilizó el coeficiente de correlación de Pearson (Mendenhall 2023) el cual establece un límite de:

$$-1 \leq r \leq 1 \text{ - - - - - - - - } (5)$$

El valor del coeficiente de correlación se encuentra en el intervalo $\left[-1,1\right]$:
Si r = 1, existe una correlación perfecta entre las dos variables. En este caso Matemáticas-estrés; así que si una se incrementa la otra también en la misma proporción.
Si r = 0, no existe una correlación lineal. Lo que implica que definitivamente las variables no están correlacionadas y no tiene nada que ver una con la otra.
Si $0 \leq r \leq 1$, existe una correlación positiva. Esto indica que entre más se acerque el coeficiente al 1más tenderán las variables a correlacionarse.
Si $-1 \leq r \leq 0$implica una correlación negativa. Esto es: mientras una se incrementa la otra disminuye. Por ejemplo, si aumenta el estrés disminuye la comprensión de las Matemáticas o mientras aumenta la negación a las Matemáticas disminuye el estrés, porque el alumno da por hecho que es “incapaz” para razonarlas y deja de preocuparse. O dicho de otra manera si su estrés se incrementa disminuye la comprensión y el alumno se aburre en clase o se pone a estudiar otra materia, en general está distraído.
Si $r = -1$, existe una correlación negativa perfecta. Esto es, mientras una aumenta la otra disminuye en la misma proporción.
Explicada la interpretación del coeficiente de correlación de Pearson se procederá al análisis de las respuestas con base en la matriz de datos construida.

3. Resultados

A continuación, se exponen los resultados obtenidos haciendo referencia al grado de causalidad a partir del coeficiente de correlación de Pearson como un porcentaje para poder ubicar de forma inmediata la relación entre las variables. Dado que hay resultados en las gráficas que incluyen más de dos variables se procedió a realizar el cálculo de cada coeficiente respecto a la combinación de cada par de variables y posteriormente obtener un coeficiente promedio.
Los cálculos se omiten en la presente ponencia dada su complejidad por lo que solo se anota, en ese caso, el resultado del promedio de los coeficientes.

$$\begin{array}{l} \text{Coeficiente de correlación de Pearson} = r_{x,y} \\ \text{Coeficiente de causalidad} = C_c\left(\%\right) = \left(r_{x,y}\right)^2 X100 \end{array} \text{ - - - - - - } (6)$$

$$\text{Ejemplo: } C_c = \left(0.10\right)^2 X100 = 1\%$$

ISSN 2448 – 7945

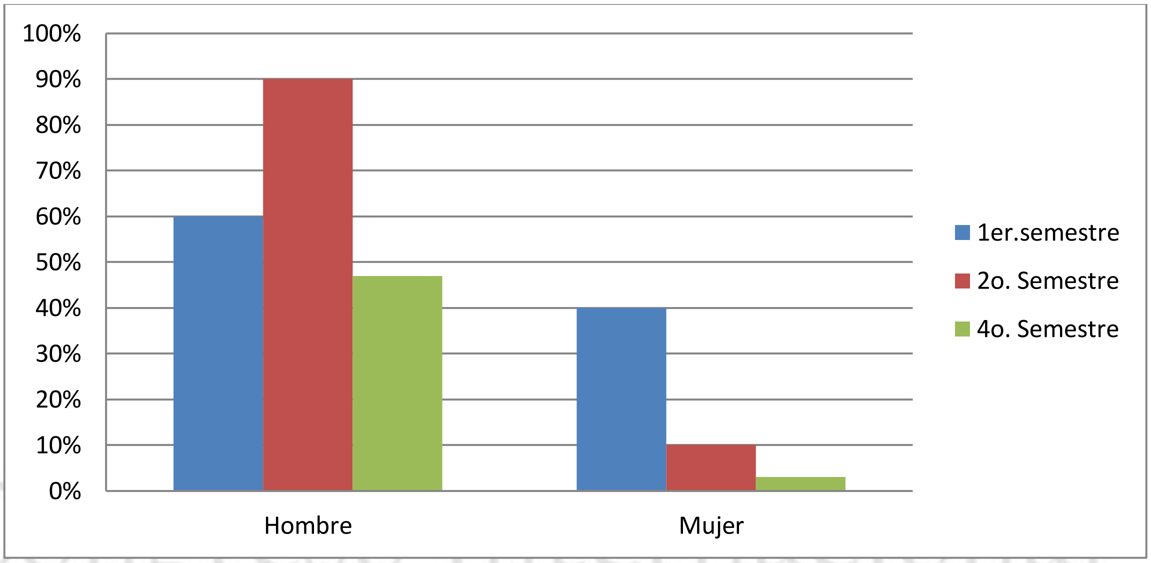


Fig. 1 Sexo del alumno

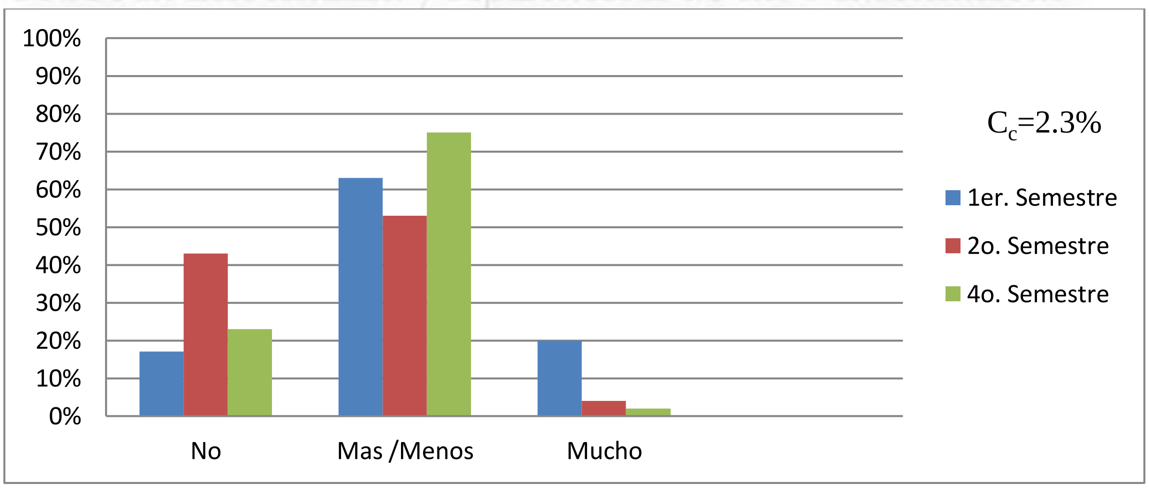


Fig. 2 La palabra Matemáticas te causa estrés

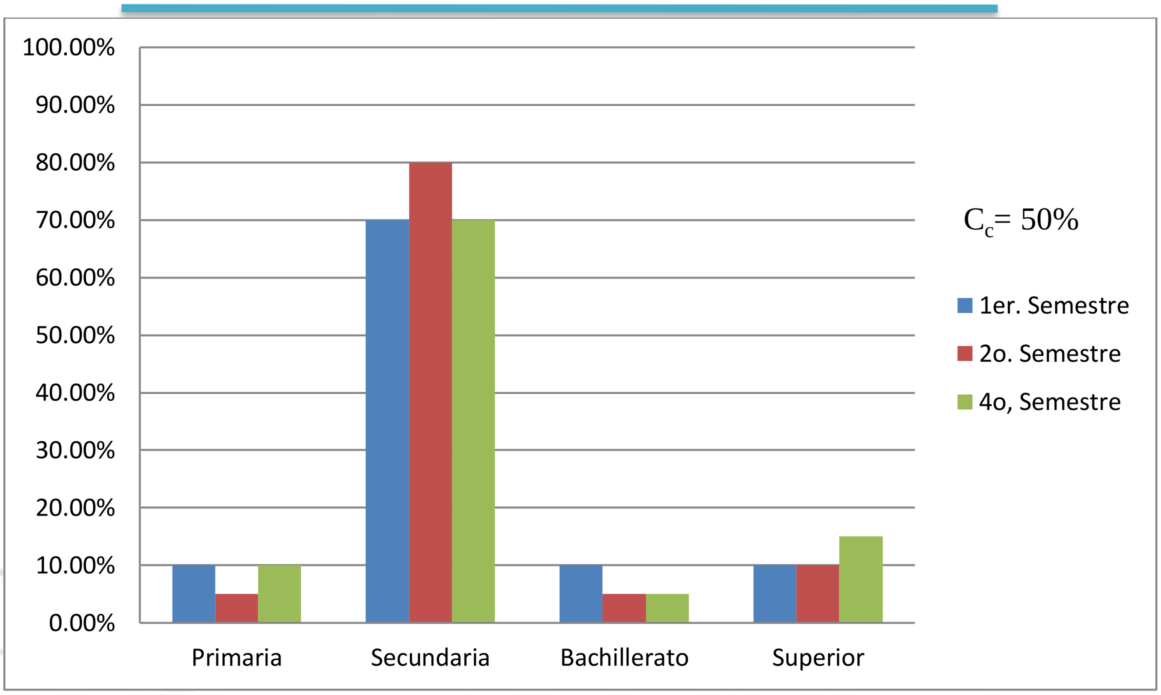


Fig. 3 En qué nivel te generó estrés las Matemáticas

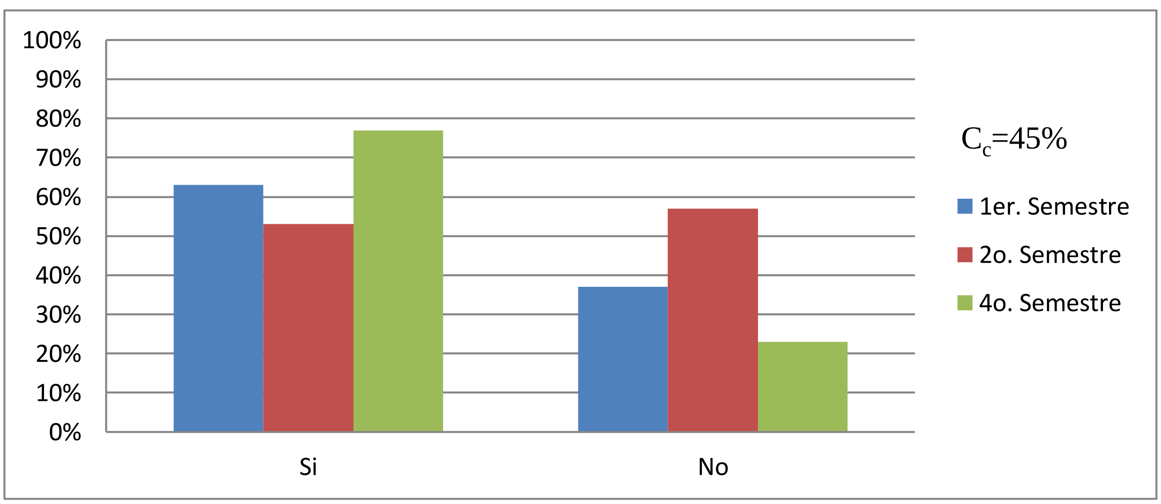


Fig. 4 Influyeron tus amigos en tu estrés a las Matemáticas

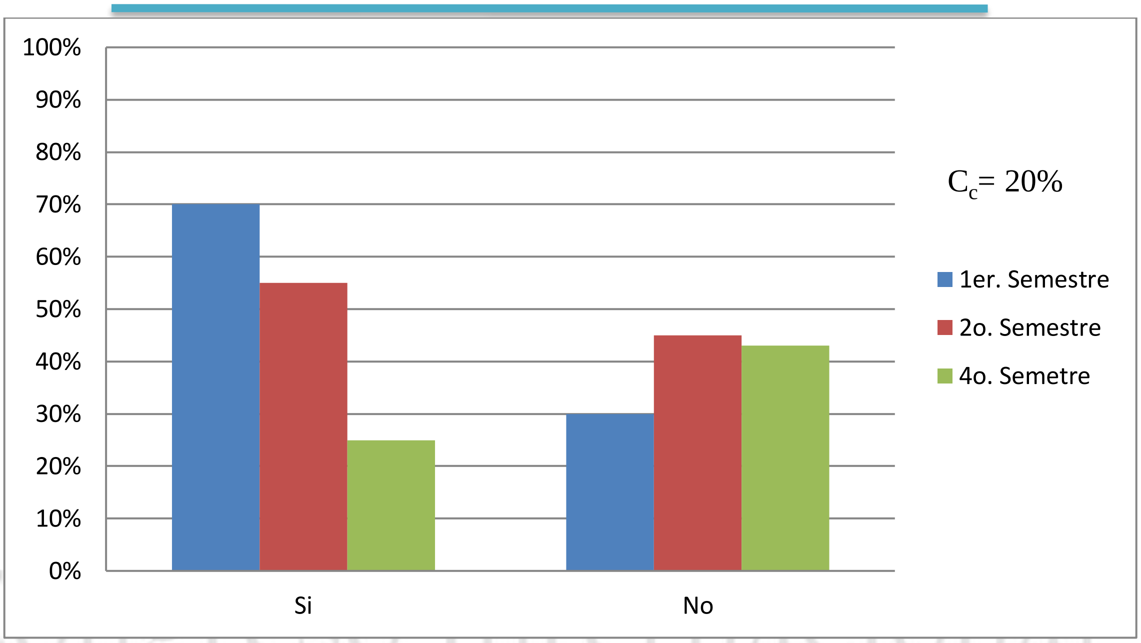


Fig. 5 En los exámenes te bloqueas o se te olvidan las cosas

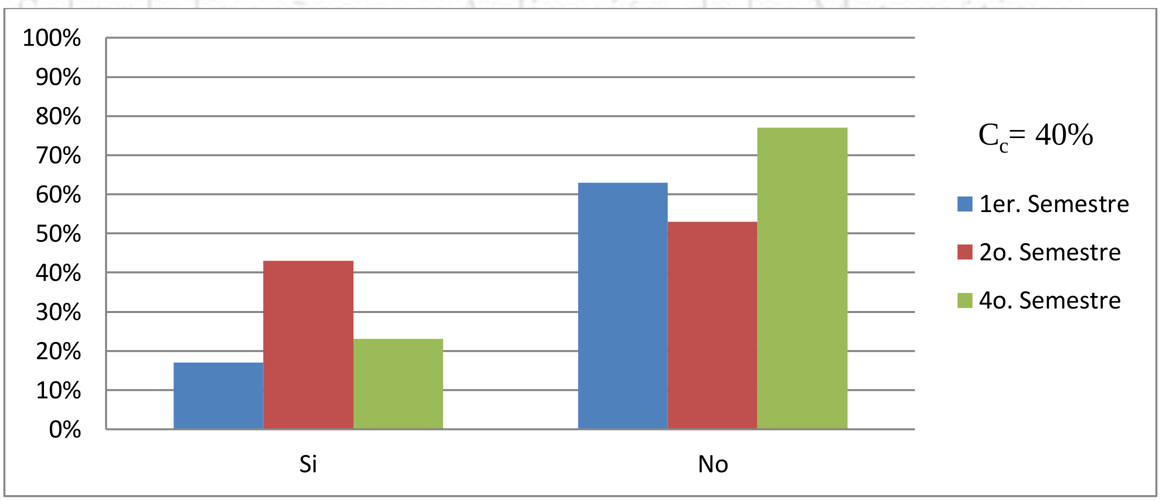


Fig. 6 Habrá sido el profesor el causante de tu estrés

ISSN 2448 – 7945

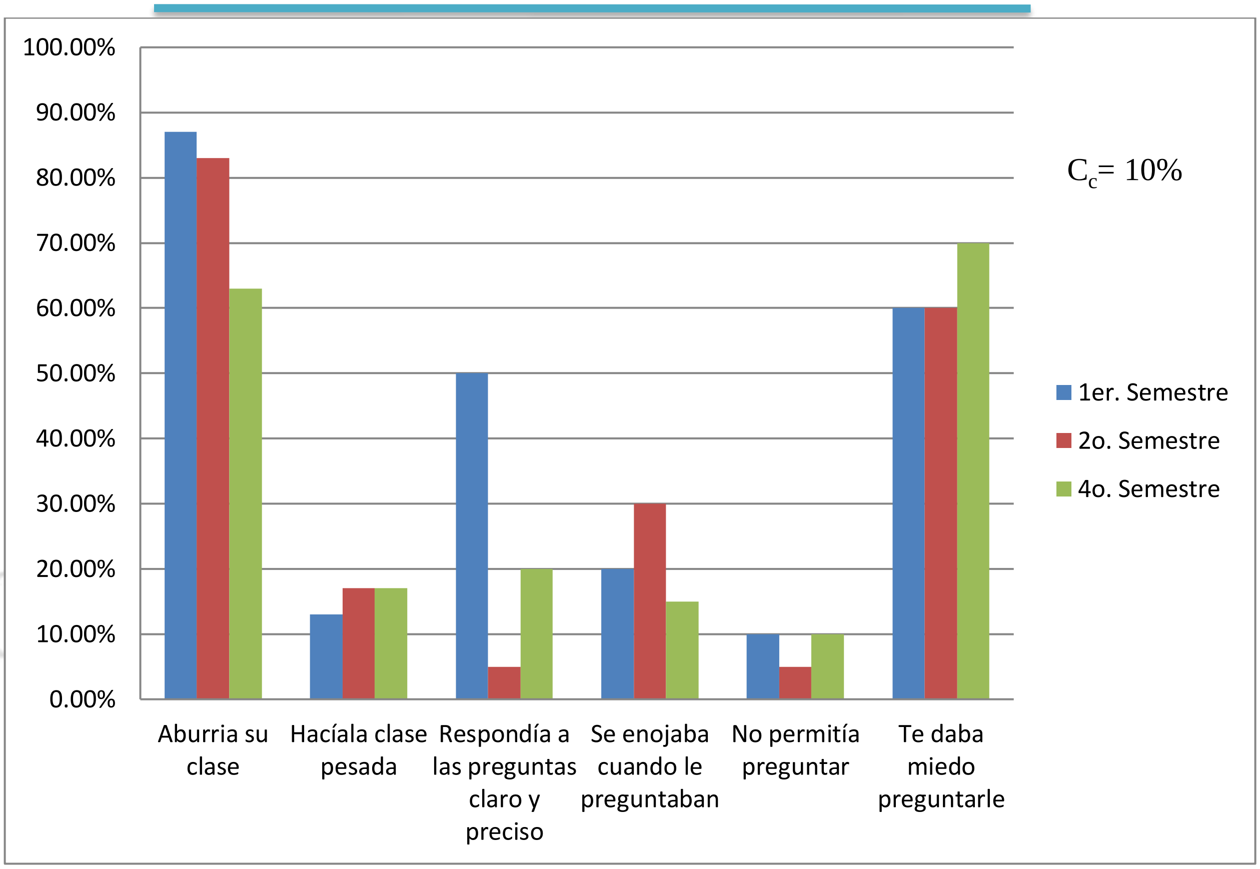


Fig. 7 Cuál era la actitud del docente en la clase

4. Discusión y/o análisis.

Como se puede mostrar en las gráficas en el ítem 4 se observa una fuerte correlación que señala que el estrés generado por las Matemáticas aparentemente tiene su origen en la Secundaria y también las amistades que ya pasaron por ese nivel y adquirieron el temor y rechazo a la materia, colaborando al estrés del alumno que las cursa por primera vez. También se observa que hay una cierta correlación que señala al profesor como posible causante del estrés. En los demás casos la correlación aparentemente es mínima.

5. Conclusiones

Con base a estos resultados podemos suponer que el origen del estrés causado por las Matemáticas es por la combinación de dos hechos: 1.El alumno de secundaria es un adolescente, esto implica que su personalidad no está bien definida y es sumamente incluible y 2. La falta de conocimientos fuertes en Matemáticas debido a que los profesores que imparten clase en secundaria no son científicos sino maestros de educación primaria con un alto grado de especialización en Matemáticas, lo que en ocasiones no permite resolver dudas a satisfacción.

6. Referencias

Arch, E. (30 de 05 de 2019). *https://docplayer.es/13838480-La-importancia-de-las-matematicas-en-el-desarrollo-cognitivo-ensayo-sobre-la-educacion-superior-dr-emilio-arch-tirado.html.* Obtenido de https://docplayer.es/13838480-La-importancia-de-las-matematicas-en-el-desarrollo-cognitivo-ensayo-sobre-la-educacion-superior-dr-emilio-arch-tirado.html.

Balbuena, Block, Ortega & Valencia (1991). *Reflexiones en torno a la modernización educativa. El caso de las Matemáticas en los primeros grados de la primaria.* Educación Matemática, 3(3), 40-57.

OCDE. (2015). Obtenido de Programa para la evaluación Internacional de alumnos (PISA): https://www.OCDE.org/keyfindings/PISA-2012-results-mexico-ESP.pdf

Mc.Ewen, B. S. (2000). *The neurology of stres from serendipity to clinical relevance.* E. U.: Brain Research.

Mendelhall, W. B. (2023). *Probabilidad y Estadística 14a ed.* USA: CengageLearning.

Spiegel, R. (1970). *Estadística.* México: Mc. Graw-Hill.

MÉTODOS TRADICIONALES Y CON SOFTWARE ESPECIALIZADO EN ECUACIONES DIFERENCIALES PARA INGENIERÍA: UN ESTUDIO COMPARATIVO

Ramírez Romero Gloria[1,1*,],Miralles Escobar Antonio[2]
[1,2]*Facultad de Ingeniería. UNAM. Av. Universidad 3000, Ciudad Universitaria, Circuito Interior S/N*

IP-POSM090

Resumen

Este estudio evalúa la efectividad del uso de software especializado frente a métodos tradicionales en la enseñanza de Ecuaciones Diferenciales en la Facultad de Ingeniería de la UNAM, con el objetivo de indagar en la comprensión conceptual y la motivación estudiantil comparando dos metodologías de enseñanza. Basado en teorías del aprendizaje que promueven herramientas educativas interactivas para un aprendizaje más profundo, se adoptó un diseño longitudinal no experimental comparando dos cohortes: una utilizando métodos tradicionales y otra con software especializado. Se emplearon una escala de motivación, las calificaciones finales y un examen diagnóstico al comienzo del curso siguiente, como instrumentos de medición. Los resultados indicaron que, aunque las calificaciones finales no mejoraron significativamente, el examen diagnóstico mostró una mejora notable en la comprensión a mediano plazo de los conceptos más relevantes, además de un aumento en la motivación y el valor percibido de las actividades educativas con el uso de software. Estos hallazgos sugieren que, a pesar de la falta de impacto inmediato en las calificaciones, los beneficios a largo plazo en la comprensión y la motivación justifican la integración de tecnologías avanzadas en la educación.

Palabras clave: *Ecuaciones, Diferenciales, software, motivación, enseñanza, tecnología.*

1. Introducción

La enseñanza de Ecuaciones Diferenciales (ED) en la Facultad de Ingeniería de la UNAM (FI) se enfrenta a desafíos contemporáneos, marcados por una percepción de rigidez y desvinculación con aplicaciones prácticas reales. En respuesta a la creciente demanda de métodos de enseñanza que integren tecnologías avanzadas y enfoques prácticos, este estudio explora la incorporación de software especializado como un medio para enriquecer la experiencia educativa. Comparando esta innovación tecnológica con métodos tradicionales, se busca no solo evaluar su impacto en la

[*1]*Autor para la correspondencia. E-mail: gloria.ramirez@ingenieria.unam.edu. Tel. 55-54-53-52-04*

mejora de la comprensión conceptual y la motivación estudiantil, sino también proporcionar *insights* que podrían guiar futuras reformas pedagógicas para abordar las necesidades y expectativas de los futuros ingenieros.

2. Contexto y justificación

En la FI, los estudiantes de tercer semestre que cursan ED frecuentemente califican la asignatura como teórica y poco estimulante, expresando una fuerte demanda por métodos de enseñanza que incorporen más aplicaciones prácticas y tecnologías modernas. Ante esta situación, este estudio comparativo se justifica por la necesidad de explorar el uso de software especializado, una herramienta que podría revitalizar el aprendizaje de conceptos matemáticos complejos y mejorar la interacción en el aula. Al evaluar la efectividad de los métodos tradicionales frente a las innovaciones tecnológicas, se espera proporcionar una base sólida para potenciales cambios en los planes de estudio y que alineen mejor la enseñanza de ED con las expectativas y necesidades de los futuros ingenieros.

3. Objetivo

Evaluar la efectividad del uso de software especializado en la enseñanza de Ecuaciones Diferenciales para mejorar tanto la comprensión conceptual como la motivación de los estudiantes, desde una comparación con los métodos tradicionales.

4. Marco teórico

4.1 Teorías del aprendizaje

Schunk (2012) comparte y agrupa perspectivas conductistas, cognitivas y constructivistas, argumentando que la tecnología en la educación facilita un aprendizaje más interactivo y personalizado. Este enfoque no solo mejora la comprensión de los conceptos, sino que también incrementa la motivación de los estudiantes, haciendo los contenidos más atractivos a la vez de accesibles. Especialmente en materias complejas como ED, el software especializado actúa como un puente entre la teoría y la práctica, fundamental para estudiantes de ingeniería.

4.2 Desafíos en la enseñanza de las Ecuaciones Diferenciales

La enseñanza de ecuaciones diferenciales se enfrenta a desafíos significativos, especialmente en la transición a niveles educativos superiores donde los estudiantes encuentran por primera vez conceptos complejos sin una base previa sólida. Las investigaciones han demostrado que los métodos tradicionales predominantes a menudo no logran facilitar una comprensión conceptual adecuada ni abordar la motivación de los estudiantes. Frente a estos desafíos, se ha sugerido que la incorporación de tecnologías avanzadas y enfoques pedagógicos modernos, como los métodos gráficos y numéricos, podría mejorar significativamente tanto la comprensión como el interés de los estudiantes en la materia (Bibi, y otros, 2017). Estos enfoques no solo ofrecen nuevas perspectivas en la solución de problemas, sino que también fomentan un entorno de aprendizaje más interactivo y estimulante, principalmente relevantes para asignaturas como ED.

La tecnología tiene el potencial no solo de enriquecer la comprensión de los conceptos, sino también de incrementar significativamente la motivación estudiantil al hacer el aprendizaje más interactivo y relevante.

4.3 Tecnologías en la educación

La incorporación de tecnologías digitales en la educación, especialmente en México, ha sido analizada en profundidad en el libro "La digitalización de la educación en México: Políticas, gestión y prácticas en las Instituciones Educativas". Este compendio señala cómo las políticas educativas y la gestión institucional han evolucionado para facilitar la integración de herramientas digitales en el aula, destacando tanto los avances como los desafíos en la transformación digital de las universidades (Rodríguez Gallegos & Quiroz Rivera, 2016). El texto aborda la relevancia de adaptar las prácticas pedagógicas para incluir tecnologías que permitan una enseñanza más interactiva y efectiva, un aspecto crucial para materias complejas como las ecuaciones diferenciales.

Pese a los desafíos, digitalizar la educación ofrece beneficios considerables y transformadores, especialmente en la enseñanza de ED mediante software especializado. Este enfoque no solo eleva la comprensión y la motivación estudiantil, sino que también adapta la educación con métodos de aprendizaje centrados en el estudiante, promoviendo prácticas pedagógicas más efectivas e inclusivas.

5. Estado del arte

La inclusión de sistemas expertos en la educación matemática, como discute Vílchez Quesada (2007), refleja una evolución crucial hacia enfoques educativos más adaptativos y centrados en el estudiante. La presente investigación sobre el uso de software especializado en la enseñanza de ED se alinea con esta visión, subrayando la importancia de herramientas tecnológicas que no solo mejoran la comprensión

ISSN 2448 – 7945

conceptual sino también la participación y motivación de los estudiantes. Este enfoque no solo es relevante por su capacidad de personalizar el aprendizaje, sino también por su potencial para transformar las metodologías pedagógicas tradicionales en prácticas más interactivas y eficaces, cumpliendo con las demandas contemporáneas de la educación superior.

La incorporación de tecnología en la modelación matemática, como se detalla en el estudio de Rodríguez y Quiroz (2016), subraya la importancia de adaptar métodos de enseñanza a las necesidades y habilidades contemporáneas de los estudiantes de ingeniería. En la presente investigación, esta perspectiva es crucial ya que resalta cómo el uso de software especializado no sólo facilita una comprensión más intuitiva de las ecuaciones diferenciales, sino que también promueve un aprendizaje más interactivo y aplicado.

6. Metodología

Esta investigación siguió un diseño longitudinal no experimental con un enfoque mixto, es decir, se utilizaron métodos cuantitativos y cualitativos. Este enfoque mixto permite, por un lado, medir la efectividad del uso de software especializado a través de datos cuantitativos además de explorar con cierto detalle las percepciones y experiencias de los estudiantes mediante análisis cualitativo.

6.1 Muestra

La muestra incluye dos cohortes de estudiantes de la FI. La generación 2024-1 con 36 estudiantes, utilizó métodos tradicionales, y la generación 2025-1 con 29 alumnos, que incorporó software especializado. Este diseño permite comparar directamente los efectos del uso de software especializado en la enseñanza de ED.

6.2 Instrumentos de medición

Para abordar de manera integral y poder comparar los efectos del uso de software especializado y los métodos tradicionales en la enseñanza de ecuaciones diferenciales, se emplearon tres instrumentos:

6.2.1 Escala de motivación

Una escala validada de motivación se aplicó al final del curso de ED, diseñada específicamente para este estudio y realizada en Google Forms. Las preguntas de la escala se agruparon en diversas categorías, detalladas en la Tabla 1. Este instrumento

ISSN 2448 – 7945

proporcionó datos esenciales para comparar cómo las diferentes metodologías de enseñanza influyen en la motivación estudiantil.

Tabla 1
Categorías e Ítems contenidos en la Escala Likert de motivación

Categoría	Ítems
Motivación Intrínseca	1. Me siento genial al entender temas nuevos.
	2. Me gusta enfrentar problemas desafiantes.
	3. Deseo aprender más allá del aula.
Valor de la Actividad	4. Útil para mi futuro profesional.
	5. Importante para mi desarrollo personal.
Autoeficacia	6. Capaz de resolver problemas difíciles.
	7. Equipado para obtener buenas notas en futuros cursos.
Motivación Extrínseca	8. Estudio para obtener buenas notas.
	9. Me esfuerzo más cuando hay exámenes importantes.
Expectativas de Futuro	10. Interesado en más cursos relacionados.
	11. Usaré lo aprendido en mi carrera y estudios

El instrumento fue revisado, corregido y nuevamente vuelto a revisar por expertos, para posteriormente aplicar alfa de Cronbach y así evaluar la consistencia interna.

6.2.2 Calificaciones finales del curso de ED

Se recopilaron las calificaciones finales de los estudiantes en el curso de ED para ambos grupos. Estas calificaciones proporcionaron un indicador cuantitativo del rendimiento académico inmediato bajo las dos metodologías de enseñanza.

6.2.3 Examen diagnóstico de Análisis Numérico

Al inicio de los semestres 2025-2 y 2024-2, se aplicó un examen diagnóstico de antecedentes de ecuaciones diferenciales a los estudiantes que cursaban la asignatura subsecuente: Análisis Numérico. Este examen evaluó, entre otras cosas, la comprensión de los conceptos clave de ED que se requieren en diversas asignaturas posteriores principalmente en Análisis Numérico. Este instrumento proporciona una medida cuantitativa sobre la comprensión de los conceptos. Es relevante mencionar que no todos los alumnos presentan este examen en el siguiente semestre, pues: no todos aprueban la asignatura, no todos los que aprueban se inscriben inmediatamente a Análisis Numérico o no todos los que se inscriben a Análisis Numérico presentan el examen Diagnóstico.

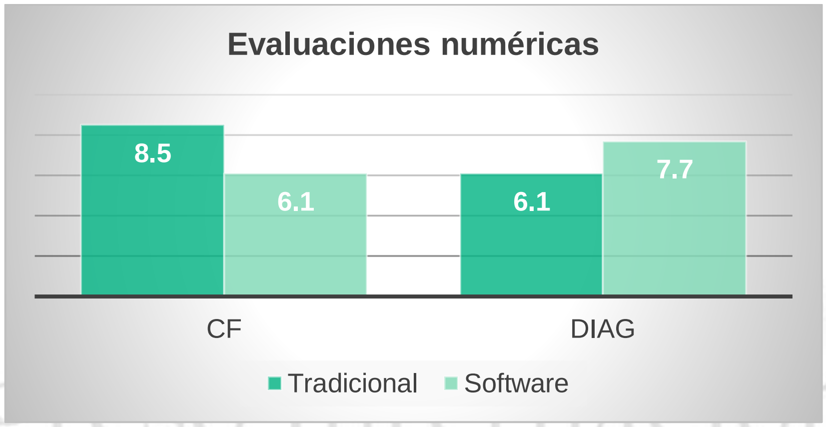
3. Resultados

ISSN 2448 – 7945

Dada la naturaleza mixta de esta investigación se agruparon los resultados en cuantitativos y cualitativos para posteriormente consolidarlos en el análisis.

Figura 1

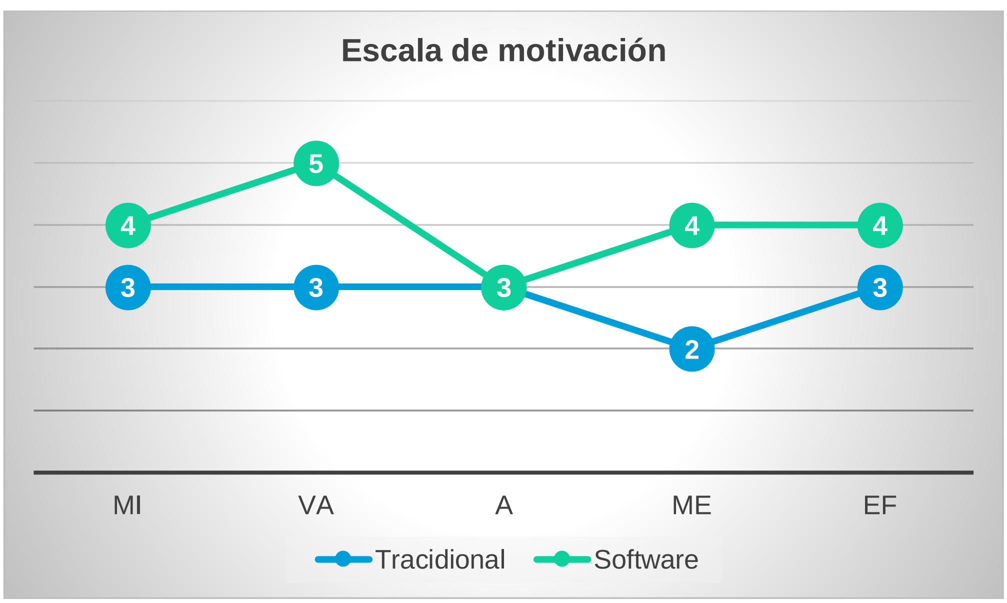
Resultados cuantitativos comparando los métodos de enseñanza (Elaboración propia)



En la Figura 1, se observa una comparación entre las calificaciones obtenidas por los alumnos. Se indica Calificación Final (CF) y la calificación del examen Diagnóstico (DIAG).

Figura 2

Resultados cuantitativos comparando los métodos de enseñanza (Elaboración propia)



ISSN 2448 – 7945

En la Figura 2, se observan la escala que representa las 11 preguntas agrupadas en: Motivación Intrínseca (MI), Valor de la actividad (VA), Autoeficacia (A), Motivación Extrínseca (ME) y Expectativas del Futuro (EF) para la generación que tuvo el apoyo de software Especializado y la generación que aprendió con métodos tradicionales.

4. Discusión y análisis.

El análisis estadístico de los resultados obtenidos en las pruebas cuantitativas se muestra en la Tabla 2, las cuales permiten un análisis estadístico a detalle.

Tabla 2
Resultados estadísticos de las pruebas cuantitativas realizadas a los dos grupos (Elaboración propia)

	Variable 1	*Variable 2*
Media	6.07	7.71
Varianza	0.23	0.24
Observaciones	26	17
Varianza agrupada	0.23	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	41	
Estadístico t	-10.92	
P(T<=t) una cola	5.18E-14	
Valor crítico de t (una cola)	1.68	
P(T<=t) dos colas	1.03E-13	
Valor crítico de t (dos colas)	2.02	

4.1 Estadístico t

La aplicación de la prueba t para muestras independientes en el estudio comparativo de métodos de enseñanza de ED reveló diferencias estadísticamente significativas en los resultados de los exámenes diagnósticos entre los dos grupos estudiados. El análisis mostró un valor t de -10.92 con un valor p extremadamente bajo de 1.036E-13, indicando una diferencia significativa en las puntuaciones medias de los grupos, con el grupo que utilizó software especializado (media de 7.77) superando al grupo que empleó métodos tradicionales (media de 6.07).

Este resultado estadístico es particularmente revelador, ya que subraya no solo la eficacia del software especializado en mejorar la comprensión de los estudiantes sobre ED, sino que también destaca su impacto positivo sobre la retención de conocimientos

ISSN 2448 – 7945

a mediano plazo. La magnitud del valor t, muy por encima del valor crítico de 2.02 para pruebas de dos colas, confirma la robustez de esta diferencia.

Estos hallazgos son fundamentales para argumentar a favor de la incorporación de tecnologías educativas modernas en la enseñanza de contenidos matemáticos complejos. Implican que, más allá de las calificaciones finales, el uso de herramientas tecnológicas enriquece el proceso de aprendizaje, ofreciendo a los estudiantes una mejor preparación para cursos subsiguientes y sus futuras aplicaciones profesionales. La significancia estadística obtenida refuerza la necesidad de revisar y adaptar las prácticas pedagógicas actuales para integrar soluciones tecnológicas que respondan efectivamente a las demandas educativas del siglo XXI.

5. Conclusiones

Este estudio subraya la utilidad del software especializado en la enseñanza de Ecuaciones Diferenciales en la FI, revelando que, aunque no mejora inmediatamente las calificaciones finales, sí aumenta significativamente la comprensión a mediano plazo y la motivación estudiantil. Los resultados sugieren que el software enriquece la experiencia educativa, haciéndola más interactiva y relevante, lo que puede fomentar un compromiso más profundo con el material. A futuro, es esencial continuar adaptando y evaluando herramientas tecnológicas para maximizar su impacto educativo y explorar su aplicación en otras áreas disciplinarias, potenciando así la preparación de los estudiantes para desafíos profesionales futuros.

6. Referencias

Bibi, A., Syed Zamri, S. N., Mohammad Abedalaziz, N. A., & Ahmad, M. (2017). Teaching and Learning of Differential Equation: A Critical Review to Explore Potential Area for Reform Movement. *International Journal for Innovate Research in Multidisciplinary Field*, *3*(6), 225-235.

Rodríguez Gallegos, R., & Quiroz Rivera, S. (2016). El papel de la tecnología en el proceso de modelación matemática para la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *19*(1), 99-124.

Schunk, D. H. (2012). *Teorías del aprendizaje. Una perspectiva educativa.* Pearson, México.

Vílchez Quesada, E. (2007). Sistemas expertos para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en la educación superior. *Cuadernos de Investigación en Educación Matemática*, 45-67.

ISSN 2448 – 7945

CÁLCULO VECTORIAL: DETERMINACIÓN DE INTEGRALES TRIPLES SOBRE REGIONES NO RECTANGULARES MEDIANTE INTEGRACIÓN DE SIMPSON 1/3

Sánchez Lozano Guillermo Alberto[1,*] y Amezcua Rivera[2]
[1,2]*Facultad de Ingeniería, UNAM. Avenida Universidad 3000, Ciudad Universitaria, Coyoacán, CDMX. CP04510*

AP-POSM091

Resumen

La integración múltiple está presente en diversas disciplinas de las ciencias exactas y ciencias ingenieriles. Al abordar este tema de estudio, suele referirse exclusivamente a técnicas analíticas, estas son, aquellas que pueden resolverse a hoja y papel. No obstante, no se suele mencionar que en aplicaciones más serias tanto en la industria como en la investigación las expresiones ya no admiten integraciones analíticas o en el mejor de los casos, estas pueden ser engorrosas y laboriosas.
En el presente trabajo se presentará la implementación de un algoritmo numérico para integración triple mediante la discretización de esta integral mediante el método de Simpson 1/3, convirtiendo el problema en uno de sumatoria de volúmenes «discretos».
Se presenta el código fuente del algoritmo mediante el lenguaje de programación Fortran 90 el cual estará escrito para obtener los cálculos en doble precisión (aunque no restringido únicamente a esta).
Posteriormente, se muestran algunos ejemplos los cuales se validan mediante el software Wolfram Mathematica el cual se especializa en cálculo simbólico y numérico.
Durante la exposición del tema, se detallan conceptos numéricos asociados al cálculo de integrales, así como las condiciones de convergencia de esta en su versión discreta.

Palabras clave: *Integración, Numérico, Programación, Simpson, Cálculo.*

1. Introducción

La generalización del concepto de integral suele aparecer con frecuencia en las áreas de ingeniería y física hasta dimensión tres. Dentro de sus aplicaciones se enuncian el cálculo de volúmenes, masas, centros de masa de un sólido, funciones de densidad conjunta de tres variables aleatorias, entre otras.
A nivel didáctico, se acostumbra a ejemplificar problemas que tienen solución analítica y cuyas operaciones pueden abordarse en unos pocos pasos en regiones rectangulares (coordenadas cartesianas), regiones esféricas (coordenadas esféricas) o cilindros circulares (coordenadas cilíndricas).
El caso general de integración de una función $f(u, v, w)$ podría conllevar diversas dificultades para algunas aplicaciones: o bien la función no admite integraciones analíticas o los límites de integración dificultan las respectivas integraciones iterativas (integración variable a variable). Sin embargo, si la función es continua

[1] *Autor para la correspondencia. E-mail: GUILLERMO.SANCHEZ@INGENIERIA.UNAM.EDU*

Memorias del Congreso Internacional sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán
8 y 9 de mayo del 2025, Cuautitlán Estado de México
ISSN 2448 – 7945

en los intervalos de integración puede aplicarse un método numérico denominado «integración de Simpson 1/3» el cual puede ejecutarse tres veces para encontrar una aproximación numérica a la integral.
El presente trabajo está encaminado a ilustrar el algoritmo de integración numérica de Simpson 1/3, desde su sustentación matemática hasta la implementación de este en el lenguaje de programación científico Fortran (en su versión 90 al ser libre) cuyo resultado será validado mediante el software comercial Wolfram Mathematica. Tales resultados permitirán expandir el conocimiento que se tiene sobre la evaluación de integrales múltiples y como las técnicas numéricas pueden implementarse para complementar un tema que tradicionalmente se aborda de forma analítica.

2. Metodología o desarrollo

2.1 Método de Simpson 1/3

El caso más general para la solución de una integral triple consiste en la evaluación de ésta en una región no rectangular, tal como se aprecia en la siguiente ecuación (Stewart 2018):

$$I = \int_a^b \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} \int_{k_1(x,y)}^{k_2(x,y)} f(x,y,z)dzdydx \qquad [1]$$

Dicha integral se aplica sobre una región en el espacio tridimensional V la cual está delimitada por la diferencia entre las funciones $z_2 = k_2(x,y)$ y $z_1 = k_1(x,y)$ la cual tiene una proyección en el plano xy delimitada por las funciones $y_2 = g_2(x)$ y $y_1 = g_1(x)$ dentro del intervalo $[a,b]$ en x como se muestra en la Figura 1.

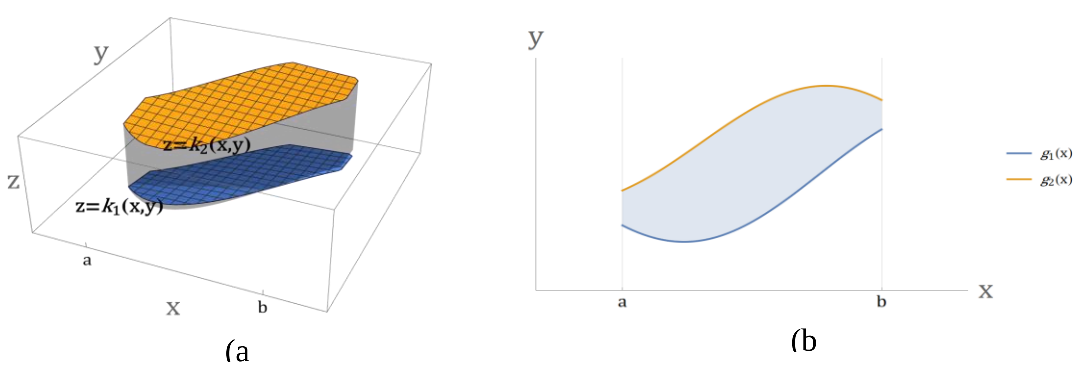


Figura 1. *Esquema de la región V: (a) Vista isométrica de la región tridimensional, (b) Proyección en el plano xy de la región a integrar.*

ISSN 2448 – 7945

Por simplificación asumimos que la función $f(x,y,z)$ es continua en la región (volumen de interés). Este tipo de problemas se puede resolver mediante la discretización anidada que se resalta en la siguiente ecuación:

$$I = \int_a^b \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} \underbrace{\left[\int_{k_1(x,y)}^{k_2(x,y)} f(x,y,z)dz\right]}_{(a)} dydx \qquad [2]$$

La integral más interna designada con (a) se discretiza mediante el esquema de Simpson 1/3 (Chapra y Canale 2015) como sigue:

$$h(x,y) = \int_{k_1(x,y)}^{k_2(x,y)} f(x,y,z)dz \approx \frac{\Delta z}{3}\left[f(x,y,z_0) + 4\sum_{i=1,3,5}^{n-1} f(x,y,z_i) + 2\sum_{i=2,4,6}^{n-2} f(x,y,z_i) + f(x,y,z_n)\right] \quad [3]$$

Donde el incremento en la dirección z y sus respectivos puntos de evaluación son:

$$\Delta z = \frac{k_2(x,y) - k_1(x,y)}{n} \qquad [4]$$
$$z_i = k_1(x,y) + i \cdot \Delta z \quad \text{para } i = 0,1,2,\ldots,n$$

En las expresiones anteriores n es el número de nodos (o divisiones) en la dirección z e i es simplemente el índice que se recorre para evaluar el i-ésimo valor de z_i. Sustituyendo la discretización [3] en la integral triple dada en [1] se obtiene la siguiente expresión:

$$I = \int_a^b \underbrace{\left[\int_{g_1(x)}^{g_2(x)} h(x,y)\,dy\right]}_{(a)} dx \qquad [5]$$

Observe que el problema de integración triple se «redujo» a uno de doble integración. Enseguida, se procede a repetir el proceso de discretización usando el método de Simpson 1/3 pero ahora con (a) de [5] como sigue:

$$H(x) = \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} h(x,y)\,dy \approx \frac{\Delta y}{3}\left[h(x,y_0) + 4\sum_{j=1,3,5}^{m-1} h(x,y_j) + 2\sum_{j=2,4,6}^{m-2} h(x,y_j) + h(x,y_n)\right] [6]$$

donde el incremento en la dirección y y sus respectivos puntos de evaluación son:

$$\Delta y = \frac{g_2(x) - g_1(x)}{m} \qquad [7]$$
$$y_i = g_1(x) + j \cdot \Delta y \; (j = 0,1,2,\ldots,m)$$

ISSN 2448 – 7945

En las expresiones anteriores m es el número de nodos (o divisiones) en la dirección y e j es simplemente el índice que se recorre para evaluar el j-ésimo valor de y_i. Sustituyendo la discretización [6] en la integral doble dada en [5] se obtiene la siguiente expresión, la cual a su vez vuelve discretizarse con el método de Simpson 1/3:

$$I = \int_a^b H(x)dx = \frac{\Delta y}{3}\left[H(x_0) + 4\sum_{k=1,3,5}^{l-1} H(x_k) + 2\sum_{k=2,4,6}^{l-2} H(x_k) + H(x_n)\right] \qquad [8]$$

donde el incremento en la dirección x y sus respectivos puntos de evaluación son:

$$\Delta x = \frac{b-a}{l} \qquad [9]$$
$$x = a + k \cdot \Delta x \text{ para } k = 0,1,2,\dots,l$$

2.2 Programación en Fortran 90

La programación del algoritmo en Fortran (Bose 2019) se realiza mediante el uso de la declaración de la función $f(x,y,z)$ y de la declaración de la función $H(x)$ como se aprecia en la Tabla 1. A su vez, se declara el intervalo de integración $[a,b]$. Por simplicidad se asume que el número de divisiones en las direcciones son las mismas, esto es, $n = m = l = 1000$.

En la tabla 2 se declaran las funciones $h(x,y)$ y $H(x)$ las cuales son la discretización de [3] y [4]. A su vez, en la tabla 3 se declaran los límites de integración en z y y, esto es, $k_2(x,y), k_1(x,y), g_2(x)$ y $g_1(x)$, respectivamente.

Intuitivamente, el código consiste en sumar pequeños volúmenes cúbicos en las direcciones x,y,z los cuales al recorrer todo el dominio aproximan la integral triple. Observe que se sustituyó el esquema diferencial por uno de diferencias mediante la discretización de las integrales mediante el método de Simpson 1/3, cuyas respectivas sumatorias se programaron mediante el uso del ciclo DO controlado por contador.

Todos los cálculos fueron efectuados en doble precisión como se puede apreciar en las declaraciones de las variables REAL (KIND=8), en donde el número «8» indica doble precisión dentro de la sintaxis de Fortran. En cuanto al uso de memoria, los valores de las sumatorias se van almacenando de manera progresiva término a término para acelerar el algoritmo, de manera que no es necesario declarar un arreglo de n^3 componentes para todo el mallado.

El programa formulado funciona eficientemente para valores de $n \approx 1000$. Si se desea mejorar la precisión se puede colocar $n = 10000 = 10^5$, de tal manera que se obtengan $n^3 = 10^{15}$ nodos. Valores superiores podrían desencadenar un redondeo indeseable

ISSN 2448 – 7945

e inherente a los compiladores y su manejo de los números de punto flotante. Una alternativa para aumentar la precisión es probar distintos valores para n, m y l con un orden de magnitud de $10^3 - 10^4$.

La implementación del algoritmo computacional de integración triple se puede sin mucha dificultad extrapolar a dimensiones superiores, o bien, usando un esquema de integración numérica de orden superior, como es el caso de Simpson 3/8.

Los resultados del algoritmo computacional de integración triple se discuten en la siguiente sección.

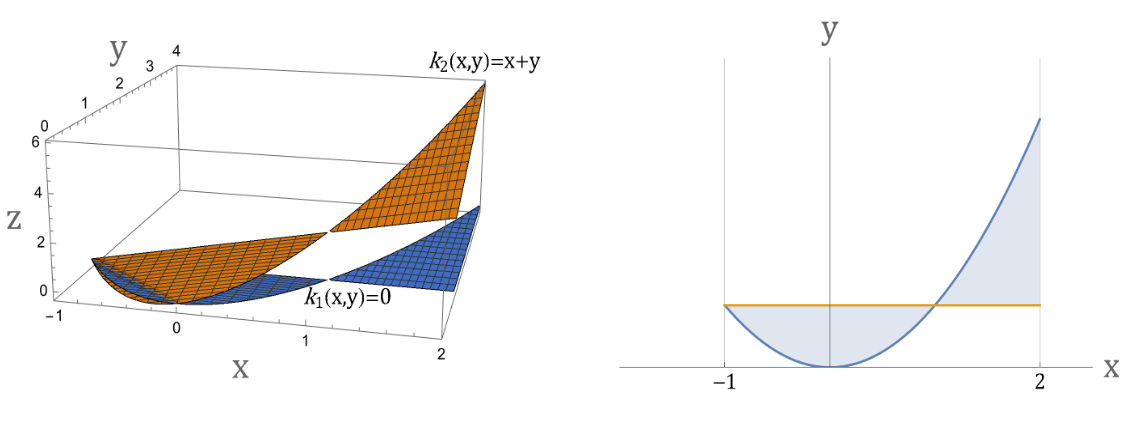
3. Resultados y análisis

A continuación, se resolverán dos ejemplos los cuales ilustran el uso del algoritmo y los resultados proporcionados por el mismo

Ejemplo 1. Resuelva numéricamente la siguiente integral triple.

$$\int_{-1}^{2}\int_{1}^{x^2}\int_{0}^{x+y} 2x^2y\,dz\,dy\,dx$$

Solución: La función a integrar es $f(x,y,z) = 2x^2y$, cuya región a integrar se muestra en la figura 2.



(a (b

Figura 2. *Esquema de la región a integrar en el Ejemplo 1: (a) Vista isométrica de la región tridimensional, (b) Proyección en el plano xy de la región a integrar.*

```
PROGRAM integral_triple_irregular
   IMPLICIT NONE
   REAL (KIND=8) a,b,Integral_Triple,Resultado
   INTEGER n

   a=-1.d0 !Límite inferior en x
   b=2.d0 !Límite superior en x
   n=1000 !Division del dominio, 100x100 nodos en Rxy

   Resultado=Integral_Triple(n,a,b)

   WRITE(*,'(A16,F17.8)') 'Integral triple=',Resultado
   WRITE(*,*) 'n=',n
END PROGRAM
!*************Integrando
FUNCTION f(x,y,z)
   IMPLICIT NONE
   REAL (KIND=8) x,y,z,f
   f=2.d0*(x**2)*y
END FUNCTION
```

```
!*************Discretización en el dominio en x
Function Integral_Triple(n,a,b)
   IMPLICIT NONE
   REAL (KIND=8) deltaX,xi,HH,a,b,Integral_Triple
   REAL (KIND=8) suma1,suma2
   INTEGER i,n
   deltaX=(b-a)/DBLE(n)
   !suma impares
   suma1=0.d0
   DO i=1,(n-1),2
     xi=a+deltaX*DBLE(i)
     suma1=suma1+HH(xi,n)
   END DO
   !suma pares
   suma2=0.d0
   DO i=2,(n-2),2
     xi=a+deltaX*DBLE(i)
     suma2=suma2+HH(xi,n)
   END DO
   !Se calcula la integral según el método de Simpson 1/3 en h(x)

Integral_Triple=(deltaX/3.d0)*(HH(a,n)+4.d0*suma1+2.d0*suma2+HH(b,n))
END FUNCTION
```

Tabla 1 *Código en Fortran para evaluar una integral triple con región irregular. Los valores y las funciones son los usados en el ejemplo 1.*

```
!***Discretización en el dominio en Z,
!el cual se codifica en la función h(x,y)
FUNCTION h(x,y,n) !Ecuación [3] del apunte
   IMPLICIT NONE
   REAL (KIND=8) x,y,h,deltaZ,z0,zi,fxy_z0,fxy_zn,f,k1,k2
   REAL (KIND=8) suma1,suma2
   INTEGER i,n
   deltaZ=(k2(x,y)-k1(x,y))/DBLE(n)
   !Términos de la ecuación [3] del apunte
   fxy_z0=f(x,y,k1(x,y))
   fxy_zn=f(x,y,k2(x,y))
   z0=k1(x,y)  !Valor inicial del intervalo en el dominio [k1(x,y),k2(x,y)]
   !suma impares
   suma1=0.d0
   DO i=1,(n-1),2
     zi=z0+deltaZ*DBLE(i)
     suma1=suma1+f(x,y,zi)
   END DO
   !suma pares
   suma2=0.d0
   DO i=2,(n-2),2
     zi=z0+deltaZ*DBLE(i)
     suma2=suma2+f(x,y,zi)
   END DO
   !Se calcula la integral según el método de Simpson 1/3 en h(x)
   h=(deltaZ/3.d0)*(fxy_z0+4.d0*suma1+2.d0*suma2+fxy_zn)
END FUNCTION
```

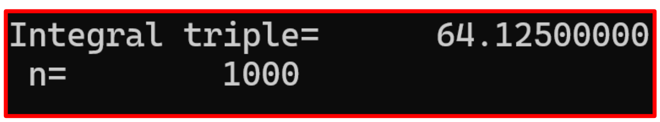
```
!***Discretización en el dominio en Y,
!el cual se codifica en la función H(x)
FUNCTION HH(x,n) !Ecuación [6] del apunte
   IMPLICIT NONE
   REAL (KIND=8) x,h,HH,deltaY,y0,yi,hx_y0,hx_yn,g1,g2
   REAL (KIND=8) suma1,suma2
   INTEGER i,n
   deltaY=(g2(x)-g1(x))/DBLE(n)
   !Términos de la ecuación [6] del apunte
   hx_y0=h(x,g1(x),n)
   hx_yn=h(x,g2(x),n)
   y0=g1(x)  !Valor inicial del intervalo en el dominio [g1(x),g2(x)]
   !suma impares
   suma1=0.d0
   DO i=1,(n-1),2
     yi=y0+deltaY*DBLE(i)
     suma1=suma1+h(x,yi,n)
   END DO
   !suma pares
   suma2=0.d0
   DO i=2,(n-2),2
     yi=y0+deltaY*DBLE(i)
     suma2=suma2+h(x,yi,n)
   END DO
   !Se calcula la integral según el método de Simpson 1/3 en h(x)
   HH=(deltaY/3.d0)*(hx_y0+4.d0*suma1+2.d0*suma2+hx_yn)
END FUNCTION
```

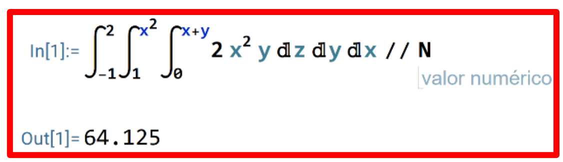
Tabla 2. *Declaración de las funciones $h(x,y)$ y $H(x)$.*

```
!************ Límite superior en "z"
FUNCTION k2(x,y)
   IMPLICIT NONE
   REAL (KIND=8) k2,x,y
   k2=x+y
END FUNCTION
!************ Límite inferior en "z"
FUNCTION k1(x,y)
   IMPLICIT NONE
   REAL (KIND=8) k1,x,y
   k1=0.d0
END FUNCTION
!************ Límite superior en "y"
FUNCTION g2(x)
   IMPLICIT NONE
   REAL (KIND=8) g2,x
   g2=x**2
END FUNCTION
!************ Límite inferior en "y"
FUNCTION g1(x)
   IMPLICIT NONE
   REAL (KIND=8) g1,x
   g1=1.d0
END FUNCTION
```

Table 3. *Declaración de funciones* $k_2(x,y), k_1(x,y), g_2(x)$ *y* $g_1(x)$.

El resultado de la integración mediante el código implementado y Wolfram es verificado con Wolfram Mathematica:



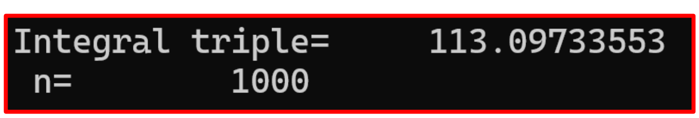


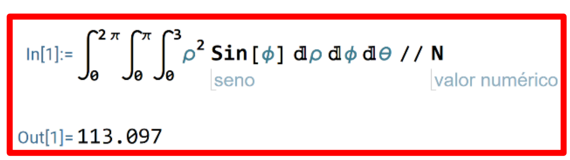
Ejemplo 2. Resuelva numéricamente la siguiente integral triple:

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_0^{3}\rho^2\sin(\phi)\,d\rho\,d\phi\,d\theta$$

Solución. Empleando nuevamente el código de las Tablas 1,2 y 3 pero adaptándolo al presente problema del volumen de una esfera de radio $R = 3$ donde se asignan las variables de la siguiente manera: $\rho \to z, \phi \to y, \theta \to x$.

El resultado de la integración mediante el código implementado y Wolfram es verificado con Wolfram Mathematica:





En ambos ejemplos se mostró que el código reprodujo los mismos resultados con una precisión de 8 decimales. Se puede aumentar la precisión de los resultados incrementando el número de nodos, aunque se recomienda que $n \sim 10^3$ para evitar el error de redondeo, a menos que se cuente con un compilador de Fortran que admita cuádruple precisión, en el cual se debe agregar en la declaración de variables (KIND=16).

4. Conclusiones

Se ha presentado la implementación de un algoritmo de integración triple mediante el método de Simpson 1/3 en Fortran 90. Los resultados del algoritmo fueron a su vez comprobados por el software Wolfram Mathematica hasta 8 decimales de precisión, aunque pueden extenderse a doble precisión si se dispone del compilador adecuado.

A su vez, el código fuente se aplicó tanto a coordenadas cartesianas como esféricas, sin embargo, no se restringe a estas, con la única condición de que la función $f(x, y, z)$ sea continua en toda la región de interés.

Finalmente, la construcción del algoritmo permite no solo resolver problemas donde la integración analítica es complicado o donde no existe un método de resolución, sino también ilustrar el cálculo de esta mediante volúmenes diferenciales.

Agradecimientos

Los autores agradecen el apoyo de la Coordinación de Matemáticas de la División de Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería UNAM.

6. Referencias

Bose S J (2019) *Numerical Methods of Mathematics Implemented in Fortran* 1st ed. Springer: Singapore.

Chapra S. C., Canale R. P. (2015) *Métodos numéricos para ingenieros* 7ª ed. Mc Graw Hill: México

Stewart J (2018) *Cálculo de varias variables Trascendentes tempranas* 8ª ed. Cengage: México

Wolfram (2025) *Wolfram Language & System: Documentation Center* https://reference.wolfram.com/language/

ISSN 2448 – 7945

SOFTWARE INTERACTIVO PARA VISUALIZAR TRANSFORMACIONES LINEALES Y CONCEPTOS CLAVE DE ÁLGEBRA LINEAL EN EL AULA

Amezcua Rivera Héctor Rodrigo, *, [1] y Sánchez Lozano Guillermo Alberto[1]
[1]*División de Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería, UNAM, Conjunto Sur Edificio J, Circuito exterior s/n, Ciudad Universitaria. c. p. 04510, Coyoacán, CDMX*

ID-POSM092

Resumen

La enseñanza del Álgebra Lineal en programas de ingeniería a menudo enfrenta dificultades debido a la percepción de abstracción de los conceptos y a la falta de conexión evidente con aplicaciones prácticas en el campo profesional. Esta desconexión puede derivar en una pérdida de interés por parte de los estudiantes. En respuesta a este desafío, se desarrolló una herramienta computacional interactiva utilizando el lenguaje de programación Python, diseñada específicamente para visualizar y explorar los efectos geométricos de las transformaciones lineales definidas en los espacios vectoriales $\mathbb{R}^2$ *y* $\mathbb{R}^3$*. Adicionalmente, se incluyen opciones para ilustrar el núcleo y el recorrido de una transformación lineal, así como la representación de vectores característicos de operadores lineales. Esta herramienta ha sido utilizada durante cinco años en el aula, permitiendo su validación en actividades prácticas diseñadas para mejorar el aprendizaje. Algunos de los ejemplos trabajados con la herramienta están documentados en este trabajo. Los resultados obtenidos indican un aumento significativo en la motivación y comprensión de los conceptos por parte de los estudiantes. Estas actividades evidenciaron que la visualización interactiva facilita la interpretación de conceptos abstractos, promoviendo un aprendizaje más profundo y significativo. Este trabajo resalta la necesidad de implementar estrategias pedagógicas innovadoras que combinen tecnologías computacionales con enfoques educativos modernos, fomentando una experiencia de aprendizaje más dinámica y centrada en el estudiante.*

Palabras clave: *Álgebra lineal, transformaciones lineales, herramienta computacional.*

1. Introducción

El procedimiento de enseñanza-aprendizaje de la asignatura de Álgebra Lineal (AL) puede representar un reto tanto para profesores como para estudiantes. Esto se debe principalmente al nivel de abstracción de muchos de los conceptos clave en los que se desenvuelve la mayor parte de la asignatura. Estos conceptos, al no estar directamente vinculados con experiencias tangibles, suelen percibirse como teóricos y de difícil aplicación (Biggs y Tang, 2011). Para superar esta barrera, las metodologías activas, como el aprendizaje basado en problemas y el aprendizaje colaborativo, han demostrado ser estrategias efectivas para mejorar la comprensión y retención de información (Prince, 2004). Estas metodologías colocan al estudiante

[1] **Autor para la correspondencia. E-mail: rodrigo_amezcua@comunidad.unam.mx*

como protagonista del proceso de aprendizaje, promoviendo su participación activa en la construcción del conocimiento. Además, otro desafío importante radica en que las nuevas generaciones de estudiantes tienden a requerir recursos visuales más dinámicos para mantener su atención e interés, especialmente durante clases de larga duración. En este contexto, cualquier material que busque ilustrar conceptos abstractos de manera visual puede resultar de gran utilidad tanto para estudiantes como para profesores, facilitando el entendimiento y la enseñanza de la asignatura. Según estudios relacionados con el tema, las representaciones gráficas y animadas pueden ayudar a los estudiantes a relacionar aspectos abstractos de las matemáticas con interpretaciones más concretas y accesibles (Drijvers et al., 2010). Según Gilakjani et al. (2011), la combinación de metodologías activas y tecnologías educativas puede fomentar un aprendizaje más profundo y significativo, especialmente en temas que requieren un alto grado de visualización, El AL se encarga del estudio de los espacios vectoriales y de las transformaciones lineales (TL). Así, resulta indispensable que cualquier estudiante de la asignatura comprenda muy bien ambos conceptos. En muchos programas de estudio, como el de la Facultad de Ingeniería de la UNAM (DCB UNAM, n.d), se incluye, como subtema, el estudio del efecto geométrico de las TL en donde se abordan efectos de contracción, expansión, reflexión, deformación, rotación, etc. Este estudio de efectos geométricos contribuye a que el estudiante pueda consolidar conocimientos y, también, a formular preguntas sobre la representación gráfica de otros conceptos asociados a las TL. Este trabajo presenta el uso de una herramienta computacional desarrollada en Python, diseñada para representar de manera visual los efectos geométricos de una TL con dominio en los espacios vectoriales $\mathbb{R}^2$ o $\mathbb{R}^3$. Asimismo, se describen ejemplos prácticos implementados en el aula con estudiantes y se analizan los resultados obtenidos tras su aplicación en un contexto educativo.

2. Metodología

Sean V y W dos espacios vectoriales definidos sobre el campo $\mathbb{R}$, si existe una función T que asigne a cada vector $\bar{v} \in V$ un vector único $T(\bar{v}) \in W$ y que satisface las propiedades de superposición y homogeneidad, entonces T es una TL (Grossman, 2012). Así, una TL transforma o mapea a un vector de un dominio V a un codominio W. Suponiendo que, por ejemplo, $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ó $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, es posible visualizar el efecto geométrico sobre un vector $\bar{v}$ cuando se aplica T. Transformar un vector empleando una TL es un procedimiento que se puede realizar de forma matricial de acuerdo con la Ec. 1.

$$M_A^B(T)[\bar{v}]_A=[T(\bar{v})]_B \qquad \textbf{(1)}$$

En esta ecuación, A es la base del dominio y B es la base del codominio, $[\bar{v}]_A$ y $[T(\bar{v})]_B$ son las coordenadas del vector $\bar{v}$ y de su imagen bajo la TL T en las bases A y B, respectivamente. Así, la matriz asociada a T permite transformar a un conjunto de vectores mediante un producto matricial si estos se acomodan de una manera conveniente, *i.e*, como lista en una matriz. En la Ec. 2, se muestra, como ejemplo, la

ISSN 2448 – 7945

construcción de dicha matriz para una TL definida en espacios vectoriales de dimensión dos.

$$\begin{bmatrix} \alpha_{12} & \alpha_{12} \\ \alpha_{22} & \alpha_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{11} & \cdots & \beta_{1n} \\ \beta_{21} & \cdots & \beta_{2n} \end{bmatrix}_A = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \cdots & \gamma_{1n} \\ \gamma_{21} & \cdots & \gamma_{2n} \end{bmatrix}_B \qquad (2)$$

De esta manera, se puede transformar una lista de n vectores con una operación matricial. Esto es especialmente útil en lenguajes que cuentan con librerías para realizar esta operación de manera directa, *e.g.*, *Python* con la librería llamada *numpy*. Para generar una animación se propone generar una serie de matrices de transformación que generen una transición desde un estado $t = 0$ sin ningún efecto geométrico hasta un estado $t = 1$ con el efecto de la TL de interés. Esto se resuelve con ayuda de la transformación identidad $I: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $I(\overline{v}) = \overline{v}$. Para la generación de una de las k matrices asociadas a una TL intermedia, T_i, entre la transformación identidad, I, y la transformación de interés T, se propone la Ec. 3. Se observa que con $t_i = i/k$ tal que, con $i=0$, $t_0=0$ y $M_A^A(T_0) = M_A^A(I)$ y con $i=k$, $t_k=1$ y $M_A^A(T_k) = M_A^A(T)$.

$$M_A^A(T_i) = M_A^A(I) + \left(M_A^A(T) - M_A^A(I)\right) t_i \qquad (3)$$

El objetivo de esta herramienta es ofrecer a los estudiantes una alternativa para aprender sobre conceptos de TL, como el núcleo y el recorrido. El núcleo de una TL es el conjunto de vectores en el espacio dominio que se transforman en el vector cero en el espacio codominio, y es un subespacio del espacio vectorial (Poole, 2017). En la herramienta, los usuarios pueden aislar los vectores del núcleo y verificar que terminan en el vector cero. El recorrido de una TL es el conjunto de vectores en el espacio codominio que son imágenes de al menos un vector del espacio dominio (Strang, 2007). Un operador lineal es una TL que transforma un espacio vectorial en sí mismo, y un vector característico es aquel que, al aplicar la transformación, resulta en un múltiplo escalar de sí mismo. El espacio característico es el conjunto de todos los vectores asociados a un valor característico específico de una TL, incluyendo el vector cero, formando un subespacio vectorial (Grossman, 2012). Así, como con el núcleo y recorrido, el usuario puede visualizar gráficamente a estos espacios característicos.

2.1 Desarrollo de la herramienta computacional

Como información de entrada, el usuario debe ingresar la dimensión del dominio del operador lineal, *i.e.*, 2 para $\mathbb{R}^2$ ó 3 para $\mathbb{R}^3$, e introducir la matriz asociada a la TL para la cual se desea construir la animación. Respecto de la geometría, los vectores se representan como puntos y no como segmentos de recta dirigidos para que la visualización sea más clara. Es posible cargar un archivo con una lista de puntos que representen un dibujo a animar o aplicar la animación a un conjunto de puntos que representen a los espacios vectoriales $\mathbb{R}^2$ ó $\mathbb{R}^3$ (Fig. 1). Para el segundo caso, es necesario indicar algunos parámetros como los límites en coordenadas x, y, z a mostrar para los puntos y la cantidad de divisiones para cada coordenada.

ISSN 2448 – 7945

(a) ***(b)***

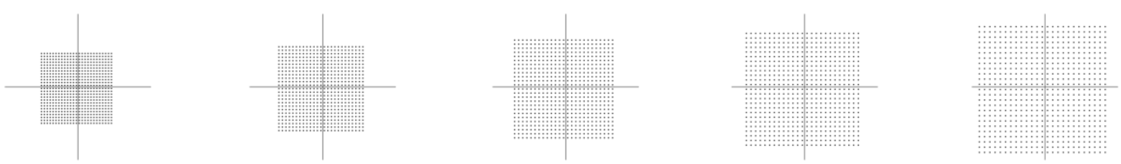
Figura 1. Ejemplos de representación de espacios vectoriales *(a)* $\mathbb{R}^2$ y *(b)* $\mathbb{R}^3$

3. Resultados

Con el propósito de ilustrar el funcionamiento de la herramienta desarrollada y, de manera específica, resaltar el impacto positivo que su uso tiene en el proceso de aprendizaje de los estudiantes dentro del aula, se presentan en detalle algunos de los ejemplos diseñados. Estos ejemplos no solo permiten observar la aplicabilidad de la herramienta, sino también evidencian su contribución al entendimiento de conceptos abstractos mediante visualizaciones dinámicas y participativas.

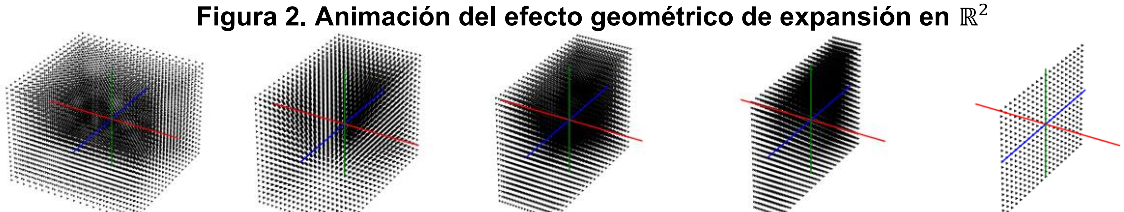
3.1 Ejemplo de expansión y contracción

En la Fig. 2, se muestra la evolución de un efecto de expansión en el espacio vectorial $\mathbb{R}^2$ que corresponde a la regla de correspondencia $T(x, y) = (2x, 2y)$ obtenido con la herramienta desarrollada. Como ejemplo de contracción en $\mathbb{R}^3$, en la Fig. 3 se incluye la TL con regla $T(x, y, z) = (0, y, z)$. En la implementación en aula del ejemplo 1 (Fig. 2), se invita al estudiante a reflexionar sobre las operaciones de cambio de escala en programas de diseño asistido por computadora (CAD). Este ejercicio aprovecha la oportunidad para cuestionar al estudiante sobre las modificaciones necesarias en la regla de correspondencia para lograr efectos específicos, como contracciones o expansiones en torno a un eje, x ó y. En el ejemplo 2, se propone al estudiante explorar cómo modificar la regla de correspondencia para que el espacio vectorial $\mathbb{R}^3$ se proyecte o se contraiga hacia un plano específico, como xy ó yz.



(a) ***(b)*** ***(c)*** ***(d)*** ***(e)***

Figura 2. Animación del efecto geométrico de expansión en $\mathbb{R}^2$



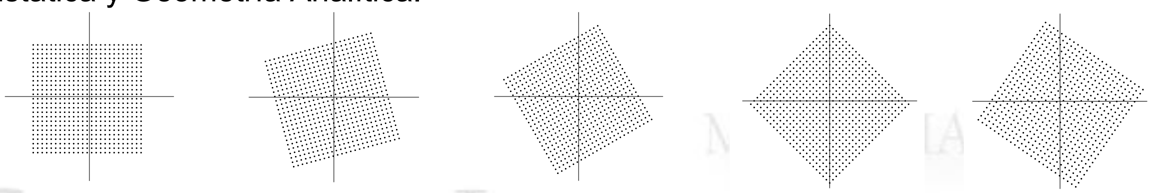
(a) ***(b)*** ***(c)*** ***(d)*** ***(e)***

Figura 3. Animación del efecto geométrico de contracción de componente en x en $\mathbb{R}^3$

ISSN 2448 – 7945

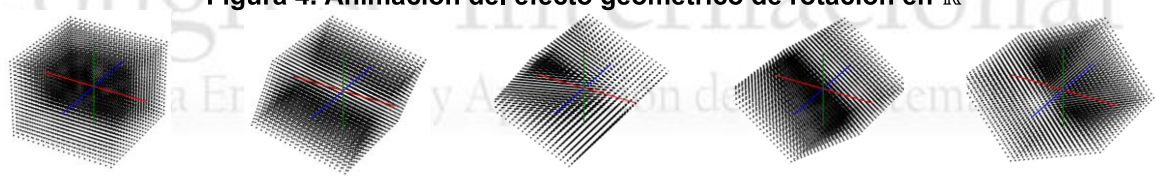
3.2 Ejemplo de rotación

En la Fig. 4, se incluye una TL que genera una rotación antihoraria en el espacio vectorial $\mathbb{R}^2$ con regla de correspondencia $T(x,y) = (x\cos\theta - y\sin\theta\,, x\sin\theta + y\cos\theta)$ para $\theta = 60^{o}$. En la Fig. 5 se muestra la correspondiente para el espacio vectorial $\mathbb{R}^3$. En cuanto a su implementación en el aula, la herramienta fomenta de manera natural la reflexión del estudiante sobre problemas relacionados con la rotación de ejes, conceptos que previamente o de forma paralela se abordan en otras asignaturas, como Estática y Geometría Analítica.



(a) *(b)* *(c)* *(d)* *(e)*

Figura 4. Animación del efecto geométrico de rotación en $\mathbb{R}^2$

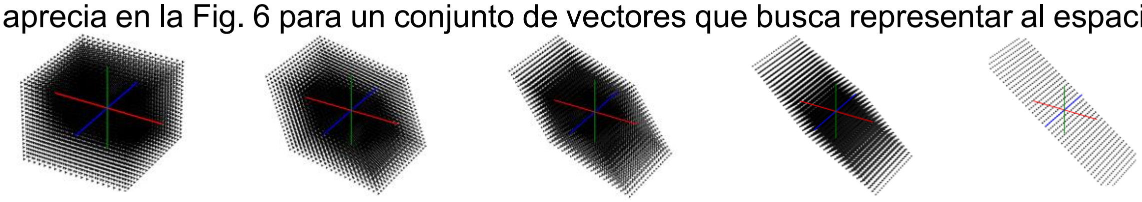


(a) *(b)* *(c)* *(d)* *(e)*

Figura 5. Animación del efecto geométrico de rotación en $\mathbb{R}^3$

3.3 Ejemplo de obtención de núcleo y recorrido

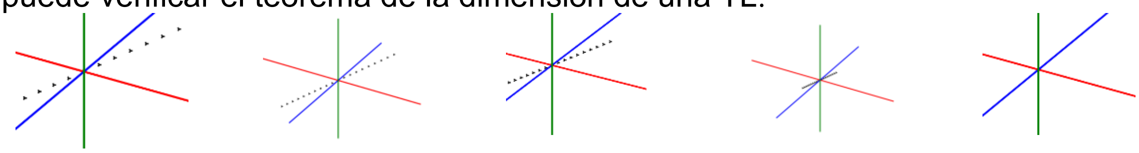
Para el estudio del concepto de núcleo y recorrido, se plantea la TL, $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, con regla de correspondencia $T(x,y,z) = (x - z, y, z - x)$ cuyo efecto geométrico se aprecia en la Fig. 6 para un conjunto de vectores que busca representar al espacio $\mathbb{R}^3$.



(a) *(b)* *(c)* *(d)* *(e)*

Figura 6. Animación del efecto geométrico de una TL en $\mathbb{R}^3$

Después de observar la animación y antes de resolver el ejercicio, se pregunta al estudiante sobre la dimensión esperada del recorrido. Al identificar que la animación finaliza formando un plano, es habitual que el estudiante proporcione una respuesta correcta. Posteriormente, el estudiante encuentra que el núcleo de la TL planteada es $N(T) = \{(k, 0, k) \mid k \in \mathbb{R}\}$ de dimensión 1. En la Fig. 7 se observa el efecto geométrico de la TL para los vectores del núcleo aislados. Aquí, el estudiante confirma su respuesta y visualiza como dichos vectores terminan en la posición $(0,0)$ cuando se someten a la TL. Adicionalmente, después de encontrar el recorrido, el estudiante puede verificar el teorema de la dimensión de una TL.

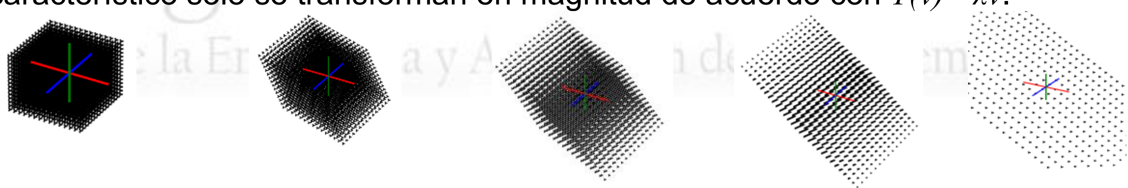


(a) (b) (c) (d) (e)

Figura 7. Animación del efecto geométrico de una TL sobre su núcleo en $\mathbb{R}^3$

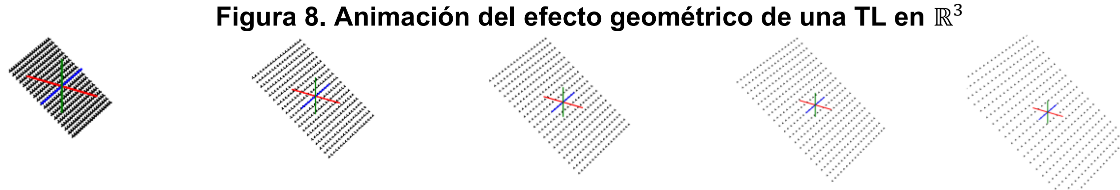
3.4 Ejemplo de obtención de valores y vectores característicos

Se puede optar por revisar los conceptos de valores y vectores característicos con esta herramienta. En la Fig. 8 se muestra el efecto geométrico del operador $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ con regla de correspondencia $T(x, y, z) = (2x - 2z, 4y, -2x + 2z)$. Al encontrar los espacios característicos, se tiene que uno de ellos es $E(\lambda_1) = \{(-k_1, k_2, k_1) \mid k_1, k_2 \in \mathbb{R}\}$. Aislando a este conjunto de vectores y aplicando T se genera el efecto geométrico de la Fig. 9. El estudiante podrá observar que los vectores que pertenecen al espacio característico solo se transforman en magnitud de acuerdo con $T(\overline{v}) = \lambda\overline{v}$.



(a) (b) (c) (d) (e)

Figura 8. Animación del efecto geométrico de una TL en $\mathbb{R}^3$



(a) (b) (c) (d) (e)

Figura 9. Animación del efecto geométrico de una TL sobre un espacio característico en $\mathbb{R}^3$

4. Discusión de resultados

En la Fig. 10 se muestra la evolución de las calificaciones en el examen correspondiente al tema de TL de 842 estudiantes divididos en 19 grupos que cursaron con el mismo profesor durante un periodo de 14 semestres (7 años). La gráfica está segmentada en función del periodo de pandemia, durante el cual las clases se impartieron en línea, y se señala el inicio del uso de la herramienta presentada en este trabajo (semestre 5). Es importante destacar que, durante la emergencia sanitaria, no se pudo garantizar que no se usaran medios de comunicación no permitidos durante la aplicación de los exámenes, lo que limita la confiabilidad de los datos en ese periodo. Al excluir esta etapa, se observa una tendencia positiva en las calificaciones a partir del uso de la herramienta didáctica. No obstante, los autores reconocen que este

ISSN 2448 – 7945

incremento podría estar influido por otros factores, como cambios en la composición del grupo o en las condiciones pedagógicas, y que se requieren análisis adicionales para establecer con mayor certeza la relación causal entre el uso del software y el rendimiento académico de los estudiantes. Por lo tanto, lo expuesto en este documento debe interpretarse como un análisis preliminar y no concluyente sobre el impacto del uso de la herramienta. De manera similar, en la Fig. 11, se presentan los resultados correspondientes al porcentaje de deserción de los estudiantes de la asignatura de AL en los mismos grupos y periodos analizados en la Fig. 10. Es evidente una disminución progresiva en dicho porcentaje si se excluye el periodo de pandemia, durante el cual las circunstancias extraordinarias dificultaron la recopilación de datos confiables. Esta tendencia a la baja sugiere un aumento en el entusiasmo y el interés por parte del estudiantado que, a pesar de la complejidad de la asignatura, decide concluir el semestre sin abandonarlo. Si bien no se cuenta con evidencia suficiente para afirmar que esta reducción en el porcentaje de deserción se deba exclusivamente al uso del software presentado, su implementación parece haber desempeñado un papel relevante en este cambio positivo. La herramienta podría haber facilitado la comprensión de los conceptos fundamentales de AL, lo cual posiblemente redujo la frustración de los estudiantes y fortaleció su motivación para continuar con la materia. Este hallazgo subraya la necesidad de realizar estudios más detallados y controlados para explorar a fondo la contribución del software como recurso didáctico.

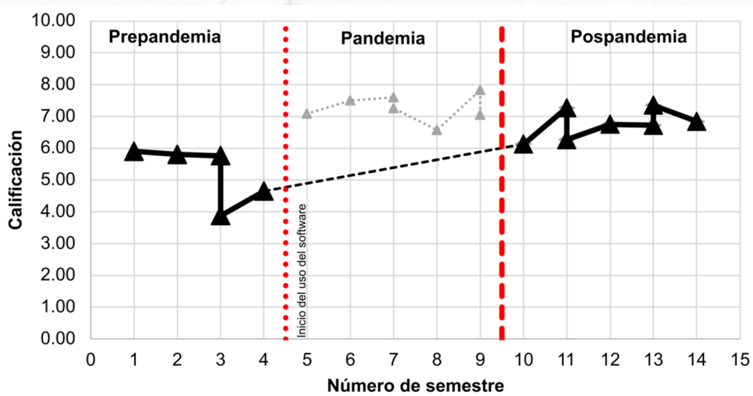


Figura 10. Evolución de las calificaciones grupales por semestre en el examen parcial correspondiente al tema de TL

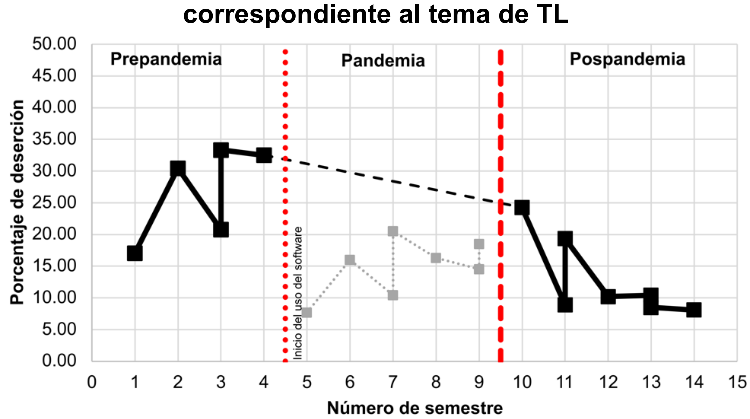


Figura 11. Evolución del porcentaje de deserción por semestre

5. Conclusiones

En este trabajo se discutió la importancia que puede tener el uso de herramientas didácticas en el proceso de enseñanza-aprendizaje del Álgebra Lineal. Se considera que estas herramientas son efectivas para abordar las dificultades relacionadas abstracción de conceptos y para despertar el interés de los estudiantes, permitiéndoles comprobar sus respuestas de una manera interactiva y relacionar lo visual con lo teórico. Se presentó como ejemplo una herramienta que visualiza el efecto de una TL al aplicarse sobre geometrías definidas por vectores representados como puntos. En cuanto a su implementación en el aula, esta herramienta se ha utilizado como un recurso complementario, tal como se describe en los ejemplos previos. Los resultados obtenidos han sido satisfactorios, evidenciándose en un aumento de la atención por parte de los estudiantes, un mejor desempeño académico reflejado en las calificaciones, y una disminución en el índice de deserción en comparación con otros grupos donde no se empleó la herramienta, aun cuando la clase fue impartida por el mismo docente.

6. Referencias

- Biggs, J., & Tang, C. (2011). *Teaching for quality learning at university* (4th ed.). McGraw-Hill Education.
- División de Ciencias Básicas (UNAM). (n.d.). Plan de estudios de Álgebra Lineal 1220. Recuperado de https://dcb.ingenieria.unam.mx/wp-content/themes/tempera-child/CoordinacionesAcademicas/M/AL/Documentos/plan1220.pdf
- Drijvers, P., Godino, J. D., Font, V., & Trouche, L. (2010). The integration of technology in the mathematics classroom: Theoretical perspectives. *ZDM–The International Journal on Mathematics Education, 42*(1), 67–79. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0146-0_7
- Gilakjani, A. P., Leong, L. M., & Ismail, H. N. (2011). Teachers' use of technology and constructivism. *International Journal of Modern Education and Computer Science, 3*(4), 49–63. https://doi.org/10.5815/ijmecs.2013.04.07
- Grossman, S. I. (2012). *Álgebra lineal* (7a ed.). McGraw-Hill Interamericana.
- Lay, D. C. (2007). *Álgebra lineal y sus aplicaciones* (3a ed.). Pearson Educación.
- Poole, D. (2017). *Álgebra lineal: Una introducción moderna* (3a ed.). Cengage Learning.
- Prince, M. (2004). Does active learning work? A review of the research. *Journal of Engineering Education, 93*(3), 223–231. https://doi.org/10.1002/j.2168-9830.2004.tb00809.x
- Strang, G. (2007). *Álgebra lineal y sus aplicaciones* (4a ed.). International Thomson Editores.

ISSN 2448 – 7945

ERRORES ARITMÉTICOS DE ESTUDIANTES EN EXÁMENES DE MATEMÁTICA EN INGRESO A LA UNIVERSIDAD

Crespo Crespo Cecilia [1], Nuñez Myriam [2]
[1,2] *Universidad de Buenos Aires. José Evaristo Uriburu 950. Buenos Aires, Argentina.*

EA-POSM093

Resumen

La Universidad de Buenos Aires implementó en 1986 el programa UBA XXI. Se trata de un programa de educación a distancia como alternativa para el ingreso a las distintas carreras. En su inicio se ofrecían en esta modalidad solo algunas materias y el resto sólo podían cursarse de manera presencial en el Ciclo Básico Común (CBC). En la actualidad y tras la pandemia, UBA XXI ofrece todas las materias del ingreso a la universidad.
Matemática 51 corresponde al plan de carreras de ciencias de la salud, ciencias veterinarias, arquitectura y filosofía, entre otras.
Los estudiantes son evaluados a través de dos exámenes parciales promocionales y un examen final para quienes obtienen en los parciales, un promedio entre 4 y 7. Ante la preocupación por las bajas notas obtenidas en los últimos cuatrimestres, se resolvió analizar las características de los errores que cometen los alumnos y se implementó durante la cursada del Segundo Cuatrimestre 2024 la realización de encuentros virtuales sincrónicos para reforzar las instancias de consulta que se realizaban a través de foros.
En la primera etapa de la investigación en curso, se elaboró una clasificación de errores sobre la base de la tipificación utilizada por Abancin Ospina y Castillo Marrero (2022) para evaluaciones de matemática. Con ella se están analizando las resoluciones obtenidas en los exámenes parciales del Primer Cuatrimestre 2024, para posteriormente compararlos con las del cuatrimestre siguiente, en el que se implementaron los encuentros sincrónicos. En este trabajo, estaremos reportando los primeros resultados obtenidos.

Palabras clave: *errores, evaluación, ingreso, universidad.*

1. Introducción

La Universidad de Buenos Aires (UBA), universidad pública argentina con sede en la ciudad de Buenos Aires, fue fundada en 1821. Está constituida por trece facultades, en las que se dictan 110 carreras, El ingreso a la universidad es irrestricto en la actualidad, y desde 1985 el primer año de todas las carreras consiste en el Ciclo Básico Común (CBC), que debe ser aprobado antes de poder ingresar a la carrera correspondiente (Nepomneschi y Iacobellis, 2017). En 1986 se implementó el programa UBA XXI, que es un programa de educación a distancia

1 * *Autor para la correspondencia. E-mail: Cecilia Crespo Crespo, crccrespo@gmail.com, Tel:+5491122726500*

ISSN 2448 – 7945

como alternativa para el CBC de las distintas carreras. En su inicio se ofrecían en esta modalidad solo algunas materias y el resto sólo podían cursarse de manera presencial en el CBC. Actualmente y tras la pandemia, UBA XXI ofrece todas las materias del ingreso a la universidad en modalidad a distancia. “Desde sus inicios en la UBA, la educación a distancia fue propuesta como una modalidad inclusiva, que permitía ampliar el espectro de alcance de la educación superior ofrecida por dicha Universidad” (Ferrari, Fernández Surribas y García, 2016, p.2).
La materia Matemática 51 corresponde al plan de carreras de ciencias de la salud, ciencias veterinarias, arquitectura y filosofía, entre otras. Los contenidos de la misma son:

> *Ecuaciones e inecuaciones, Funciones, Funciones lineales, cuadráticas y polinómicas, Funciones exponenciales y trigonométricas, Derivadas e integrales, Vectores en el plano y en el espacio.*

Si bien la sede central de UBA XXI es la Ciudad de Buenos Aires, cuenta con subsedes ubicadas en diferentes localidades del interior de nuestro país (31 subsedes en 2024). En 14 de ellas cursan estudiantes de Matemática 51 (Bolívar, Bragado, 25 de mayo, 9 de julio, Carlos Casares, Daireaux, Gral. Pinto, Gral. Villegas, Gualeguaychú, Mercedes, Río Grande, Saladillo, Trenque Lauquen y Ushuaia)

2. Metodología o desarrollo

Detrás del programa UBA XXI, trabaja un equipo interdisciplinario de profesionales. Desde sus inicios, “este programa propició el desarrollo de nuevas alternativas para la enseñanza y el aprendizaje; entre ellas, la posibilidad de estudiar con material didáctico impreso complementado con medios audiovisuales como el video, la radio y la televisión. Esta modalidad tuvo un crecimiento exponencial con el desarrollo de Internet y las computadoras personales, crecimiento que se volvió todavía más abrupto con la aparición de los dispositivos móviles (teléfonos, tabletas, computadoras portátiles) y con el desarrollo de las redes sociales” (Ferrari, Fernández Surribas y García, 2016, p.1).
En la actualidad, los estudiantes tienen acceso al Campus virtual UBA XXI en el que tienen acceso a las materias en las que se han inscripto.
El campus está desarrollado en Moodle y al acceder a cada materia está disponible el cronograma de la misma, los apuntes teóricos y guías de trabajos prácticos. Matemática 51 es una materia cuatrimestral y se dicta en ambos semestres.
A medida que se va desarrollando la materia, se ponen a disposición los materiales de estudio, trabajos prácticos de esa unidad, ejercicios adicionales, ejercicios resueltos, videos con ejercicios propuestos y resueltos y foro de consultas. Cada semana se propone una Actividad integradora de lo visto cuya entrega no es obligatoria, si bien se sugiere que los estudiantes la envíen para poder retroalimentar sus avances.
En los foros, los docentes que actúan como tutores virtuales, responden diariamente a dudas y consultas que plantean los alumnos.

Los estudiantes son evaluados de manera presencial a través de dos exámenes parciales. Existen dos maneras de aprobar la materia: por promoción directa (sin examen final) y por promoción indirecta (con examen final). En el primer caso, tienen que aprobar los dos exámenes parciales presenciales y obligatorios con un mínimo de 4 puntos o más cada uno y obtener una nota promedio, entre los dos parciales, igual o superior a 7 puntos. En caso de no acceder al régimen por promoción directa, pueden aprobar la materia mediante un examen final. Para acceder al examen final, deben rendir los dos exámenes parciales presenciales obligatorios y obtener una nota promedio entre 4 y 6 puntos y un examen final se aprueba con un mínimo de 4 puntos. Para rendir el final disponen de tres fechas consecutivas.

La cantidad de alumnos inscriptos en Matemática 51 a través de UBA XXI se encuentra por encima de los 12000 en los últimos cuatrimestres. Se inscriben para rendir el primer parcial alrededor de 6000, siendo sólo la mitad de ellos los que se presentan a rendirlo. Aprueban por promoción solamente menos del 10% de los que rindieron los dos parciales.

En los últimos años, y agravado tras la pandemia, los resultados de los distintos exámenes de los alumnos han sido preocupantes. Por otra parte, se ha observado que los alumnos tienen dificultades para plasmar sus dudas de manera escrita en los foros. Por eso y con la finalidad de ofrecer una instancia más para que consulten sus dudas, en el segundo cuatrimestre 2024, se organizaron encuentros semanales virtuales sincrónicos en los que los docentes pueden responder a preguntas de los estudiantes de manera más cercana a la modalidad en la que están acostumbrados a cursar previamente.

La investigación cuya etapa inicial se reporta en este trabajo se planteó como objetivos, analizar los errores que cometen los alumnos en los exámenes e intentar analizar si los encuentros sincrónicos favorecen el aprendizaje y se refleja esto en el rendimiento de los estudiantes en los exámenes. Para ello la propuesta es analizar los errores presentes en los exámenes rendidos por los alumnos durante el primer cuatrimestre 2024 y el segundo cuatrimestre del mismo año y comparar ambos análisis,

Las investigaciones sobre los errores que cometen los alumnos en los exámenes de matemática son importantes porque actualmente se considera al error como parte del proceso de aprendizaje. En este análisis, la identificación de patrones recurrentes que pueden afectar la comprensión de ciertos conceptos específicos da la oportunidad de realizar ajustes en las planificaciones haciendo hincapié en lo relacionado con los obstáculos que los estudiantes enfrentan.

Sobre la base de la tipificación de errores en evaluaciones matemática utilizada por Abancin Ospina y Castillo Marrero (2022), y de acuerdo con los contenidos de la materia y ejercicios que formaron parte de los exámenes, se utiliza en la presente investigación la siguiente clasificación de errores:

Error de planteo

Corresponden a la interpretación incorrecta del enunciado planteado o al copiado erróneo de datos.

(Por ejemplo: copiar mal un número en una ecuación)

ISSN 2448 – 7945

Error de operaciones

Se refiere a la realización incorrecta de operaciones matemáticas básicas.
(Por ejemplo: Hacer mal una cuenta)

Error de manipulación algebraica

Consiste en el manejo incorrecto de expresiones algebraicas mediante la aplicación de propiedades.
(Por ejemplo: simplificaciones incorrectas de fracciones, aplicación incorrecta de propiedad distributiva, sustituciones erróneas)

Error de despeje

Se refiere a la realización incorrecta de despejes de incógnitas o términos durante un cálculo algebraico.
(Por ejemplo: aplicación incorrecta de reglas de pasaje de términos)

Error simbólico

Corresponde a la utilización incorrecta de notaciones matemáticas, tanto su omisión, como su uso indiscriminado o confusión.
(Por ejemplo: uso incorrecto de símbolos de desigualdad, unir con conectivos lógicos elementos que no son proposiciones como si se tratase de abreviaturas, escribir conjunto vacío con el símbolo del conjunto vacío colocado entre llaves)

Error de cálculo

Se trata de errores cometidos en la obtención de la solución de un problema, si bien se logró previamente encarar la resolución y llegar a los resultados necesarios para llegar a la solución correcta.
(Por ejemplo: realización incorrecta o incompleta de operaciones para obtener el resultado o su interpretación)

Error de aplicación de fórmulas

Consiste en la aplicación incorrecta de fórmulas matemáticas básicas y su aplicación a casos en que no corresponde.
(Por ejemplo: confundir una ecuación lineal con una cuadrática e intentar resolverla como tal)

Error de gráficos

Involucran la utilización, interpretación o realización incorrecta de gráficos tanto auxiliares como fundamentales en la resolución del problema planteado.
(Por ejemplo: en un cálculo de área entre curvas, o en el trabajo con intervalos de números reales)

Error de aspectos fundamentales

Se refiere a interpretaciones y concepciones inadecuadas de definiciones y resultados matemáticos que se utilizan de manera incorrecta tanto al encarar el problema planteado, como en su resolución.
(Por ejemplo: considerar que el resultado de un producto vectorial es un número real, igualar un límite a una indeterminación, aplicar propiedades sin considerar las hipótesis necesarias).

3. Resultados

Por tratarse de una investigación en curso, y teniendo en cuenta la cantidad de exámenes que se están analizando, no podemos aún mostrar los resultados de la misma, pero a continuación, presentaremos algunos ejemplos de los errores que hemos detectado. Se trata de errores que han sido cometidos en un ejercicio en el que se solicita hallar los puntos de intersección de dos funciones cúbicas.

La Figura 1 muestra una resolución en la que se cometió un error de tipo aspecto fundamental, ya que el estudiante reemplaza la variable independiente por 0, o sea que lo que hace es encontrar las ordenadas al origen de cada función.

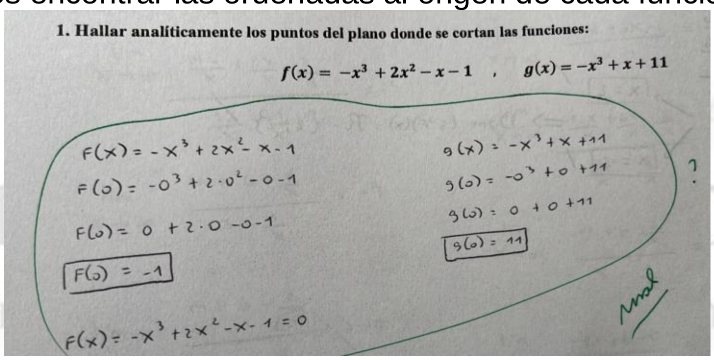


Figura 1

Resolución con error de tipo aspectos fundamentales

La Figura 2 permite observar otro error de tipo aspectos fundamentales, pero que además se combina con errores de manipulación y despeje. El primero se manifiesta a través de una igualación a cero de la expresión algebraica de cada función. En cada ecuación resultante, el alumno intenta calcular las raíces, pero comente errores de despeje y manipulación.

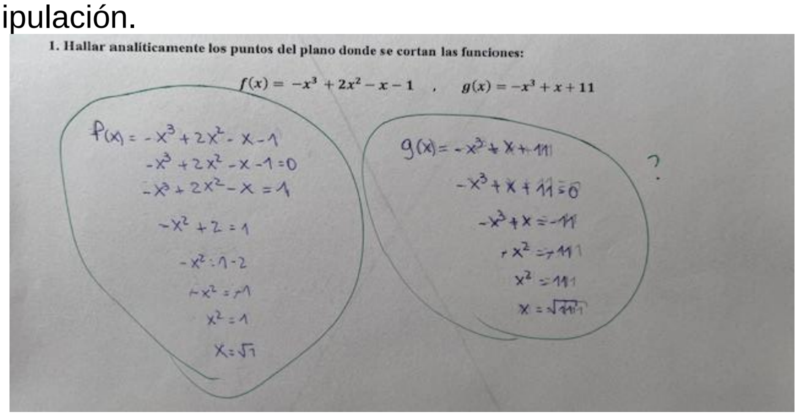
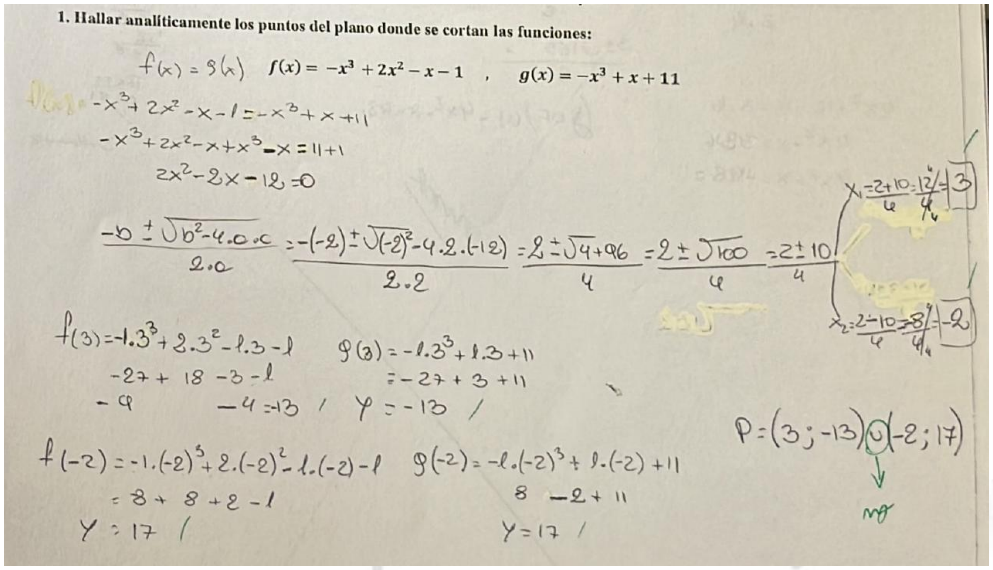


Figura 2

Resolución con error de tipo aspecto fundamental, despeje y manipulación

La Figura 3 presenta un error de tipo simbólico. En realidad, el estudiante que presenta esta resolución, pero en el último paso, al presentar la respuesta, la expresa como una unión entre los dos puntos.

ISSN 2448 – 7945



1. Hallar analíticamente los puntos del plano donde se cortan las funciones:

$f(x)=g(x)$ $\quad f(x) = -x^3 + 2x^2 - x - 1 \quad , \quad g(x) = -x^3 + x + 11$

$-x^3+2x^2-x-1=-x^3+x+11$

$-x^3+2x^2-x+x^3-x=11+1$

$2x^2-2x-12=0$

$\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4.a.c}}{2.a} = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2-4.2.(-12)}}{2.2} = \frac{2 \pm \sqrt{4+96}}{4} = \frac{2 \pm \sqrt{100}}{4} = \frac{2 \pm 10}{4}$

$x_1 = \frac{2+10}{4} = \frac{12}{4} = \boxed{3}$

$x_2 = \frac{2-10}{4} = \frac{-8}{4} = \boxed{-2}$

$f(3) = -1.3^3+2.3^2-1.3-1 \qquad g(3) = -1.3^3+1.3+11$

$-27+18-3-1 \qquad = -27+3+11$

$-9 \quad -4 = -13 \qquad y=-13$

$P = (3;-13) \cup (-2;17)$

mg

$f(-2) = -1.(-2)^3+2.(-2)^2-1.(-2)-1 \qquad g(-2) = -1.(-2)^3+1.(-2)+11$

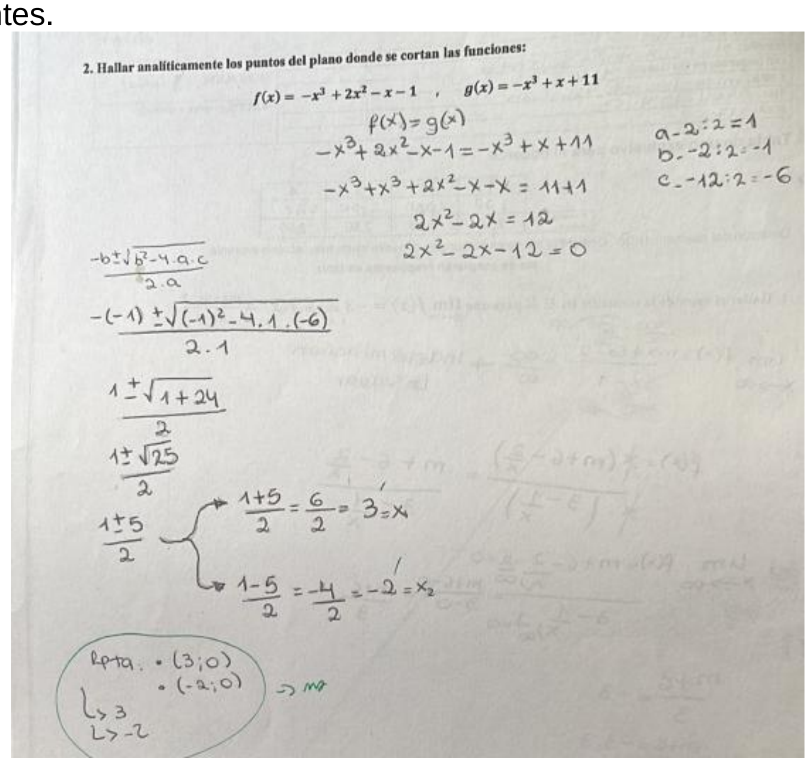
$= 8+8+2-1 \qquad 8 -2+11$

$Y=17 \qquad Y=17$

Figura 3

Resolución con error de tipo simbólico

En la Figura 4, es posible observar lo que se denominó error de cálculo, pues si bien el alumno logró previamente encarar la resolución y llegar a los resultados necesarios para llegar a la solución correcta, la expresa en su paso final como si se tratase de intersección de cada curva con el eje de abscisas y no calcula las ordenadas correspondientes.



2. Hallar analíticamente los puntos del plano donde se cortan las funciones:

$f(x) = -x^3 + 2x^2 - x - 1 \quad , \quad g(x) = -x^3 + x + 11$

$f(x)=g(x)$

$-x^3+2x^2-x-1=-x^3+x+11$

$-x^3+x^3+2x^2-x-x=11+1$

$2x^2-2x=12$

$2x^2-2x-12=0$

a. $2:2=1$
b. $-2:2=-1$
c. $-12:2=-6$

$\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4.a.c}}{2.a}$

$\frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2-4.1.(-6)}}{2.1}$

$\frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{2}$

$\frac{1 \pm \sqrt{25}}{2}$

$\frac{1 \pm 5}{2}$ → $\frac{1+5}{2} = \frac{6}{2} = 3 = x_1$; $\frac{1-5}{2} = \frac{-4}{2} = -2 = x_2$

Rpta: • $(3;0)$ • $(-2;0)$

→ 3
→ −2

→ mg

Figura 4

Resolución con error de cálculo

La resolución que se observa en la Figura 5, parte de un error de tipo aspecto fundamental, en el que el alumno trabaja por separado ambas funciones igualándolas aparentemente a 0, aunque no lo escribe, pues intenta calcular su raíz. En el primer caso, comete entonces un error de aplicación de fórmula ya que aplica la fórmula resolvente de la ecuación cuadrática a una cúbica. En el segundo desarrollo intenta bajar el grado de la primera expresión algebraica de la primera función para aplicar nuevamente la resolvente, pero utiliza un número que tampoco es raíz de ésta. De esta manera todos los resultados que presenta son erróneos.

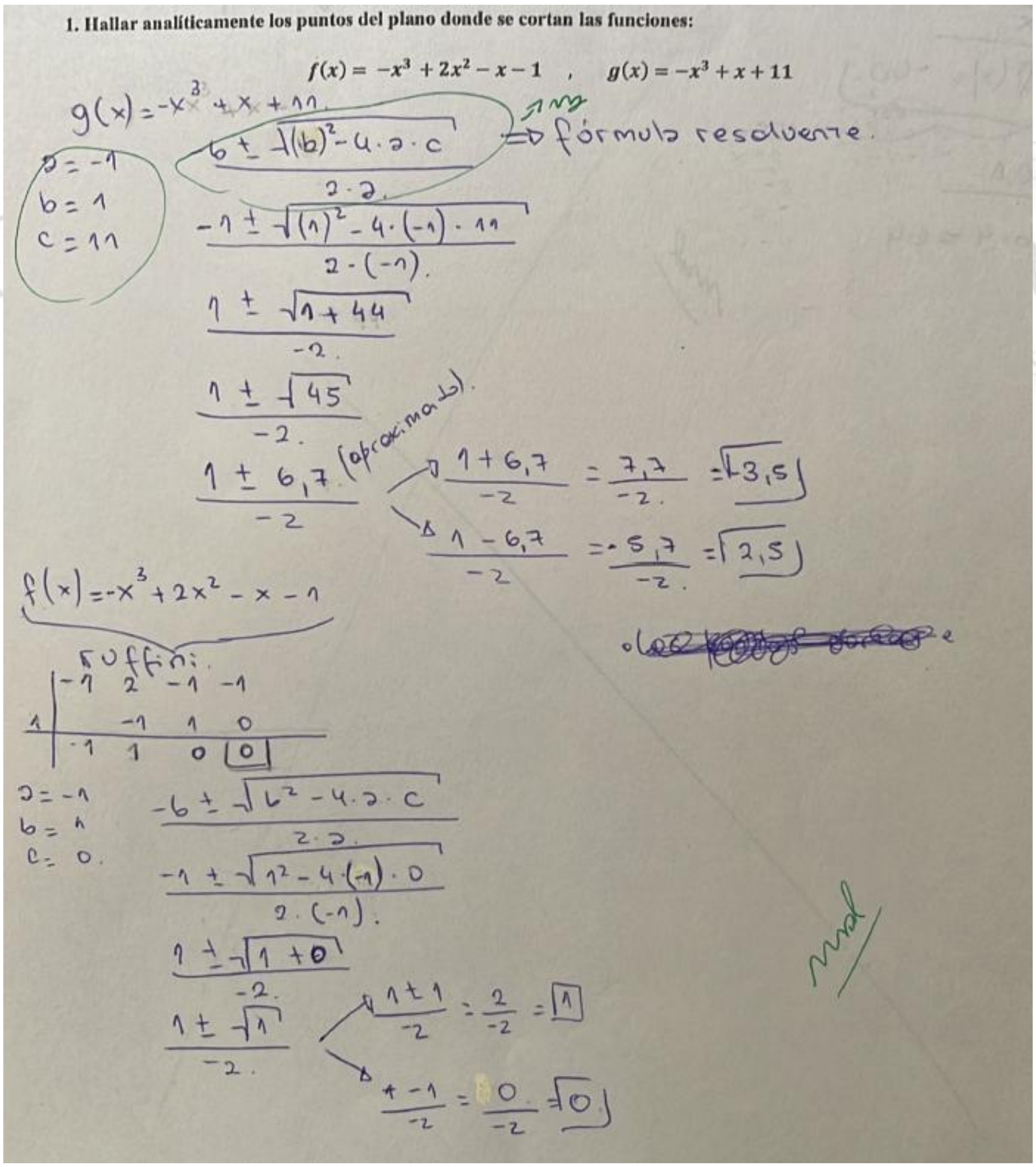


Figura 5

Resolución con error de fórmula y aspectos fundamentales

4. Discusión y/o análisis.

Acabamos de presentar algunos ejemplos de distintos tipos de errores que se han encontrado en un ejercicio de intersección de funciones que se planteó en el primer parcial del primer cuatrimestre 2024. Al analizar los errores cometidos en los exámenes parciales, se observa que los más frecuentes, al menos en la muestra que corresponde a los exámenes que vamos analizando hasta el momento, son errores de manipulación, despeje y aspectos fundamentales. En pocas oportunidades los estudiantes se ayudan con el uso de gráficas, salvo si se les pide explícitamente que realicen las gráficas.
Por otra parte, nos ha llamado la atención que no realizan una comprobación de la corrección de los resultados obtenidos, lo que hace que no se den cuenta de los errores que cometen.

5. Conclusiones

En esta investigación en curso que estamos reportando, estamos identificando y analizando los errores cometidos por los estudiantes en los exámenes con el fin de proponer cambios metodológicos que permitan mejorar el rendimiento y lograr que UBA XXI, con su modalidad, permita favorecer la idea original de mostrar a la educación a distancia como una modalidad inclusiva.
En la actualidad, seguimos con el procesamiento de los exámenes para obtener una visión más amplia, poder comparar los resultados obtenidos tras la incorporación de los encuentros sincrónicos y pensar en nuevas propuestas.
En la actualidad y como consecuencia de la investigación que estamos realizando, estamos proponiendo una actividad para los estudiantes que consiste en la presentación de videos breves en el campus en los que se presenten ejemplos de los errores detectados, que sean analizados y corregidos por los docentes para tratar de provocar en los estudiantes la conciencia, reflexión y corrección de sus propios errores.

6. Referencias

Abancin Ospina, R. A., y Castillo Marrero, Z. N. (2022). Tipificación de errores en evaluaciones matemáticas de un primer curso universitario. *Explorador Digital, 6*(3), 6-27.

Ferrari, A.; Fernández Surribas, J. y García, A. (2016): El rol del tutor de Biología en el Programa UBAXXI. Memorias de la *IX Conferencia Internacional Guide. Educación y Sociedad en Red. Los desafíos de la era digital. USAL*, Buenos Aires.

Nepomneschi, M. y Iacobellis, M. (2017, 3-8 de diciembre). La creación del CBC-UBA: Dialogo entre la historia documentada y la historia vivida. [Comunicación de Grupo de Trabajo] *XXXI Congreso ALAS- Uruguay*. https://www.easyplanners.net/alas2017/opc/tl/2362_martha_nepomneschi.pdf

Memorias del Congreso Internacional sobre la Enseñanza y Aplicación de las Matemáticas
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán
8 y 9 de mayo del 2025, Cuautitlán Estado de México
ISSN 2448 – 7945

APLICACIÓN DE LAS MATEMÁTICAS PARA MODELO PREDICTIVO DEL CRECIMIENTO DE BURBUJAS EN PROCESO DE NIQUELADO

Meza Juarez Alan Axel[1 *], Sandoval Pineda Juan Manuel[2] y Moreno Soriano Roberto[3]
[1, 2]*ESIME Azcapotzalco. Av. de las Granjas 682, Santa Catarina, Azcapotzalco, 02550 Ciudad de México, CDMX.*
[3]*ESIQIE. Av Instituto Politécnico Nacional, Lindavista, Gustavo A. Madero, 07700 Ciudad de México, CDMX.*

AP-POSM094

Resumen

Durante el proceso de niquelado se producen burbujas de hidrógeno que a su vez se adhieren sobre la superficie del cátodo junto con el níquel depositado, dejando una superficie con poros sobre la superficie que ayuda a la creación de mayor área activa en el proceso de electrolisis alcalina. Por lo que para tratar de predecir el crecimiento de la burbuja de hidrogeno antes de su desprendimiento del cátodo y saber la dimensión del poro que se generara al momento de niquelar las piezas, se hacen uso de las ecuaciones de los gases ideales, presión de la burbuja y leyes de Faraday para así obtener un arreglo matemático en donde se conjuntan dichas ecuaciones; una vez obteniendo una ecuación general se sustituyen los datos por los del sistema de niquelado para resolver a través de Newton-Raphson un sistema de ecuaciones de tercer grado para obtener el radio del poro generado durante el proceso de niquelado y finalmente se compara el resultado mediante el registro de una medición hecha a través de microscopio óptico.

Palabras clave: *niquelado, leyes de Faraday, ley de los gases ideales, Newton-Raphson.*

1. Introducción

El niquelado es un proceso electroquímico mediante el cual se deposita níquel sobre una pieza conductora para mejorar su apariencia o proporcionar propiedades específicas. El proceso básico de niquelado implica sumergir la pieza que se va a recubrir (llamada cátodo) y un electrodo de níquel (ánodo) en una solución electrolítica que contiene iones del metal que se depositará. Al aplicar una corriente eléctrica continua, los iones del níquel se reducen en la superficie de la pieza, formando una capa metálica delgada y adherente, proporcionándole al material propiedades anticorrosivas/resistentes a la corrosión en medios altamente alcalinos (Hernández Pérez, 2018; Mantell, 1960; Ministerio del Ambiente del Ecuador, 2011).

2. Metodología o desarrollo

2.1 Caracterización de burbujas de H_2

[1] **Autor para la correspondencia. E-mail:* AMEZAJ1500@ALUMNO.IPN.MX

Para desarrollar un modelo para describir y calcular el crecimiento de burbujas de hidrogeno durante el proceso de niquelado, se asumen las siguientes consideraciones (Li, Y., Kang, Z., Mo, J., & Yang, G. 2018):

1. El gas dentro de la burbuja de hidrógeno es un gas ideal.
2. El gas no está disuelto en el electrolito, sino que está todo en la burbuja.
3. Las burbujas de hidrogeno en diferentes sitios de nucleación tienen la misma tasa de crecimiento.
4. El tamaño de la burbuja no se ve afectado por el gradiente de temperatura ni por el gradiente de presión.

Para el cálculo del radio que tendrá la burbuja de hidrogeno se recurre a la ecuación de los gases ideales:

$$\mathbf{P_b V = n R_g T}$$

Donde
P_b= Presión dentro de la burbuja
V= Volumen de la burbuja
n= Cantidad de sustancia de hidrógeno en una burbuja (moles)
R_g= Constante del gas tomada como 8.314 J/(mol·^{o}k)
T= Temperatura de operación (333.15 ^{o}k o 60 ^{o}c).

Volumen de las burbujas con ángulo de contacto:

$$V = \frac{1}{3}\pi r^3(2 + 3\cos\theta - \cos^3\theta)$$

Presión de la burbuja

$P_b = P_m + \frac{4\sigma}{d_b}$ en donde P_m es la presión en el tanque quedando la ecuación de la siguiente forma:

$$P_b = P_a + \rho g h + \frac{4\sigma}{d_b} = P_a + \rho g h + \frac{4\sigma}{2r}$$

Donde:
P_a= Presión atmosférica ambiental de 1028 hPa
ρ= Densidad de la solución electrolítica de 1400 kg/m^3
h= Altura desde el electrodo hasta la superficie del electrolito (15 cm)
σ= Tensión superficial del electrolito de 72 mN/m
d_b= Diámetro de burbuja

Según las **leyes de Faraday** la cantidad de hidrógeno y densidad de corriente HER tenemos la siguiente ecuación:

$$nNzF = iAt$$

Donde:
i= Densidad de corriente (A/cm^2)
A= Área del electrodo (78.54 cm^2)
t= Tiempo de reacción
z= Número de electrones transferidos para la reacción de reducción de OH+ (z= 2)
F= Constante de Faraday (96485 C/mol)
N= Número de burbujas de hidrógeno

A partir de la ecuación de Faraday, se puede escribir la cantidad de sustancia de hidrógeno en una burbuja de la siguiente manera:

$$n = \frac{iAt}{NzF}$$

Ahora combinando las ecuaciones de la ley de los gases con el resto tenemos lo siguiente:

$$\mathbf{P_b V = n R_g T}$$

$$\left(P_a + \rho g h + \frac{4\sigma}{2r}\right)\frac{1}{3}\pi r^3 (2 + 3\cos\theta - \cos^3\theta) = \frac{iAt}{NzF}\mathrm{R_g T}$$

Despejando r tenemos la siguiente ecuación:

$$\left(P_a + \rho g h + \frac{4\sigma}{2r}\right) r^3 = \frac{3iAt\mathrm{R_g T}}{\pi NzF(2 + 3\cos\theta - \cos^3\theta)} t$$

$$(P_a + \rho g h) r^3 + 2\sigma r^2 = \frac{3iAt\mathrm{R_g T}}{\pi NzF(2 + 3\cos\theta - \cos^3\theta)} t$$

Por lo que para burbujas con densidad de corriente de 0.15 A/cm^2, tiempo de 2 s y ángulo de 90 grados tenemos los siguientes resultados:

$$(P_a + \rho g h) r^3 + 2\sigma r^2 = \frac{3\left(0.15\frac{A}{cm^2}\right)(78.54cm^2)\left(8.314\frac{J}{molk}\right)(333.15\mathrm{k})(2\,s)}{\pi NzF(2 + 3\cos\theta - \cos^3\theta)} t$$

$$\left(1028hPa + \left(1400\frac{Kg}{m^3}\right)\left(9.81\frac{m}{s^2}\right)(15\,cm)\right) r^3 + (2)72\frac{mN}{m} r^2$$

$$= \frac{3(0.15\,A)(78.54)\left(8.314\frac{J}{mol}\right)(333.15)(2\,s)}{\pi(100)(2)(96485\frac{C}{mol})(2 + 3\cos 90 - \cos^3 90)}$$

$$\left(1028hPa + \left(1400\frac{Kg}{m^3}\right)\left(9.81\frac{m}{s^2}\right)(0.15m)\right) r^3 + 0.144\frac{N}{m} r^2 = \frac{195786.726\frac{AJs}{mol}}{121246626.9\frac{C}{mol}}$$

$$\left(102800\frac{N}{m} + 2060.1\frac{N}{m}\right) r^3 + 0.144\frac{N}{m} r^2 = \frac{195786.726\frac{JC}{mol}}{121246626.9\frac{C}{mol}}$$

$$104860.1r^3 + 0.144r^2 = 1.61478x10^{-3}$$

$$104860.1r^3 + 0.144r^2 - 1.61478x10^{-3} = 0$$

2.2 solución de ecuación de tercer orden

$$104860.1r^3 + 0.144r^2 - 1.61478x10^{-3} = 0$$

El **método de Newton-Raphson** usa la siguiente fórmula iterativa para aproximarse a la raíz de una función f(x):

$$r_{n+1} = r_n - \frac{f(r_n)}{f'(r_n)}$$

ISSN 2448 – 7945

Donde:

- $r_n$es el valor de r en la iteración n.
- $f'(r_n)$es la derivada de la función (r_n) evaluada en r_n

Paso 1: Derivada de la función

Primero, se calcula la derivada de la función fr:

$fr = 104860.1r^3 + 0.144r^2 - 0.00161478$

Derivando término a término:

$f'r = 314580.3r^2 + 0.288r$

Paso 2: Seleccionar un valor inicial $\boldsymbol{r_0}$

El método de Newton-Raphson requiere un valor inicial para empezar. Dado que la ecuación es un problema físico, en este caso se hace una estimación inicial de $r_0 = 0.001$

Paso 3: Iteraciones

A partir de r_0, se usa la fórmula de Newton-Raphson para iterar y acercarnos a la solución:

Paso 4: Realizar las iteraciones

1. **Primera iteración** $r_0 = 0.001$
   Se calcula $f(r_n)\ y\ f'(r_n)$
   Se usa la fórmula de Newton-Raphson para obtener r_1.
2. **Segunda iteración** r_1:
   Se repite el proceso con el valor r_1 obtenido.
3. **Iteraciones sucesivas**: Se continua hasta que la diferencia entre $r_{n+1}\ y\ r_n$ sea lo suficientemente pequeña (esto indica que hemos alcanzado una aproximación precisa).

Cálculo de las primeras iteraciones

Para la primera iteración se eligió $r_0 = 0.001$:

1. **Primera iteración**:
   Calculando $f(r_0)\ y\ f'(r_0)$
   $f(r_0) = 104860.1(0.001)^3 + 0.144(0.001)^2 - 0.00161478 = -0.001612$
   $f'r_0 = 314580.3(0.001)^2 + 0.288(0.001) = 0.0000602$

Se aplica la fórmula de Newton-Raphson:

$r_1 = 0.001 - \frac{-0.001612}{0.0000602} \approx\ 0.00268$

2. **Segunda iteración**:

Se repite el proceso con $r_1 =\ 0.00268$

Se calcula fr_1, luego se actualiza el valor de r con la fórmula de Newton-Raphson.

Se continúa iterando hasta que obtenemos una solución suficientemente precisa. En este caso, después de varias iteraciones, el valor de r se estabiliza en aproximadamente en:

r≈0.0000806 m (80.6 µm).

3. Resultados

El resultado después del desarrollo de las ecuaciones es de un radio de 80 micras las cuales se compararon con los electrodepósitos y los poros dejados por la formación de burbujas como se muestran en las figuras; siendo la Figura 1 la adherencia de las burbujas de hidrogeno sobre el cátodo a niquelar y la Figura 2 la medición dentro de microscopio óptico del diámetro del poro dejado por la burbuja.

Figura 1. *Adherencia de las burbujas de hidrogeno sobre el cátodo.*

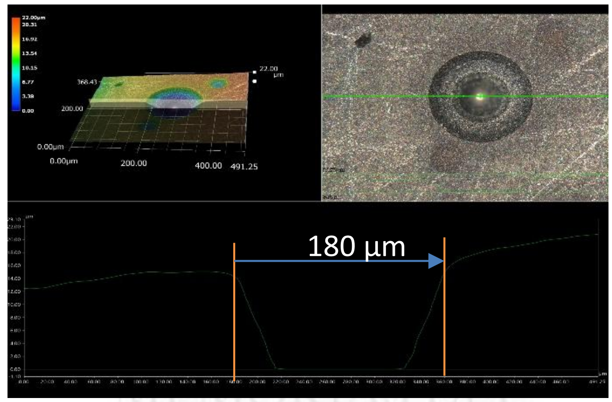


Figura 2*. Medición del diámetro del poro dejado por la burbuja de H_2.*

4. Discusión y/o análisis.

Es importante analizar otro tipo de ecuaciones puesto que el crecimiento de la burbuja es constante, y de esta manera poder predecir de manera más exacta, también es importante ver otros factores que afecten en la formulación, tales como la presión atmosférica o densidad de los fluidos en el que se niquela.

5. Conclusiones

Este modelo ayuda a la predicción del crecimiento de burbujas para poder generar superficies con mayor área activa, ya que el diámetro de las burbujas de hidrogeno estará relacionada con la intensidad de corriente que se aplique al momento de hacer los depósitos, así como a la temperatura que se realice el proceso de niquelado.

Agradecimientos (Opcional)

Al Instituto Politécnico Nacional por el Proyecto SIP ProRed 20243967. así mismo los autores agradecemos el apoyo al proyecto PAPIME PE1400.

Nomenclatura (Opcional)

A área, m^2
T Temperatura, ^oK

t Tiempo, s
V Volumen, m^3

ISSN 2448 – 7945

P_b Presión dentro de la burbuja hPa

n Cantidad de sustancia mol
R_g Constante del gas $J/(mol{\cdot}^{o}k)$
P_a Presión atmosférica ambiental hPa
ρ Densidad de la solución electrolítica kg/m^3
h Altura desde el electrodo hasta la superficie del electrolito m
σ Tensión superficial del electrolito mN/m
d_b Diámetro de burbuja m
i Densidad de corriente A/cm^2
A Área cm^2
Z Número de electrones transferidos para la reacción de reducción de OH+ (z= 2)
F Constante de Faraday $96485\ C/mol$
N Número de burbujas de hidrógeno

6. Referencias

Hernández Pérez, J. N. (2018). *Desarrollo de electrodos modificados para electrólisis alcalina y su acoplamiento a un reactor oxihidrógeno*. Instituto Politécnico Nacional.

Li, Y., Kang, Z., Mo, J., & Yang, G. (2018). In-situ investigation of bubble dynamics and two-phase flow in proton exchange membrane electrolyzer cells. *International Journal of Hydrogen Energy, 43*(29), 13289-13301. https://doi.org/10.1016/j.ijhydene.2018.05.085

Mantell, C. L. (1960). *Electrochemical engineering* (pp. 77-79). McGraw-Hill Book Co.

Ministerio del Ambiente del Ecuador. (2011). *Estudio para conocer los potenciales impactos ambientales y vulnerabilidad relacionada con las sustancias químicas y tratamiento de desechos peligrosos en el sector productivo del Ecuador*. Gobierno Nacional del Ecuador.

ISSN 2448 – 7945

LA ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA DESDE UN ENFOQUE MULTIDISCIPLINARIO EN LA PRODUCCIÓN AGROPECUARIA

Sánchez Millán José Luis [1]*, Blancas Rojas Rafael[2], González Toimil Manuel[3], Garzón Pérez Cesar[4], Gutiérrez Cortez Elsa[5]
[1,2,3,4,5] Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán UNAM
Carretera Cuautitlán Teoloyucan S/N Col. Industrial Xhala, Cuautitlán Izcalli, Estado de México

ID-POSM096

Resumen

La enseñanza de la estadística desde un enfoque multidisciplinario en la producción agropecuaria busca integrar diversas disciplinas para mejorar la comprensión y aplicación de los conceptos estadísticos en contextos reales y relevantes para la formación de futuros profesionales en áreas como la ingeniería agrícola, la bioquímica y la veterinaria. El análisis de casos reales, como el muestreo de especies de plantas forrajeras y maleza, se puede utilizar como una herramienta pedagógica valiosa para conectar la teoría estadística con problemas prácticos. Así, el uso de estudios de caso funciona como un puente pedagógico que conecta la teoría estadística con la toma de decisiones informadas en el manejo de cultivos forrajeros, la dinámica de la maleza y como lo anterior repercute en la producción pecuaria, lo expuesto anteriormente puede fortalecer la formación de profesionales integrales con sentido crítico

Palabras clave: *Estadística, Enseñanza, Multidisciplina, Producción, Praderas.*

1. Introducción

“El pensamiento que se genera dentro del aula requiere una construcción de forma múltiple o como lo llama Edgard Morin, pensamiento complejo” (García, 2025).
Entre 1967 y 1972, ante el incremento de la matrícula de estudiantes en ciudad universitaria (CU), el rector Pablo González Casanova, propone la creación de planteles educativos universitarios fuera de CU. De esta forma el 22 de abril de 1974, se inaugura la Escuela Nacional de Estudios Profesionales (ENEP) Cuautitlán, bajo la dirección del rector Guillermo Soberón Acevedo, lo cual marcó un hito en la expansión académica de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM). El principal objetivo de esta institución fue ofrecer educación superior de alta calidad — y lo continúa haciendo—, promoviendo el desarrollo regional y ampliando las oportunidades educativas en una zona estratégica. Actualmente conocida como Facultad de Estudios Superiores (FES) Cuautitlán, la entidad académica, se ha distinguido por **su enfoque multidisciplinario**, integrando diversas áreas del conocimiento para formar profesionales capacitados en múltiples campos científicos y técnicos (Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán, 2025).

1 **Autor para la correspondencia. E-mail: corresponding@correo.com Tel. 00-00-00-00, Fax 00-00-00-00*

ISSN 2448 – 7945

La enseñanza de la estadística desde un enfoque multidisciplinario permite integrar conocimientos de diversas áreas, como la bioquímica y la producción agropecuaria, enriqueciendo el proceso de enseñanza-aprendizaje y promoviendo una comprensión más profunda de los conceptos estadísticos. Este enfoque no solo potencia el análisis crítico, sino que también facilita la aplicación práctica de la estadística en contextos variados, tales como el estudio de procesos bioquímicos y la optimización de la producción agrícola y pecuaria. Al incorporar problemas reales y datos provenientes de estas disciplinas, los estudiantes desarrollan habilidades transferibles y aplicables en escenarios complejos relacionados con la investigación científica y la gestión agropecuaria. En los sistemas de producción pecuaria la producción de alimentos es un aspecto fundamental, y debe formar parte curricular de estudiantes de áreas afines (Carvajal Benavides *et al*. 2024). Se estima que el 25 % de la superficie arable a nivel mundial se utiliza para producción forrajera, por lo tanto la multidisciplina en la formación de profesionales involucrados en la producción de plantas forrajeras es muy necesaria, además el origen demográfico de estudiantes de carreras relacionadas con producción agropecuaria está cambiando a zonas urbanas, lo cual puede ser un factor importante el que esta población puede tener acceso a más herramientas pedagógicas y tecnológicas y ser enfocadas a la producción agropecuaria (Looper et al. 2022).
La disciplina de forrajes es multifacética e incluye temas como genética, fisiología, ecología, patología, entomología, suelos y fertilidad del suelo, producción de cultivos, microbiología, ciencia animal (ganado bovino de carne y leche, pequeños rumiantes, equinos), pastizales y silvicultura, ciencia de la vida silvestre, economía agrícola y finanzas (Redmond et al., 2022).
Históricamente, se ha presentado una separación entre la ciencia de las plantas y la ciencia animal con respecto a la disciplina de producción de forrajes. La ciencia de las plantas puede no considerar la interacción entre el forraje y el animal, mientras que los estudios de ciencia animal a menudo no prestan suficiente atención a los suelos y la fertilidad del suelo o a la fisiología y el mejoramiento genético de las plantas (Redmond et al., 2022), incluso el involucramiento de disciplinas más básicas como la bioquímica y la ciencia estadística es menos probable su uso en la producción forrajera (nota del autor).

Ante este contexto, planteamos la siguiente pregunta:
¿Puede la enseñanza estadística integrar el conocimiento bioquímico, veterinario y agrícola para mejorar la producción agropecuaria, como herramienta de enseñanza-aprendizaje?

2. Metodología o desarrollo

El 25 de febrero de 2025, el Grupo. 2251 de la asignatura estadística de la licenciatura en Bioquímica Diagnóstica y el Grupo 2254 de la asignatura Alimentos y forrajes de la licenciatura Médico Veterinario Zootecnista, realizaron un muestreo aleatorio simple en la parcela número 5 del Centro de Enseñanza Agropecuaria (CEA) de la FES Cuautitlán UNAM, la identificación espacial y las mediciones dimensionales de dicha parcela se realizó con fotografías de satélite usando el programa Google Earth por parte de los estudiantes de ambas licenciaturas. En dicha parcela, se estableció una pradera artificial, mediante la siembra de alfalfa (*Medicago sativa* L.) y pasto orchad (*Dactilys glomerata* L.). Esta parcela es destinada para actividades de pastoreo de ganado bovino y ovino, este estudio se realizó con la finalidad de cuantificar las diferentes especies de plantas presentes (forraje y maleza) y obtener una visión general de la composición botánica de esta parcela. Se realizaron 10 lanzamientos de un aro de aproximadamente 0.3 m^2 al azar, en toda la longitud de cada melga y se procedió a realizar el conteo de las especies botánicas, Los resultados de este conteo fueron registrados para su análisis estadístico utilizando el programa Origin versión 2018. En dicho terreno se conformaron 15 melgas de aproximadamente 9 m de ancho y 110 m de largo. Solamente se muestrearon 7 melgas. A continuación, se presentan los resultados de este estudio.

3. Resultados

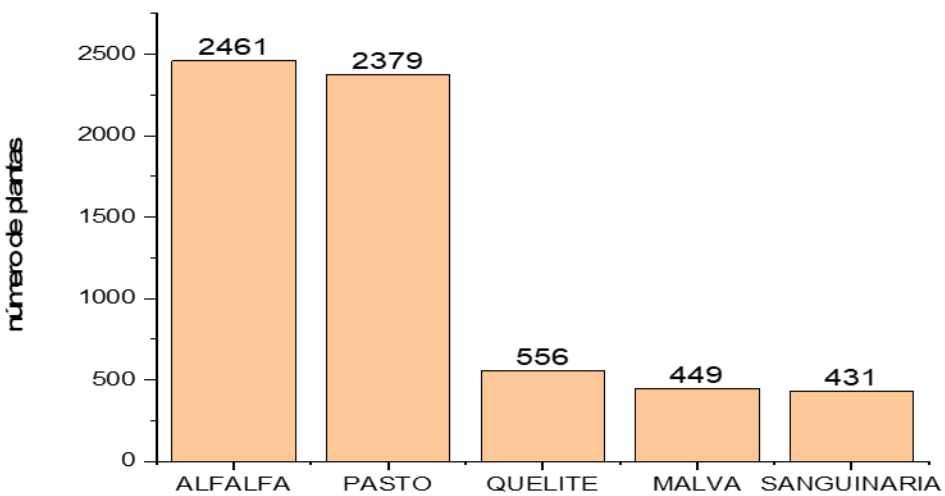
En la imagen 1 se presenta la ubicación y medias de la parcela de estudio, las cuales fueron: 19°41'53.08"N y 99°11'35.19"O, a 2253 metros sobre el nivel del mar(msnm). Dicha parcela tiene una superficie aproximada de 2.2 hectáreas. En la tabla 1 y gráfica 1 se presentan la composición botánica y las cantidades por especie encontradas en la parcela #5 del CEA, En la gráfica 2, se muestra la aplicación de la razón en términos de la relación forraje/maleza, lo cual generó información valiosa en términos de determinación de la distribución de las plantas forrajeras y la maleza, por ejemplo, se determinó que solo la melga 6 y 7 presentan una razón mayor de forraje / maleza, mientras que la melga 1 presento la razón más baja. Además, se presenta una gráfica “cajas y bigotes” (gráfica 3), donde se puede observar varios parámetros estadísticos que describen diversas características de la distribución de las plantas forrajeras y maleza. Y finalmente se presentan histogramas de frecuencia de la cantidad de plantas de las especies indicadas, donde se puede observar una tendencia a la normalidad en el caso de las plantas forrajeras, pero no así en el caso de las plantas de maleza (gráfica 4).

ISSN 2448 – 7945

Imagen 1. Ubicación de la parcela de estudio con sus mediciones.

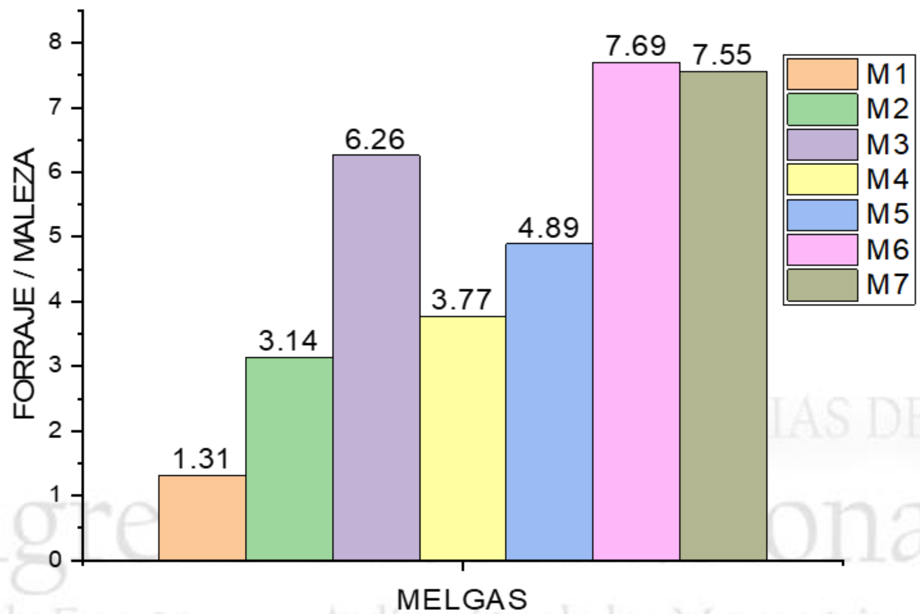
Tabla 1. ***Composición botánica de la parcela # 5 del CEA***

Nombre científico	Nombre común
Medicago sativa L	Alfalfa
Dactilys glomerata L	Pasto orchard
Chenopodium álbum L.	Quelite
Malva parviflora L.	Malva
Polygonum aviculare L	Sanguinaria

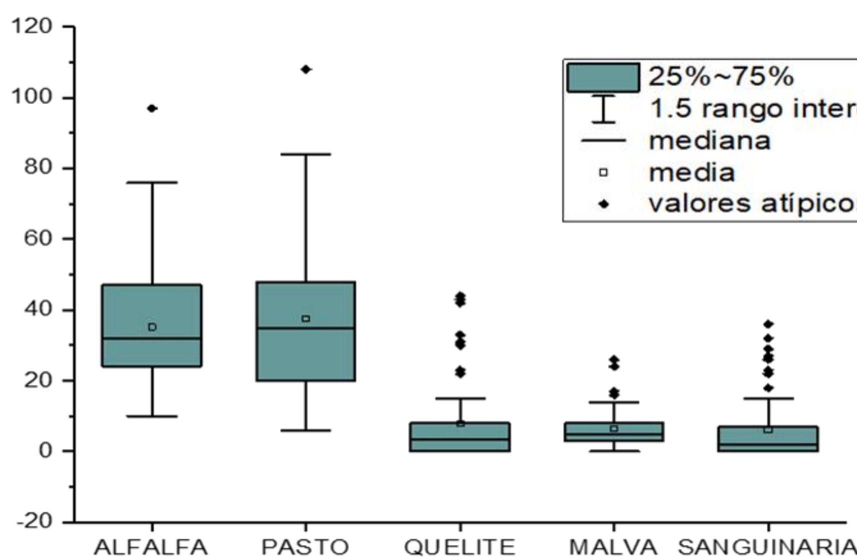


Gráfica 1. Cantidades totales por especie encontradas en la parcela #5 del CEA.

ISSN 2448 – 7945

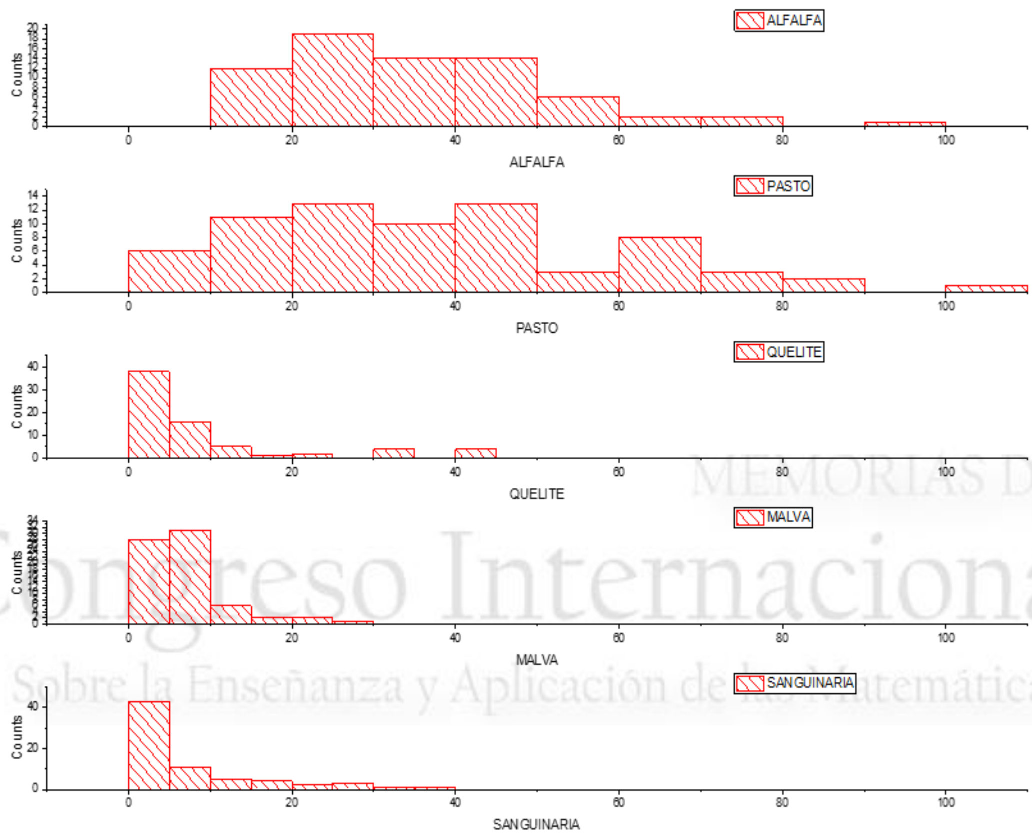


Gráfica 2. Relación entre las especies forrajeras y la maleza (M indica número de melga).



Gráfica 3. Descripción estadística de la composición botánica de la parcela #5 del CEA.

ISSN 2448 – 7945



Gráfica 4. Comportamiento de la distribución de las plantas de forraje y maleza

4. Discusión y/o análisis

Con la información proporcionada en los resultados y en especial de la gráfica 2 y después de analizar los procedimientos de establecimiento de la pradera, se determinó que el factor con menor control en el establecimiento de las plantas forrajeras, fue el riego, por lo que es muy posible que el no haberse aplicado adecuadamente condujo a la alta heterogeneidad de las plantas forrajeras. Por lo que se están tomando acciones para la implementación de un curso de capacitación (por parte del primer autor) para los operarios de la de irrigación en las parcelas del CEA. Adicionalmente, la gráfica 3 de “cajas y bigotes” aporta información valiosa y rápida para observar la composición y distribución del forraje y la maleza. El uso del histograma el cual se presenta en la gráfica 4, proporciona información sobre la tendencia de las plantas forrajeras hacia la distribución normal y como las plantas del conjunto de la maleza (por cada especie) no se comportan de esta forma.

En términos de la proximidad a la distribución normal, podemos utilizar la información de los histogramas de la siguiente manera: Para alfalfa y pasto, sus histogramas muestran distribuciones que podrían considerarse más cercanas a una distribución normal en comparación con las otras especies. Aunque no son perfectamente simétricas ni tienen una forma de campana ideal, presentan una dispersión de frecuencias a lo largo de un rango más amplio de cantidades de plantas, con una cierta concentración en valores centrales y una disminución gradual hacia los extremos.

El análisis de la distribución de plantas forrajeras y maleza proporciona un ejemplo concreto y aplicado para enseñar y comprender conceptos estadísticos fundamentales como la distribución de datos, la normalidad, el sesgo y la necesidad de pruebas estadísticas para validar supuestos. Los estudiantes pueden visualizar cómo las distribuciones observadas en la naturaleza pueden diferir de una distribución normal y por qué es importante determinar esto mediante pruebas formales como Shapiro-Wilk, Kolmogórov-Smirnov, Anderson-Darling y Lilliefors, así como mediante la inspección de gráficos de probabilidad normal.

5. Conclusiones

Integrar conocimientos de bioquímica, veterinaria e ingeniería agrícola con la enseñanza de la estadística, enriquece el aprendizaje y facilita la aplicación práctica de la estadística a problemas reales. Este enfoque ayuda a los estudiantes a conectar la teoría con la práctica en sus futuras profesiones.

El análisis de la distribución espacial de plantas forrajeras y maleza ofrece información crucial para la gestión agropecuaria.

El análisis de la distribución de plantas como herramienta pedagógica es valiosa para ilustrar la aplicación de la estadística en contextos biológicos relevantes. Permite a los estudiantes conectar la teoría estadística con problemas prácticos en la producción agrícola, la nutrición animal y el manejo de recursos naturales.

Agradecimientos

El primer autor agradece el apoyo a los estudiantes de las asignaturas: Estadística, Grupo 2251, de la licenciatura Bioquímica diagnóstica y Grupo 2254 Alimentos y forrajes, de la licenciatura Medicina Veterinaria y Zootecnia de la FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLÁN UNAM del semestre 2025-2. Por su participación fundamental para el logro de este trabajo.

El primer autor agradece al Centro de Enseñanza Agropecuaria de la FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLÁN UNAM por el apoyo recibido.
El primer autor agradece el apoyo recibido de parte de la Secretaría de Posgrado e Investigación de la FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLÁN UNAM por el apoyo recibido a la cátedra de investigación: Innovación agroindustrial: Eficiencia en utilización de recursos y sustentabilidad frente al cambio climático, Clave: CI2452.

ISSN 2448 – 7945

6. Referencias

Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán (2025) Historia. Sitio web de la FES Cuautitlán. Recuperado de: https://www.cuautitlan.unam.mx/historia.php

García, T. (2025). Multidisciplina, el nuevo paradigma. *Gaceta CCH*. Recuperado de: https://gaceta.cch.unam.mx/es/multidisciplina-el-nuevo-paradigma.

Looper, M. L., Jennings, J. A., & Rivera, J. D. (2022). Forage agronomists are needed in animal science departments. *Translational Animal Science, 6*, 1–4.

Redmon, L., Wickersham, T., & Rouquette, M. (2022). ¿In which department should forages be taught? *Translational Animal Science, 6*, 1–4.

ISSN 2448 – 7945

PROPUESTA DE APLICACIÓN DEL MÉTODO DE REGRESIÓN LINEAL MÚLTIPLE CON RSTUDIO EN EL SECTOR TRANSPORTE

Lagunes Toledo Ana Maria[1, *], Córdoba Lobo Víctor Manuel[2]
[1, 2] *Unidad Profesional de Ingeniería y Ciencias Sociales y Administrativas (UPIICSA) del IPN* [1] *Av. Té 950, Col. Granjas México, C.P. 08400, Del. Iztacalco, Ciudad de México*

EN-POSM008

Resumen

Gracias a la infraestructura vial de un país, se facilita el tránsito de personas y mercancías de un lugar a otro, se requiere una movilidad eficiente y sostenible de los vehículos terrestres, con la finalidad de lograr, mejores resultados con el uso mínimo posible de recursos y reduciendo al máximo el impacto al medio ambiente. Es aquí en donde la variable "consumo de combustible" toma una principal relevancia. Entonces, lograr un modelo predictivo que optimice dicho consumo, daría beneficios tanto desde el punto de vista gestión de costos, como de gestión para reducir el consumo de combustible.

El objetivo de este trabajo es que los estudiantes, realicen una propuesta de modelo de consumo de combustible, utilizando el método de Regresión Lineal Múltiple con lenguaje de programación R. Como marco metodológico de enseñanza, se propone él Constructivismo, de manera que los estudiantes construyan sus conocimientos a partir de su interacción con el mundo, utilizando problemas reales de su entorno, para qué de manera activa, apliquen diferentes técnicas de una investigación estadística, que le den solución a la problemática y así lograr un aprendizaje significativo.

Este artículo describe paso a paso la propuesta metodológica a seguir. Como primer paso se incluye una revisión teórica documental sobre Métodos cuantitativos causales, Modelos Predictivos, Regresión Lineal Múltiple, Condiciones de aplicabilidad, Criterios de bondad del ajuste y calidad del modelo. Como segundo paso, realizar el análisis de regresión de los datos y gráficos, utilizando Rstudio. Finalmente se presentan resultados, interpretación, conclusiones y sugerencias para futuras líneas de investigación.

Palabras clave: consumo_1, Modelo _2, Predictivo_3, Regresion_4, Programación_5.

1. Introducción

Varios investigadores en Latinoamérica, han dirigido sus trabajos hacia la creacion de un modelo estadístico, como herramienta de gestión poderosa para la predicción y optimización del consumo de combustible de vehículos de autotransporte, tanto de personas como de mercancías. En México, Alcántar y su equipo, proponen un modelo estadístico de Regresion Lineal Múltiple sobre el rendimiento de combustible en vehículos utilizados en el transporte de mercancías, con significancia estadística, utilizando como variables explicativas:Tipo de ruta de operación, antigüedad de la unidad y cantidad de diesel consumido en baja(marcha en ralentí) con un nivel de confianza del 95%,

[1] * *Autor para la correspondencia. E-mail: a-lagunes@hotmail.com*

ISSN 2448 – 7945

logrando explicar un 94% del efecto de interés modelado.(Alcántar,Treviño & Martínez, 2015, pp. 236-253)
En Perú, Gamboa realiza una investigación para su tesis de maestría, en donde hace una propuesta de un modelo para estimar el consumo de combustible de omnibuses interprovinciales de pasajeros, utiliza el método de Regresión Lineal múltiple y como variables regresoras, seis variables conductuales (Inercia, frenadas bruscas, aceleradas bruscas, aceleración, velocidad y revoluciones por minuto) y seis variables operacionales (Ralentí, pendiente, altitud, Carga de la unidad, temperatura, velocidad del viento) para una confiabilidad del 95% logrando explicar un 97% del efecto de interés modelado. (Gamboa Gonzáles,2022,p. 5)
Para la Comisión Nacional para el uso eficiente de la energía en México, las causas mas importantes de un pobre rendimiento de combustible son: en primer lugar, los hábitos del conductor:

a) Calentar el motor del automóvil por mas de un minuto (Funcionamiento en vacío)
b) Acelerar rapidamente
c) Viajar a altas velocidades
d) Tránsito denso
e) Usar inmoderadamente el aire acondicionado

En segundo lugar está, la condición mecánica del autotransporte. (CONUEE, Rendimiento de combustible,2020,párr. IV) Esto nos lleva a pensar, que existen variables que pueden ser controladas por el conductor, para lograr un uso mas eficiente en cada trayecto.
Así que, optimizar el consumo de combustible, se ha convertido en una prioridad desde el punto de vista ambiental y de costos para las empresas, lo que representa un reto para el egresado de Ingeniería en transporte, quien deberá identificar las variables mas influyentes de un modelo, que le permita una acertada gestión de la reducción del consumo de combustible en el transporte de personas y de mercancías.

1.1 Marco Teórico

1.1.1 Modelado originado por la teoría (Técnicas explicativas o de dependencia)

Existen análisis en donde las variables que intervienen no tienen una importancia equivalente, esto es, porque alguna variable destaca como dependiente principal, la cual es explicada por las demás variables independientes, lo que se busca es relacionar todas las variables por medio de una ecuación o modelo. El método ha utilizar será entonces la Regresión Lineal (Pérez, 2016, p. 3)

1.1.2 Regresión Lineal múltiple y sus condiciones de aplicabilidad

Para fines de esta investigación se define, el análisis de regresión lineal múltiple como una técnica estadística que se utiliza para analizar la relación entre una única variable criterio y varias variables independientes (predictoras), cuyo objetivo puede ser tanto predicción como explicación. En el diseño del análisis, un elemento muy influyente es el tamaño de la muestra, ya que tiene un impacto directo en la conveniencia y la

ISSN 2448 – 7945

potencia estadística de la Regresión múltiple. Recordemos, que la potencia de la regresion lineal se refiere a la probabilidad de detectar como estadísticamente significativo un nivel especifico de R^2 o un coeficiente de regresion para un nivel de significación y un tamaño de muestra específico (Hair et al.,2007,p. 540)

Una vez elaborado el modelo, se requiere la contrastación de los supuestos del análisis de regresión

a) La linealidad del fenómeno medido
b) La varianza constante del término de error
c) La independencia de los términos de error
d) La normalidad de la distribucion del término de error

Es muy importante recordar, que la medida principal del error de predicción para el valor teórico es, el residuo. El análisis de residuos se puede hacer tanto con gráficos o bien con test estadísticos.

Por último, para medir la significación del modelo en su conjunto, se utiliza el coeficiente de determinación R^2, el cual es una medida de, “que tan bien se ajusta la ecuación obtenida a los datos” (Triola, 2018, p.494) Este coeficiente, esta influenciado por el número de variables predictor, relativas al tamaño muestral. (Regla: desde un máximo de 10 a 15 observaciones por variable independiente hasta un mínimo de 4 observaciones por variable independiente)

Todos los programas estadísticos, también nos ofrecen el coeficiente de regresión ajustado $(R^2\ ajustado\ para\ el\ número\ de\ variables\ y\ el\ tamaño\ de\ la\ muestra)$ ya que es muy útil para comparar las diferentes ecuaciones de regresión estimadas con distintas variables independientes o diferentes tamaños muestrales.

2. Desarrollo

2.1 Procedimiento

Como sustento pedagógico de esta actividad en clase, se propone el planteamiento de un problema dentro del contexto del estudiante, con participación activa para desarrollar la reflexión y su pensamiento crítico, sumado a la utilización de la tecnología para despertar el interés y su motivación en el proceso de solución. Para lo que se utiliza Rstudio, como herramienta de código abierto para extraer información de los datos, es un entorno de desarrollo integrado, el cual fue diseñado específicamente, para la programación con lenguaje R, con una interfaz de usuario amigable y que proporciona funciones avanzadas para el análisis de datos y computación estadística.(Fernández, 2025, párr. 1) Se trabaja con una base de datos denominada Consumo_Combustible.xlsx (es una base de de 28 viajes realizados por tres omnibuses marca Volvo desde Octubre 2019 hasta enero del 2020) (Gamboa, 2022, p. 120)

El objetivo de este trabajo, es que los estudiantes obtengan un modelo a través del análisis de regresión lineal, a partir de datos reales utilizando como variable dependiente consumo de combustible y como variables Independientes o regresoras: seis variables conductuales y una variable operacional Patrón de Ralentí (como una buena evidencia del tráfico en la ruta, ya que detecta los periodos de tiempo donde el

ISSN 2448 – 7945

vehículo está encendido sin movimiento) La idea principal es utilizar variables que puedan ser controladas por el conductor o el administrador (quien puede decidir a que hora es más conveniente hacer el envío para evitar los tráficos en las rutas) con la finalidad de optimizar el consumo de combustible a través de una conducción eficiente y así, disminuir su impacto en la emisión de gases a la atmósfera. Las variables son:
Y Consumo Real (galones)
X1 Inercia (% tiempo) X2 Ralentí (% tiempo) X3 Aceleración X4 Velocidad promedio (km/hora) X5 Revolución de motor (rpm) X6 Frenadas bruscas (cantidad por viaje) X7 Aceleradas bruscas (cantidad por viaje). Una vez obtenida la ecuación con Rstudio, los estudiantes deben interpretar sus resultados, comprobar si se cumplen los supuestos de regresión, examinar la significación estadística del modelo y dar sugerencias para adecuar el modelo en caso necesario. Para seleccionar el mejor modelo en R, existen algunas métricas como son: Cp de Mallow, adjr2 (R2ajustado) y el AIC (Criterio de Información de Akaike) es un estadístico que estima la calidad relativa de un modelo en función de la verosimilitud y el número de parámetros, el criterio es cuanto menor sea el AIC, mejor será el modelo, porque significa que tiene una mayor probabilidad y una menor complejidad. Esta métrica la utiliza Rstudio en el "Método de stepwise o selección a pasos" (R comienza con el modelo completo y de manera iterativa se van eliminando, una a una las variables menos útiles) (Gil, 2018, párr.3)

2.2 Codigo en Rstudio

```
library(readxl)
library(corrplot)
library(car)
library(MASS)
attach(Consumo_Combustible)
View(Consumo_Combustible)
names(Consumo_Combustible)
model<-lm(Y~ X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7, data = Consumo_Combustible)
summary(model)
cor(Consumo_Combustible)
X.vars<-data.frame(X1, X2,X3,X4,X5,X6,X7); X.vars
X.cor<-cor(X.vars)
corrplot(X.cor, method = "circle")
corrplot()
vif(model)
par(mfrow=c(2,2))
plot(model, main = "Consumo_Combustible",col="blue", pch=16,
   cex.lab=1 ,ces.main=0.8)
resi1<- studres(model)
```

```
modelo1<-lm(Y~X2+X4+X7, data = Consumo_Combustible)
summary(modelo1)
vif(modelo1)
modelo2<-lm(Y~X1+X4+X6+X7, data = Consumo_Combustible)
summary(modelo2)
vif(modelo2)
seleccion=stepAIC(model,direction = ("both"))
summary(seleccion)
Bestmodel<-lm(Y~X1+X4+X6+X7 , data = Consumo_Combustible)
summary(Bestmodel)
vif(Bestmodel)
cor(Consumo_Combustible)
X.vars<-data.frame(X1,X4,X6,X7); X.vars
X.cor<-cor(X.vars)
corrplot(X.cor, method = "circle")
corrplot()
residual=shapiro.test(resid(Bestmodel))
print(residual)
durbinWatsonTest(Bestmodel)
```

```
shapiro.test(resi1)
par(mfrow=c(1,2))
qqnorm(resi1,sub="Studentized Residuals", col="red",
   pch=16,main = "Consumo_Combustible")
text(0,3,"Normal Q-Q Plot")
qqline(resi1,col= "blue")
library(car)
ncvTest(model)
durbinWatsonTest(model)
install.packages("leaps")
library(leaps)
attach(Consumo_Combustible)
head(Consumo_Combustible)
subset<-regsubsets(Y~X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7, data = Consumo_Combustible,
nbest = 2)
summary(subset)
par(mfrow=c(1,2))
plot(subset,scale = "Cp")
plot(subset,scale = "adjr2")
```

```
library(car)
ncvTest(Bestmodel)
```

Figura 1. Códigos en Rstudio. Elaboración propia a partir de Rstudio

ISSN 2448 – 7945

3. Resultados

3.1 Tabla de resultados

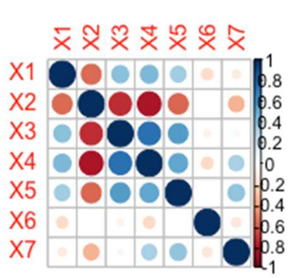
Tabla 1.

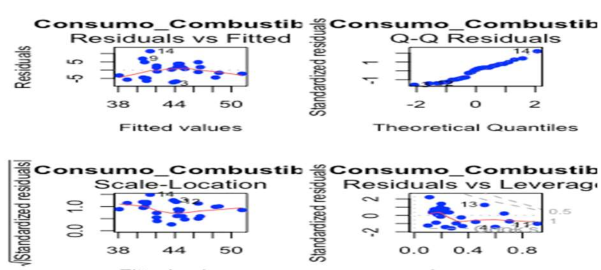
Tabla resumen de resultados.

Variables regresoras	Ecuación	Factor de inflación de la varianza (VIF)	Prueba de normalidad Shapiro-Wilk	ncvTest Homocedasticidad	Prueba de Durbin-Watson	Significación estadística
X1,X2, X3,X4, X5,X6, X7	Y= 69.5935 + 0.4865X1 - 0.2167X2 + 0.2649X3 - 0.5998X4 - 0.0160X5 + 0.8655X6 + 0.0415X7	X1 2.16 X2 5.55 X3 3.79 X4 3.98 X5 1.99 X6 1.31 X7 2.21 En la variable X2 se detecta Multicolinealidad severa, en el resto de las variables como VIF es mayor que 1 se detecta multicolinealidad	Valor p=0.3409 Como p>0.05 nos indica que tenemos una distribución normal	Valor p=0.1280 Como p>0.05 indica que la varianza es constante	DW=2.0615 Valor muy cercano a 2 indica ausencia de correlacion serial por lo tanto se comprueba la independencia de los terminos de error	R^2= 0.3074 R^2ajustado= 0.03802 Todas las variables regresoras presentan un Valor p > 0.05
Step by step (AIC= 89.99) X1,X4 X6,X7	Y= 50.2677 +0.5165X1 -0.4189X4 +0.9319X6 +0.0369X7	X1 1.398 X4 1.5296 X6 1.0635 X7 1.2442 Todos los valores del VIF son cercanos a 1	Valor p=0.7726 Como p>0.05 nos indica que tenemos una distribucion normal	Valor p=0.2464 Como p>0.05 indica que la varianza es constante	DW=1.9466 Valor muy cercano a 2 indica ausencia de correlacion serial por lo tanto se comprueba la independencia de los terminos de error	R^2= 0.2812 R^2ajustado= 0.1442 Las variables X4 y X7 son significativas en el modelo (valor p<0.05)

3.2 Gráficos de resultados

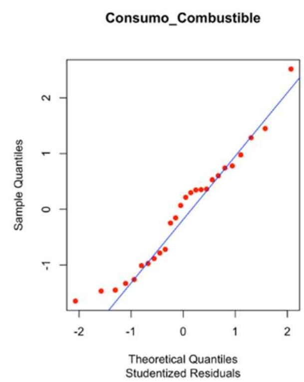
A continuación se presentan los gráficos del primer modelo propuesto (incluye las siete variables regresoras). En la Gráfica 1, de correlaciones se observa que existe una fuerte correlación entre las variables X2 - X3 y X2-X4. En la gráfica 2, se presenta el diagnóstico de residuales y en la gráfica 3 es la prueba de residuales studentizados que realiza Rstudio y nos refleja linealidad de los residuos





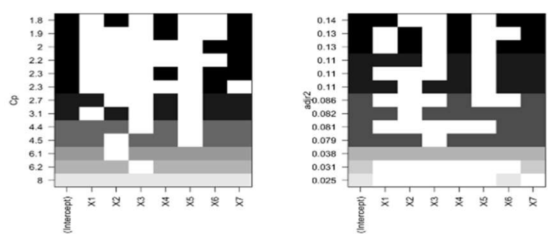
Gráfica 1. Grafica de correlaciones por el método de círculo. Elaboración propia a partir de Rstudio

Gráfica 2. Diagnóstico de Residuales. Elaboración propia a partir de Rstudio



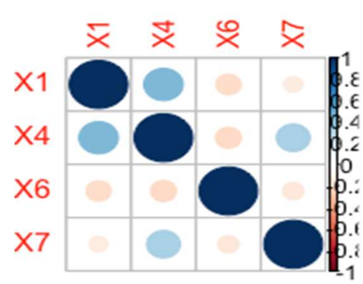
Gráfica 3. **Prueba de residuales studentizados.** Elaboración propia a partir de Rstudio

En la Gráfica 4 se presentan las propuestas de selección del mejor modelo que hace Rstudio utilizando el Criterio de Cp y el Criterio del adjr2.



Gráfica 4. **Propuestas de modelo según Criterio Cp y Criterio adjr2.** Elaboración propia a partir de Rstudio

En la siguiente gráfica se presenta las correlaciones obtenidas para el mejor modelo propuesto por Rstudio, ya no se observa correlaciones fuertes entre ninguna de las variables independientes



Grafica 5. **Gráfica de correlaciones por el método de círculo para el modelo propuesto (Step by Step)** Elaboración propia a partir de Rstudio

ISSN 2448 – 7945

4. Análisis

En el primer modelo (incluye las 7 variables regresoras) existe una fuerte correlación entre las variables X2 - X3 y X2-X4, se observa multicolinealidad severa en la variable X2, cuyo impacto consiste en reducir el poder predictivo de la variable independiente en la medida que está asociada con las otras variables independientes.
Es importante subrayar, que la medida principal del error de predicción del valor teórico es el residuo (diferencia entre los valores observados y las predicciones de la variable dependiente), entonces los gráficos de residuos, nos pueden servir para identificar si los supuestos de la regresión se cumplen o no, por ejemplo la linealidad, también se puede utilizar los test estadísticos que ofrece Rstudio para evaluar su cumplimiento. Los resultados obtenidos son:

a) Linealidad del fenómeno medido (Diagnóstico de residuales) Se asume linealidad
b) La varianza constante del término de error. Homocedasticidad (ncvTest) Se asume que la varianza de los residuos es constante
c) La independencia de los términos de error (Prueba de Durbin-Watson) se asume independencia entre residuos
a) La normalidad de la distribución del término de error (Prueba de Shapiro-Wilk) Se asume normalidad

Por último, se obtiene un coeficiente de determinación muy bajo, lo que indica que solo el 30.75% de la variación de la variable dependiente se explica por las variables independientes del modelo, tambien se observa que ninguna de las siete variables predictoras es significativa en el modelo (valor $p > 0.05$) por lo tanto se procede a adecuar el modelo y seleccionar variables para intentar lograr un “mejor modelo”. Utilizando el criterio adjr2 y el método step by step (AIC), ambos proponen un mismo modelo como el mejor , el cual incluye las variables regresoras X1, X4, X6 y X7, en el gráfico de correlaciones, ya no se identifica un problema de correlación fuerte entre las variables, el VIF nos indica valores cercanos a 1 por lo cual no tenemos problema de multicolinealidad.
Con respecto a los supuestos de un modelo de regresión

d) Linealidad del fenómeno medido (Diagnóstico de residuales) Se asume linealidad
e) La varianza constante del término de error. Homocedasticidad (ncvTest) Se asume que la varianza de los residuos es constante
f) La independencia de los términos de error (Prueba de Durbin-Watson) DW=1.95 se asume independencia entre residuos
g) La normalidad de la distribución del término de error (Prueba de Shapiro-Wilk) Se asume normalidad

Por último, con respecto a sus estadísticos de bondad de ajuste se obtiene un coeficiente de determinación muy bajo, lo que indica que solo el 28.12% de la variación de la variable dependiente se explica por las variables independientes del modelo, su valor de AIC=89.88, las variables X4 y X7 son significativas en el modelo (pvalue< 0.05).

5. Conclusiones

1.- Se propone un modelo estadístico de Regresión Lineal Múltiple sobre el consumo real de combustible en autobuses de pasajeros, utilizando como variables explicativas: Inercia, velocidad promedio, frenadas bruscas y aceleradas bruscas, con un nivel de confianza del 95%.

2.- El modelo cumple con los principios de parsimonia, satistace todos los supuestos de un modelo de regresión lineal múltiple, se selecciona con respecto al criterio de información de Akaike (AIC) que es una medida de la calidad relativa del modelo estadístico para el conjunto de datos trabajados

3.- El valor de R^2= 0.2812 no se detecta como estadísticamente significativo, esto se puede explicar con el hecho de que R^2 está influenciado por el número de variables independientes relativas al tamaño muestral. En el caso de esta investigación, nuestro tamaño muestral se encuentra muy cercano al mínimo establecido en la regla, siete observaciones por cada variable independiente para el caso del modelo propuesto (n=28 con 4 variables independientes) por lo que se sugiere una fase subsecuente de análisis, aumentando el número de observaciones reales en la base de datos a 15 observaciones por cada variable independiente

4.- Existen limitaciones de la investigación por lo que se sugiere tomar con precaución las conclusiones obtenidas en ella. Una futura línea de investigación se sugiere correr el análisis de regresión lineal múltiple con Rstudio para una muestra de 60 observaciones.

6. Agradecimientos

El primer autor agradece el apoyo al Instituto Politécnico Nacional por la Beca EDD y COFAA otorgada a sus profesores-investigadores de la UPIICSA

El primer autor agradece el apoyo a la estudiante del programa académico de Ciencias de la Informatica de la UPIICSA, Danna Jarintzi Sánchez Ramirez.

7. Referencias

Alcántar Ruiz, R. A., Treviño Treviño, F. E., & Martínez Flores, J. L. (2015). *Modelo estadístico que permite observar el impacto de los factores que inciden en el rendimiento de combustible*. *Nova scientia*, 7(14), 236-253. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S20070705201500 0200236&lng=es&tlng=es

Comision Nacional para el uso eficiente de la energia (2020) *Rendimiento de Combustible en vehiculos ligeros de ven ta en Mexico.* https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/601693/Cat_logo_de_Rendim ientos_2020_v20.12.pdf

ISSN 2448 – 7945

Fernández, O. (2025) Rstudio: Simmplifica tu análisis de datos y el cálculo estadístico Aprender BigData https://aprenderbigdata.com/rsdio/#:~:text=RStudio%20permite%20a%20los%20usuarios,autom%C3%A1tico%20y%20generaci%C3%B3n%20de%20informes

Gamboa Gonzáles, W.A (2022) Estimación del consumo de combustible de ómnibus interprovinciales por el método de análisis de regresión lineal múltiple basado en parámetros operacionales y estilos de conducción en la ruta Lima-Trujillo (Tesis de maestría sin publicar) Pontificia Universidad Católica del Perú.

Gil, C. (2018, mayo) *Técnicas de Regularización y selección del mejor modelo*. Rpubs by Rstudio https://rpubs.com/Cristina_Gil/Regularizacion_Seleccion Hair, J.,Anderson,R.,Tatham, R.,Black,W. (2007) *Análisis Multivariante. Pearson* Perez, M. (2016) *Mineria de datos a través de ejemplos*. Alfaomega Triola, M. (2018) *Estadistica*. Pearson

ISSN 2448 – 7945

ESTRATEGIAS INTEGRALES DE CONCIENCIAPARA MEJORAR EL APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS EN ALUMNOS DE PRIMARIA

Diana Elizabeth Soto Méndez [1 *], Margarito Amaro Trujillo[2] y Zacarías Gutiérrez Herrera[3]

[1]*Universidad Pedagógica Nacional del Estado de Chihuahua. Unidad Juárez. Camino Viejo a San José #8370. Col. Partido Iglesias. Cd. Juárez, Chihuahua.*

[2 y 3] *Centro de Apoyo Pedagógico. Cd. Juárez.*

ID-POSM022

Resumen

El proceso de aprendizaje de matemáticas de los niños en la actualidad no puede ser satisfecho basándose en un sistema educativo con prácticas tradicionalistas. Es necesaria una metodología que sea transformadora, que promueva estrategias integrales de conciencia, formando alumnos compasivos, solidarios, empáticos y críticos, que desarrollen habilidades para hacer frente a situaciones de la vida cotidiana donde tengan que aplicar las matemáticas. El objetivo del estudio fue promover estrategias integrales de conciencia para mejorar los resultados del aprendizaje de las matemáticas en alumnos de educación primaria. La perspectiva metodológica que se implementó se identifica como "Investigación Acción Práctico Deliberativa" con enfoque cuantitativo. Obedece al modelo de Eliot Tipo 2, con diseño cuasi experimental, transversal, tipo descriptivo e interpretativo, básica y aplicada, muestra no probabilística e intencionada, denominada "por cuotas" conformada por 60 alumnos de una escuela primaria en Cd. Juárez, Chihuahua. Por su forma de integración para ser analizada desde su perspectiva, es paralela o concurrente. Se hizo uso de diferentes estrategias integrales de conciencia, para lograr desarrollar alumnos compasivos, solidarios, empáticos y críticos, con habilidades para aplicar lo aprendido en situaciones de la vida cotidiana. Se concluye que la estrategia de innovación en la enseñanza de matemáticas, a partir de la implementación de estrategias integrales de conciencia, puede ser determinante para que los alumnos en situación de rezago educativo mejoren en el aprendizaje de matemáticas.

Palabras clave: *Estrategia, enseñanza, desarrollo, conciencia, aprendizaje, matemáticas.*

1. Introducción

Las discusiones en torno al concepto "aprovechamiento académico en matemáticas en educación primaria" son actualmente un tema de primer orden dentro de los asuntos educativos. Elevar la calidad de la educación es un asunto que se viene discutiendo desde hace varias décadas.

Considerando que la Nueva Escuela Mexicana (SEP, 2022) es una propuesta innovadora cuyo objetivo es transformar el sistema educativo nacional, bajo un enfoque Pedagógico humanista, que se basa en principios fundamentales como lo

[1 *]Autor para la correspondencia. e-mail: dsoto@upnech.edu.mx Tel. 6562738965

ISSN 2448 – 7945

son el enfoque comunitario y la transversalidad, que busca se compartan conocimientos para las ciencias y humanidades, en específico hacia la enseñanza de las matemáticas a partir del desarrollo de estrategias de enseñanza, además de fomentar el aprendizaje activo y significativo.

Si bien su metodología se basa en aprendizaje a partir de proyectos, a través de los cuales abordan procesos de desarrollo académico a partir de contenidos, abordarlos, se considera un proceso complejo y relevante, incluyendo estrategias integrales de conciencia, donde no solo se dé importancia a los saberes sino también, a la forma en que el alumno va a aplicarlos en la sociedad y la interacción que tendrá con otros en la vida cotidiana.

El aprovechamiento en procesos matemáticos es una problemática no solo de México sino de otros países. En el Sistema Educativo Nacional en México, destacan como prioridad los saberes y pensamiento científico, específicamente cálculo mental y pensamiento matemático, sin embargo, existen situaciones dentro del desarrollo integral de los niños, particularmente aspectos emocionales, que también afectan significativamente el rendimiento escolar.

Intervienen factores como el nivel intelectual, personalidad, motivación, aptitudes, intereses, hábitos de estudio, autoestima, así como la relación profesor y alumno; "en ocasiones puede estar relacionado con los métodos didácticos" (Martí, 2003, p. 376 citado por Lamas, 2015). Una alternativa pedagógica y determinante para identificar estos factores, es la aplicación de instrumentos de inteligencias múltiples, a partir de resultados aproximados a una realidad psicopedagógica a la que el alumno accede a partir de los contenidos que propone el plan de estudios vigente.

Se presentan diversas estrategias de enseñanza y aprendizaje basadas en una serie de procesos y sucesivas acciones como son el método, la técnica, habilidades y la estrategia misma.

Con respecto a la conciencia (del latín conscientia, "conocimiento compartido", y este de cum scientĭa, "con conocimiento", el mismo origen que tiene consciencia, ser conscientes de ello), se define, en términos generales, como el conocimiento que un ser tiene de sí mismo y de su entorno: existencia de pensamiento y estados mentales, distinción de los procesos mentales, integración de procesos distintos, ejecución de procesos mentales y monitoreo cognitivo del procesamiento emocional.

La conciencia no solo permite la conexión consigo mismo, sino con los demás y en el proceso de aprendizaje de matemáticas; eso es fundamental, ya que, al estar

ISSN 2448 – 7945

conscientes de las propias experiencias y estado mental, se desarrolla una mayor comprensión de los demás. De ahí la importancia de trabajar aspectos como la empatía, que permite establecer vínculos auténticos y significativos con la comunidad.

Por su parte, el desarrollo de ver al otro genera sentimientos, como la compasión, que contribuye a la construcción de interrelaciones solidarias y creación de comunidades integradas. El propósito de la estrategia integral de conciencia es desarrollar habilidades sociales, mentales y de la conciencia en alumnos de educación primaria. Con la aplicación de estas estrategias, entre otras habilidades, el alumno desarrolla: conciencia de sí mismo, capacidad mental; mejora del aprovechamiento matemático y escolar, ser más consiente, mejora de la conducta e interacción social.

Las instituciones educativas deben implementar modelos y estrategias educativas innovadoras para establecer un cambio en los paradigmas educativos y en el desarrollo, de la forma en que se implementan contenidos a los estudiantes, que apoyen el desarrollo integral de los alumnos a través de una visión integral de sí mismo, y de la comunidad como un espacio de desarrollo.

En la educación existen alumnos con rezago escolar en todas las asignaturas, presentándose mayor prevalencia en matemáticas; aunado a ello presentan problemas de conducta (pasivos o activos) que obstaculizan su proceso educativo, siendo la causa y/o consecuencia de ese rezago escolar.

El objetivo del presente estudio fue establecer un modelo con estrategias que permitan identificar la causa de ese bajo aprovechamiento en matemáticas y que, a su vez, una vez implementadas, favorezcan la mejora ante situaciones de rezago educativo.

2. Metodología o desarrollo

Se realizó un diseño cuasi experimental, de tipo descriptivo e interpretativo en alumnos de una escuela primaria en Ciudad Juárez, Chihuahua, de octubre de 2024 a enero de 2025.

Las estrategias integrales de conciencia fueron aplicadas en un estudio previo con alumnos de educación superior en UPNECH Unidad Juárez (Soto et al., 2023), del cual se obtuvieron elementos que se consideraron para el diseño de la estrategia de conciencia para los alumnos de primaria, a través de un proyecto educativo de saberes y pensamiento matemático.

ISSN 2448 – 7945

Se contempló un programa de seis estrategias incorporadas. Se desarrollaron los temas durante las sesiones de clase. Los temas que se aplicaron como recurso pedagógico fueron:

I. Ejercicios de relajación
II. Conciencia personal
III. Búsqueda del sentido de vida
IV. Convivencia
V. Cultura
VI. El yo en la comunidad

Los participantes fueron 60 alumnos de 1.º a 5.º: 38 hombres y 22 mujeres, es decir, el 63.3% hombres y 36.6% mujeres. Distribuidos de la siguiente manera: 10 alumnos de 1.er grado: seis hombres y cuatro mujeres; de 2.º fueron 16 participantes: 10 hombres y seis mujeres; de 3.º, 10 participantes: seis hombres y cuatro mujeres; de 4.º participaron 12 alumnos: ocho hombres y cuatro mujeres; y finalmente de 5.º,12 alumnos: ocho hombres y 24 mujeres. Se excluyeron alumnos de 6.º porque se propone el seguimiento de este proyecto en una segunda fase y estos alumnos en el siguiente ciclo escolar, ya no estarán en el plantel.

El tamaño de muestra (n=60) se obtuvo en relación con los alumnos que se encontraban abajo del promedio de aprovechamiento, por unidad de análisis, en matemáticas, de acuerdo con el Sistema de Alerta Temprana (SisAT) de la Secretaría de Educación Pública.

La técnica muestral seleccionada, fue la muestra no probabilística e intencionada, denominada por cuotas, porque aplica para aquellos alumnos con características similares como: el rezago educativo en matemáticos y/o presentar problemas de conducta (pasivos o activos) que obstaculicen su proceso educativo.

El rendimiento escolar fue medido a través de los niveles de logro en cálculo mental, mediante el instrumento del SisAt y, la Estrategia integral de conciencia fue medida a través de las inteligencias múltiples, con escala Likert de cinco opciones de respuesta: totalmente de acuerdo, de acuerdo, ni de acuerdo ni desacuerdo, en desacuerdo y totalmente de acuerdo.

Se impartió una plática introductoria a los profesores acerca de la problemática que existe en los alumnos respecto al rezago educativo y situaciones emocionales que impedían su desarrollo. Se solicitó que identificaran a los que cumplan con esas características, porque serían focalizados para efectos de la investigación sin que ellos tuvieran conocimiento, para que su proceso de desarrollo fuera natural y dentro del contexto natural del proceso de aprendizaje.

ISSN 2448 – 7945

Así mismo, también se impartió una plática a los padres de familia para que conocieran el propósito y los resultados esperados con la aplicación de estas estrategias; al estar de acuerdo, asumieron el compromiso de apoyar el proceso y se comprometieron a que los alumnos asistieran a todas las clases. Además, brindaron su autorización expresa en un documento. Posterior a la intervención, se realizó una reunión para presentar evidencia de los resultados obtenidos.

El análisis estadístico incluyó porcentajes, promedios, rangos, media, mediana, intervalos de confianza y prueba de T de Wilcoxon para dos muestras relacionadas.

3. Resultados y análisis.

Como primeros hallazgos, se identificó un avance significativo en el aprendizaje de matemáticas entre la primera y segunda aplicación del Sistema de Alerta Temprana (SisAt) aplicado a los 60 alumnos participantes, a partir de la aplicación de las estrategias de desarrollo de la conciencia, tal como se puede apreciar en la Figura 1. Hallazgos del aprovechamiento de los alumnos, en matemáticas.

Aprovechamiento matemáticas	Alumnos requieren apoyo		
	Antes	Después	%
Cálculo mental	46	14	78,0%

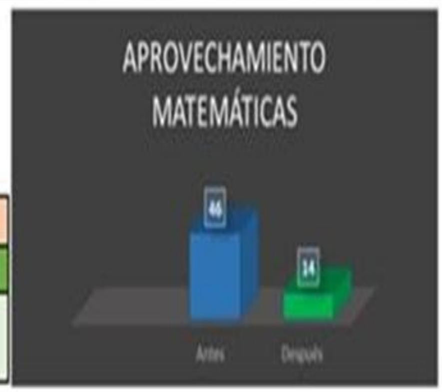


Figura 1. *Hallazgos del aprovechamiento de los alumnos, en matemáticas.*

Después de aplicar las estrategias integrales de conciencia, el aprendizaje de los alumnos en matemáticas es favorecido con el 78.0 % en promedio.

En las inteligencias múltiples, se encontró un avance del 12.62% en promedio, tal como se muestra en la Figura 2. Hallazgos de inteligencias múltiples; por lo que la hipótesis es aceptada de forma favorable con un 95.0 % de confianza.

ISSN 2448 – 7945

Inteligencias Múltiples Howard Gardner	Porcentaje de avance
Inteligencia Lógico-matemático	15.00%
Inteligencia Naturalista	5.00%
Inteligencia Musical	18.00%
Inteligencia Interpersonal	5.00%
Inteligencia Espacial-Visual	18.00%
Inteligencia Intrapersonal	8.00%
Inteligencia Lingüística	13.00%
Inteligencia Kinestésico-Corporal	19.00%

Figura 2. *Hallazgos de inteligencias múltiples*

Se puede observar que las inteligencias más desarrolladas fueron la lógico-matemática, la musical y la kinestésico-corporal, esto se debe a que las estrategias implementadas tienen mayor relación con estas áreas; mientras que las menos favorecidas, son la inteligencia naturalista y la intrapersonal, debido a que los temas que se abordan en esas áreas son prácticamente nulos.

4. Conclusiones

Respecto a la importancia de la investigación

El estudio de estrategias integrales de conciencia abordadas a través del Plan y los programas de estudio de la Nueva Escuela Mexicana, implementados mediante proyectos escolares de saberes y pensamiento científico, estriba en que los niños y adolescentes desarrollen un proceso de calidad en su aprendizaje (OCDE, 1991). Diversas habilidades, tanto de contenidos como de su propia conciencia, así como el desarrollo de altas capacidades de análisis y pensamiento crítico, aumentan la capacidad mental, mejoran su aprovechamiento en matemáticas y el rendimiento escolar en general, además de que incrementan su capacidad de memoria, creatividad, y sobre todo, son conscientes de sus actitudes personales en la implementación de conocimientos en situaciones de la vida cotidiana y en la conducta que presentan con la comunidad.

Estas estrategias, de acuerdo con el sistema educativo mexicano, son importantes. Gallegos (2018) menciona que, trabajar con un nuevo paradigma significa dejar atrás el pensamiento dogmático, cientificista y relativista, para dar paso a una visión de integridad y transdisciplinariedad.

ISSN 2448 – 7945

Respecto a la metodología del estudio

Para la evaluación de las estrategias integrales de conciencia, a través de las inteligencias múltiples, se empleó la escala Likert con cinco opciones de respuesta: totalmente de acuerdo, de acuerdo, ni de acuerdo ni desacuerdo, en desacuerdo, totalmente en desacuerdo. Para medir el Sistema de Alerta Temprana (SisAT), se aplicó una escala discreta que posteriormente se utilizó para hacer agrupaciones en escala ordinal. En esta escala, se valoró el proceso de los alumnos, que corresponde al programa de la Secretaría de Educación Pública, la cual considera, dentro de sus aspectos a evaluar, el cálculo mental y habilidades de pensamiento matemático, con sus respectivas opciones de respuesta, propias del aprendizaje de matemáticas.

Respecto a los resultados

En este estudio, el aprovechamiento en matemáticas de los alumnos que presentaban rezago escolar demuestra que, al aplicar las estrategias integrales de conciencia, mejora de forma considerable. Afirmación que coincide con la literatura de Soriano y Soriano (1998), en donde mencionan que, la explicación o evidencia se puede encontrar en las diferentes manifestaciones intelectuales en el comportamiento y calificaciones de los alumnos. Si se desea conocer actitudes fuera de clase o escuela, es necesario llevar a cabo otro estudio.

En conclusión, se puede argumentar que las estrategias de integrales de conciencia, fundamentadas de manera científica, mejoran el aprovechamiento de matemáticas de los alumnos con rezago educativo.

5. Referencias

Gallegos, R. (2018). *Educación holista y la pedagogía de Ramón Gallegos*. Fundación Ramón Gallegos. https://www.textos.info/fundacion-ramon-gallegos/educacion-holista-y-la-pedagogía-de-ramón-gallegos

Lamas, H. (2015). *Sobre el rendimiento escolar*. *Propósitos y Representaciones, 3*(1), 313-386. https://doi.org/10.20511/pyr2015.v3n1.74

OCDE. (1991). *Escuela y calidad de la enseñanza*. Ministerio de Educación y Ciencia. Paidós/Madrid.

SEP (2022) *Plan de Estudios 2022: La Nueva Escuela Mexicana*. México

Soriano, S. y Soriano, M. (1998) *Psicopedagogía sintérgica*. México.

Soto, D., Amaro, M., y Gutiérrez, Z. (2023) *Desarrollo personal y profesional de los alumnos de Maestría en educación de UPNECH Juárez, a partir de estrategias de Educación holista*. Documento inédito (Publicación en proceso).